

## МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК 551.345

### К ОБОБЩЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ КРИОГЕННЫХ СИСТЕМ

© 2017 г. А. А. Коновалов

*Институт проблем освоения Севера СО РАН,  
625003, Тюмень, а/я 2774. E-mail: konov7@rambler.ru*

Поступила в редакцию 18.01.2016 г.

Предложен способ выявления количественных связей между параметрами криогенных и других природных систем по их нормализованным величинам. Найдены обобщенные формулы, связывающие силы смерзания горных пород и температуру, температуры кристаллизации и переохлаждения поровой влаги, температуру и давление кристаллизации, коэффициент теплопроводности грунтов и степень водонасыщения и др. Показан преимущественно полиномиальный или степенной характер этих связей, причем численные коэффициенты расчетных формул близки к пропорциям золотого сечения.

**Ключевые слова:** криогенные системы, обобщение, устойчивость, кристаллизация, переохлаждение.

#### ВВЕДЕНИЕ

Цель исследования – разработать методику обобщения результатов наблюдений за параметрами криогенных и др. систем и продемонстрировать ее возможности. Первый этап обобщения результатов наблюдений за криогенными и другими природными системами – их нормализация, т.е. приведение к относительному (безразмерному) виду:

$$\varphi = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}), \quad (1)$$

$$\varphi_c = 1 - \varphi, \quad (1')$$

где  $x$ ,  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$  – текущее, максимальное и минимальное значения наблюдаемого параметра (любые действительные числа: положительные, отрицательные, безразмерные, дробные, иррациональные...);  $\varphi$  и  $\varphi_c$  – его относительные величины, причем  $\varphi > \varphi_c$ ; т.е.  $\varphi$  – доминанта, а  $\varphi_c$  – субдоминанта.

С помощью этих формул все множество переменных заключается в наглядно представимый интервал 0...1. Это сокращает объем фактических данных, необходимый для установления количественных связей между ними, позволяет корректно сравнивать разнородные величины и делает решение универсальным для большого круга задач. Выражения (1) или (1)' широко используются в технических науках, в том числе в инженерном мерзлотоведении [1, 6, 7, 9], при описании процессов и состояний в обобщенных переменных в качестве критерия подобия симплексного типа,

представляющего собой отношение параметров одной размерности.

“При изучении наук примеры полезнее правил” (И. Ньютон). В соответствии с этой максимальной доказательная база предлагаемой методики в основном опирается на примеры ее реализации и их анализ.

#### ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Математической моделью взаимодействия компонентов любой системы может служить единичный отрезок, состоящий из  $n$  частей. Величина доминантной части  $\varphi$  определяется уравнением [12, 13]

$$\varphi^n + \varphi = 1. \quad (2)$$

Значения  $\varphi = \varphi_n$  являются корнями алгебраического уравнения (2) при различных целых  $n \geq 1$  и называются обобщенными золотыми сечениями единичного отрезка (ОЗС):  $\varphi_1 = 0.5$ ,  $\varphi_2 = 0.62$ , ...  $\varphi_{27} = 0.91$ . Собственно Золотое сечение получается при подстановке в (2)  $n = 2$ .

Величина  $n$  отражает мерность системы. При  $n = 0$  системы нет; есть состояние хаоса, когда отдельные ее части (“частицы”) не связаны друг с другом. При  $n = 1$  формула (2) одномерна; при  $n = 2$  – двухмерна; при  $n = 3$  – трехмерна и т.д. Значение  $n = 2$  – наиболее распространенное, видимо, потому что все формообразующие поверхности разлагаются на плоские фрагменты

**Таблица 1.** Значения  $\varphi_n$ ,  $D = \ln(\tau/\tau_3)$  и  $(\tau_3/\tau)^{0.083} = (P/P_m)$ 

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\varphi_n$	0.5	0.618	0.682	0.724	0.755	0.778	0.796	0.812	0.824	0.835	0.844
$\tau/\tau_3$	4380	365	91	46	30	23	18	15	13	11	10
$D$	8.38	5.9	4.51	3.83	3.4	3.14	2.89	2.71	2.56	2.4	2.3
$P/P_m$	0.5	0.613	0.687	0.728	0.753	0.771	0.79	0.800	0.810	0.820	0.846

и, кроме того, как показано в [6, 7], многокомпонентные системы можно обобщить и с некоторой погрешностью свести к двухкомпонентной, представив ее как дихотомию доминантной компоненты и суммы остальных. С увеличением  $n$  растет и количество контактов границ. Эти места (экотоны, береговая и снеговая линии, межсезонья – весна и осень (или утро и вечер), границы материковых плит и т.п.) наиболее чувствительны к изменениям внешней среды и в наибольшей степени подвержены деформациям, т.е. это участки системы, обладающие наименьшей устойчивостью и большей вероятностью развала ее на части, но и зарождения на их основе новых форм.

Обнаружена связь ОЗС ( $\varphi_n$ ) с относительной долговечностью твердых тел, в частности мерзлых грунтов и льда [5, 7]:

$$(\tau_3/\tau)_{j_{пл}} = (P/P_m), \quad (3)$$

где  $P$  – давление на мерзлое тело;  $P_m$  – максимальное давление, которое это тело может выдержать в течение элементарного времени;  $\tau_3$  – минимальный (элементарный) отрезок времени, принятый в данном опыте (в пределе  $\tau_3 \approx 10^{-13}$  с – период тепловых колебаний атома);  $\tau$  – долговечность (время до разрушения);  $j_{пл} = 0.083$  – предельная деформация, принимаемая равной относительному уменьшению объема льда при плавлении (в мерзлых грунтах – 0.08...0.13) [1], совпадающая с частотой месячных оборотов Земли в годовом цикле ( $1/12 = 30^\circ/360^\circ = 0.083$ ). Величина  $P_m = t/k$ , где  $t$  – температура,  $^\circ\text{C}$ ;  $k$  – коэффициент, определяемый законом Клапейрона–Клаузиуса, для мерзлых грунтов близок к 0.1  $^\circ\text{C}/\text{МПа}$ .

В табл. 1 сопоставлены значения первых одиннадцати ОЗС (или  $\varphi_n$ ), относительной долговечности  $\tau/\tau_3$  и прочности  $(\tau_3/\tau)^{0.083} = \xi$ , рассчитанные по формуле (3). Вообще количество сечений отрезка может изменяться от 1 до  $\infty$ , а соответственно ОЗС – от 0.5 до 1. Но после  $n = 11$ , когда  $\varphi_n > 0.85$ , изменения  $\varphi_n$  очень малы. Величины  $\tau/\tau_3$  в табл. 1 представлены последовательно, первый член которой равен 4380, второй в 12 раз меньше – 365, а, начиная с третьего:

365/(4·1) = 91; 365/(4·2) = 46; 365/(4·3) = 30; 365/(4·4) = 23 и т.д. Инвариант этой последовательности – 1/4 орбиты вращательных циклов Земли, примерно  $90^\circ$ , совпадающая с длительностью основных фаз вращения (весна, лето, осень, зима или утро, день, вечер, ночь). Эти числа совпадают с наиболее часто используемыми в быту календарными отрезками года: полугодием, кварталом, месяцем и т.п. Например, если принять  $\tau_3 = 1$  час, то эти числа (4380, 365, 91...), до 5-го включительно, примерно соответствуют количеству часов в полугодии, в полумесяце, в полунеделе, в четверти недели и в сутках. При  $\tau_3 = 1$  сут эти же числа (4380, 365, 91...) есть количество суток: в 12 (11) годах (цикл солнечной активности Вольфа), в году, в квартале, в половине квартала и в месяце.

Как видно из табл. 1, разница между величинами  $\varphi_n$  и  $P/P_m$  составляет сотые доли процента. Так как границы между частицами тела являются концентраторами напряжений, то увеличение их числа ( $n$ ) закономерно сопровождается уменьшением относительной прочности  $P/P_m$  и долговечности  $\tau/\tau_3$ .

### ОБОБЩЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПРИ ОПИСАНИИ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ

Свойства ОЗС проявляются в разных системах при оценке их стационарных и нестационарных состояний. В первом случае ОЗС описываются полиномом (2) в большинстве случаев при  $n = 2$  (т.е. при ЗС). Полином (2) не учитывает постепенность установления наблюдаемых значений параметров, характеризует только конечное установившееся состояние. Таким ОЗС посвящена обширная литература, сводка которой дана, например, в [12, 13]. Приведем типичные примеры.

1. Атомы в молекуле воды образуют равнобедренный треугольник Н–О–Н. Расстояния Н–О и Н–Н равны 0.096 и 0.154 нм, а их отношение – **0.62**. В молекуле льда расстояния Н–О и Н–Н несколько больше 0.099 и 0.162 нм, а угол в вершине треугольника Н–О–Н равен  $109.5^\circ$ . Отно-

**Таблица 2.** Зависимость  $j_p$  от  $\tau$  (мин) при 1) сжатии, 2) растяжении, 3) сдвиге, 4) расчет по формуле (3)

$\tau$	$j_{p,1}$	$j_{p,2}$	$j_{p,3}$	$j_{p,4}$
<b>1</b>	1	1	1	1
<b>10</b>	0.84	0.79	0.78	0.78
<b>60</b>	0.65	0.61	0.61	0.63
<b>180</b>	0.56	0.55	0.54	0.56
<b>480</b>	0.5	0.5	0.5	0.51
<b>720</b>	0.49	0.48	0.47	0.48

шения сторон 0.099/0.162 и углов 109.5/180 равны  $ЗС \approx 0.61$ , что близко к Золотому сечению.

Структуру кристалла льда можно представить решеткой, в которой каждая молекула связана с четырьмя другими, находящимися от нее на расстоянии 0.276 нм. Размеры большей и меньшей стороны единичной ячейки этой решетки 0.737 и 0.452 нм вместе с расстоянием между молекулами 0.276 нм образуют ряд, в котором каждый последующий член находится с предыдущим в отношении  $0.276/0.452 = 0.452/0.737 = 0.61$  [7].

2. В табл. 2 приведены экспериментальные значения относительной (нормализованной) прочности супеси при  $t = -10$  °C ( $j_p = P/P_{yc}$ , где  $P_{yc}$  – условно мгновенная (максимальная) прочность при  $\tau_{yc} = 1$  мин, при разной долговечности ( $\tau$ , мин), полученные при различных видах испытаний [1] и рассчитанные по формуле (3) при  $j_{пл} = 0.11$ .

Таблица 2 демонстрирует хорошую сходимость экспериментальных данных с расчетами по формуле (3), а также практическую полезность представления результатов опытов в относительных показателях. При разных видах напряженного состояния на каждый отрезок времени они получают практически одинаковыми. Благодаря этому, количественные зависимости, установленные из опытов для одних грунтовых условий и в одном виде напряженного состояния, актуальны и для других.

### ОБОБЩЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПРИ ОПИСАНИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ

Несмотря на обширную литературу, широкое признание и даже популярность феномена ОЗС, особенно ЗС (когда  $n = 2$ ), формула (2) на самом деле имеет ограниченное применение, поскольку описывает только конечные (установившиеся) состояния –  $\varphi_n$ , а не весь процесс до их достижения.

Анализ показал [7], что для описания процесса развития природных систем, в том числе криогенных, также подходит полином  $n$ -й степени, преимущественно с  $n = 2$ , но усложненный коэффициентами  $A$  и  $B$ , отвечающими за изменение параметров во времени:

$$j_y = A \cdot j_x^n + B \cdot j_x = A \cdot j_x^n + (1 - A) \cdot j_x, \quad (4)$$

где  $j_x$  и  $j_y$  – аргумент и функция переменных, выраженных с помощью формул (1) или (1)' в относительном виде, изменяющихся, как и  $\varphi$ , в диапазоне 0...1.

Для ускоряющихся процессов, которые идут по вогнутой кривой,  $A \approx \varphi_n$ ; для затухающих, развивающихся по выпуклой кривой  $A \approx -\varphi_n$ , если  $A > 0.5$ , или  $A = 1 - \varphi_n$ , если  $A < 0.5$ ; во всех случаях  $B \approx 1 - A$ .

Хорошее совпадение с фактическими данными дает также формула степенного вида с показателем степени  $z$ :

$$j_y = j_x^z. \quad (5)$$

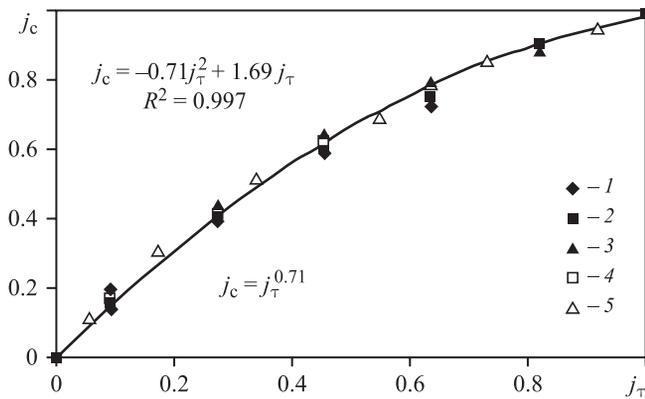
У вогнутых кривых  $z = 1 + \varphi_n = 1 + A$ , у выпуклых при  $n = 2..4$ ,  $z = \varphi_n = -A$ . Степенные формулы вида (5) сводятся к линейным:  $\ln(j_y) = z \ln(j_x)$ , поэтому, несмотря на несколько меньшую точность по сравнению с полиномиальными, они удобней (проще) для расчетов: неизвестный коэффициент  $z$  определяется как среднее арифметическое из отношений  $\ln(j_y)/\ln(j_x) = \psi$ , исключая первое и последнее числа (0 и 1):

$$z = [\Sigma(\psi)] / (n - 2). \quad (6)$$

Сходимость результатов счета по формулам (4) и (5) при  $n > 4$  лучше у вогнутых кривых. В то же время выражения выпуклых кривых – это обратные выражения вогнутых. И ничто не препятствует выпуклую кривую превратить в вогнутую, поменяв местами оси  $x$  и  $y$ , либо нормализовав размерные параметры по формуле (1)'. Поскольку характер кривых заранее неизвестен, целесообразно нормировать исходные данные по обеим формулам.

Для единообразия все нормализованные параметры в примерах выражены через  $j$ , а их физический смысл – через нижние символы. Например: нормализованная температура –  $j_t$ , время –  $j_\tau$  и т.д.

3. На рис. 1 приведены графики хода относительной деформации мерзлой супеси при одноосном сжатии. Исходные данные для его построения – результаты испытаний мерзлой супеси на одноосное сжатие при разных температурах



**Рис. 1.** Ход относительной деформации мерзлой супеси при одноосном сжатии  $j_c$  в относительном времени  $j_\tau$  при разных температурах и давлениях, 1...4 – обозначения серий опытов (пояснения в тексте), 5 – расчет по формуле (5) при  $\varepsilon = 0.71$ . Записаны полиномиальная и степенная формулы в нормализованных переменных, использованные в расчетах.

**Таблица 3.** Значения  $\varepsilon$ ,  $\ln(j_\varepsilon)$ ,  $\ln(j_\tau)$  и  $\psi$ , при разных  $\tau$  (час)

$\tau$	$\varepsilon$	$\ln(j_\varepsilon)$	$\ln(j_\tau)$	$\psi$
1	0.07	0.00	0.00	–
2	0.08	0.09	0.14	0.83
4	0.09	0.27	0.39	0.72
6	0.10	0.45	0.59	0.67
8	0.11	0.64	0.73	0.71
10	0.12	0.82	0.88	0.62
12	0.13	1.00	1.00	$\varepsilon = 0.71$

( $t$ , °C) и давлениях ( $P$ , МПа): а)  $t = -20$ ,  $P_1 = 6.8$ ,  $P_2 = 6$  [1]; б)  $t = -4.5$ ,  $P_3 = 0.7$ ,  $P_4 = 0.6$  [11]. Максимумы и минимумы деформации ( $\varepsilon$ ): 1)  $12.5 \cdot 10^{-2}$  и  $7.4 \cdot 10^{-2}$  – при  $P_1 = 6.8$  МПа; 2)  $8 \cdot 10^{-2}$  и  $4.8 \cdot 10^{-2}$  – при  $P_2 = 6$  МПа; 3)  $2.48 \cdot 10^{-3}$  и  $1.9 \cdot 10^{-3}$  – при  $P_3 = 0.7$  МПа; 4)  $1.8 \cdot 10^{-3}$  и  $1.5 \cdot 10^{-3}$  – при  $P_4 = 0.6$  МПа; максимум и минимум времени ( $\tau$ , час) – 12 и 1. Таким образом, все опыты разбиты на четыре серии: 1 и 2 в варианте а; 3 и 4 в варианте б. Результаты расчетов представлены на рис. 1 в виде графиков хода нормализованной деформации  $j_c$  в нормализованном времени  $j_\tau$ . Значки – экспериментальные данные, кривая рассчитана по полиномиальной формуле (4) при  $A = -0.71$ . Рисунок 1 демонстрирует соответствие численных коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $\varepsilon$  сформулированным выше правилам их определения и хорошую сходимость фактических значений  $j_c$  с вычисленными по обеим формулам.

Показатель степени  $\varepsilon$  в (5) удобно определять независимо от коэффициента  $A$  в (4), используя

формулу (6). В столбцах табл. 3 показана последовательность (слева направо) такого расчета  $\varepsilon$ . В нижнем правом углу таблицы указана величина  $\varepsilon$ , рассчитанная как среднее арифметическое из вышележащих значений  $\psi$ . Как и полагалось, она идентична  $\varepsilon = -A$ .

Для перехода к формулам с физическими переменными, достаточно в формулы с нормализованными (абстрактными) переменными подставить их выражения согласно (1). Количество таких формул равно числу вариантов с разными максимумами и минимумами переменных. В данном примере их четыре. В частности, степенная формула в первом варианте имеет вид

$$\varepsilon = 0.074 + (0.125 - 0.074)[(\tau - 1)/(12 - 1)]^{0.71}.$$

Также составляются и остальные формулы, меняются только краевые члены ряда  $\varepsilon$ .

Выполненное обобщение позволило установить, что ход во времени деформации, по крайней мере мерзлой супеси, **не зависит от температуры и давления** в большом диапазоне их изменения. Это позволяет сократить количество опытов и их стоимость за счет экспериментирования с температурной и барической зависимостями деформации.

4. В книге С. С. Вялова [1] опубликованы графики зависимости предельно длительной прочности смерзания глинистых и песчаных грунтов с фундаментом от температуры по результатам экспериментов российских и американских исследователей, выполненных в разных условиях (разные грунты, температуры, материал фундамента, способы его погружения). Диапазоны изменения температуры:  $0 \div -6$  °C, прочности смерзания:  $0 \div 0.3$  МПа у глинистых грунтов и  $0 \div 0.4$  МПа у песчаных. Поскольку разброс данных для разных условий невелик, мы ограничились анализом только максимальных и минимальных величин. На рис. 2 приведены графики зависимости максимальных и минимальных значений относительной длительной прочности смерзания глинистых  $j_\tau$  и песчаных  $j_n$  грунтов от относительной температуры  $j_\tau$ . Величины  $j_\tau$ ,  $j_n$  и  $j_\tau$  рассчитаны по формуле (1)', при которой кривые зависимости прочности от температуры получились вогнутыми. Кривые аппроксимированы полиномом (4) с высокой достоверностью. У глинистых грунтов  $A = 0.6$ ;  $B = 0.37$ , у песчаных  $A = 0.94$ ;  $B = 0.04$ . Во всех случаях  $A + B \approx 1$ . Значки 2 относятся к  $j_\tau$  и  $j_n$ , рассчитанным по степенной формуле (5) при  $\varepsilon = A + 1$ . Они практически лежат на кривых, рассчитанных по формуле (4). Таким образом, соблюдены все сформулированные выше

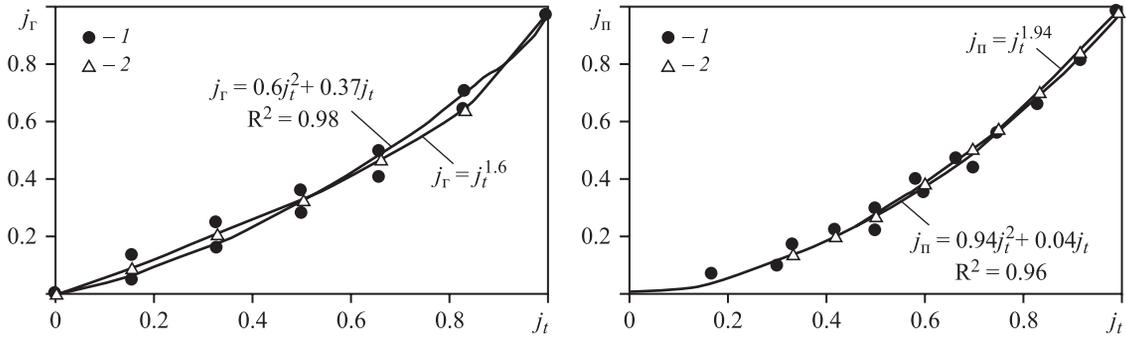


Рис. 2. Зависимость прочности смерзания глинистых  $j_r$  и песчаных  $j_n$  грунтов от температуры  $j_t$  в безразмерном виде (1 – фактические данные, 2 – расчет по формуле (5), кривые – полиномиальные аппроксимации вида (4), другие пояснения в тексте).

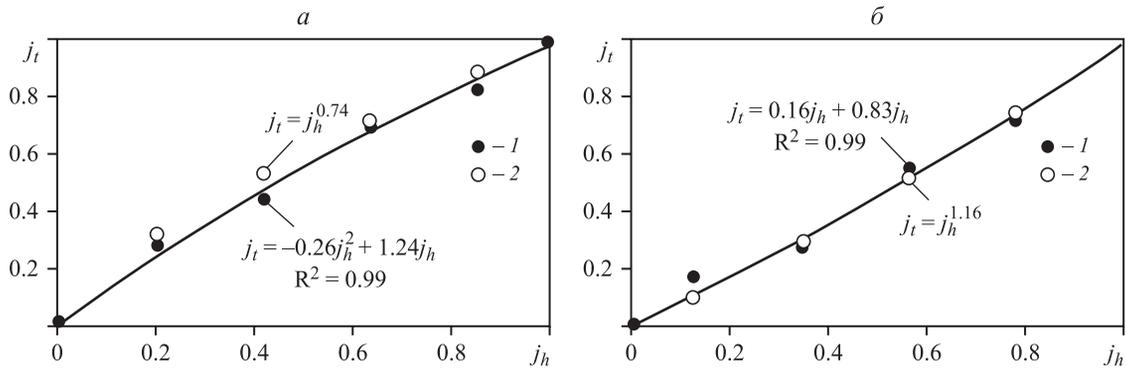


Рис. 3. Выпуклый (а) и вогнутый (б) графики зависимости  $j_t$  от  $j_h$  и их полиномиальная (1) и степенная (2) аппроксимации.

условия и предпосылки, при которых действительны формулы (4) и (5).

5. На рис. 3 показано распределение температуры мерзлого грунта по глубине скважины в пос. Сквородино. Оба показателя выражены в относительных величинах, соответственно  $j_t$  и  $j_h$ , рассчитанных по формулам (1) – рис. 3а, и (1') – рис. 3б. Исходные данные расчета – максимальные и минимальные размерные температуры ( $t$ , °C):  $-1.46$  и  $-0.51$ ; и глубины ( $h$ , м):  $5$  и  $28$ , взятые из книги [14]. Здесь также выполняются все принятые теоретические предпосылки.

6. В [4, 7] показана идентичность зависимости относительной температуры кристаллизации воды  $j_t = t/t_3$  от относительного давления  $j_p = P/P_{эв}$  и концентрации солей в водных растворах  $j_k = K/K_{эв}$ , содержащихся в порах горных пород, где  $t_{эв}$ ,  $P_{эв}$  и  $K_{эв}$  – эвтектические значения температуры, давления и концентрации солей, в данном контексте имеющие смысл максимальных величин в формуле (1). На рис. 4 представлены график и степенная формула этой зависимости.

Согласно пояснениям к формулам (4) и (5), показатель степени 1.2 в формуле на графике является членом ряда ОЗС, величина которого

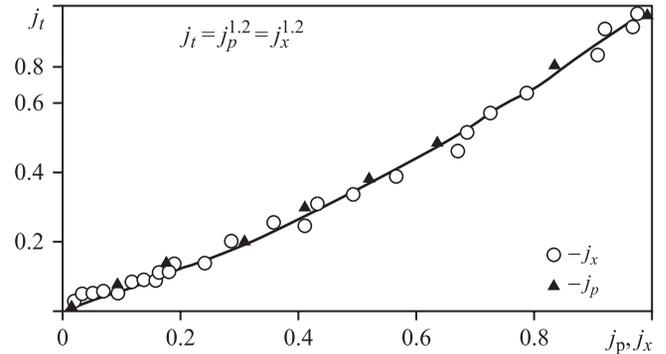


Рис. 4. Зависимость  $j_t$  от  $j_p$  и от  $j_k$ .

$\varphi = 0.2$ , а зависимость  $j_t$  от  $j_p$  или от  $j_k$  можно записать и в степенном  $j_t = j_p^{1.2}$ , и в полиномиальном  $j_t = 0.2j_p^2 + 0.8j_p$  виде. Графики этих уравнений практически сливаются.

7. Автор совместно с Л. Т. Роман [5] определяли коэффициенты теплопроводности ( $\lambda$ , ккал/(м · час · °C)) талых и мерзлых грунтов разного состава. Эти данные опубликованы в виде таблиц зависимости размерных  $\lambda$  от состава грунта, его теплового состояния и коэффициента водонасыщения. Дальнейший анализ показал, что эта зависимость тоже аппроксимируется

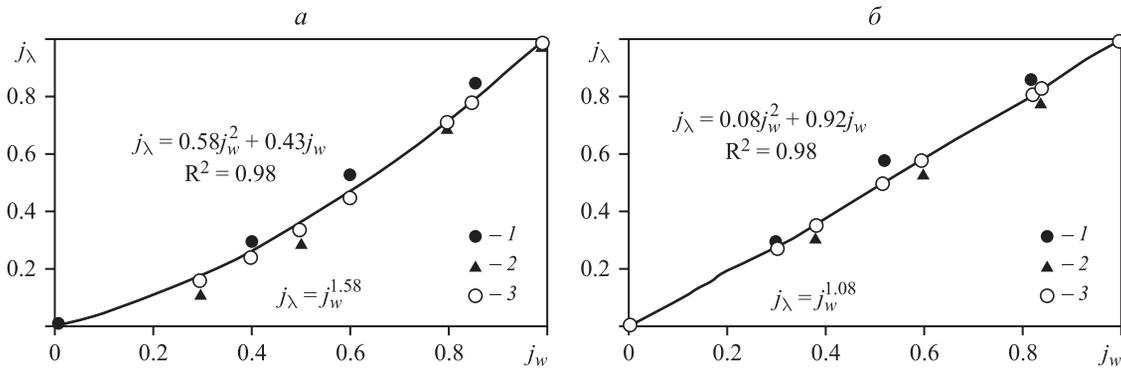


Рис. 5. Зависимость  $j_\lambda$  от  $j_w$  талых (а) и мерзлых (б): 1 – глинистых грунтов, 2 – торфа, 3 – рассчитанная по полиномиальной (кривые) и степенной формулам.

Таблица 4. Значения  $W$ ,  $-t_{к2}$  и  $-t_{к1}$  (°C) в опытах [2]

Грунты	Суглинок $W = 0.21$	Суглинок $W = 0.26$	Супесь $W = 0.22$	Супесь $W = 0.3$	Песок $W = 0.2$
$t_{к2}$ и $t_{к1}$	0.52 и 0.4	0.35 и 0.25	0.32 и 0.22	0.22 и 0.12	0.12 и 0.08

формулами (4), (5). Для примера на рис. 5 приведены графики связи нормализованных значений коэффициентов теплопроводности  $j_\lambda$  и водонасыщения  $j_w$  талых и мерзлых грунтов. Графики и их аппроксимации на рис. 5 также подтверждают выдвинутые теоретические положения: зависимость  $j_\lambda(j_w)$  не связана с составом грунта; сумма численных коэффициентов полиномов  $A + B \approx 1$ ; расчеты по формулам (4) и (5) дают близкие результаты, причем показатель степени  $\alpha = A + 1$ .

8. В [2] выявлена связь температуры начала кристаллизации  $t_k$  связанной воды у грунтов разного состава и влажности ( $W$ , д. ед.) с температурой переохлаждения  $t_{пер}$ , изменяющейся от  $-1.5$

до  $-4.5$  °C, аппроксимированная линейной формулой с размерными численными коэффициентами, меняющимися в широком диапазоне грунтовых условий. Нами эта связь представлена в более удобном относительном виде (рис. 6), как функция

$$j_{пер} = (t_{пер} - 1.5)/(-4.5 - 1.5)$$

$$\text{от } j_k = (t_{к2} - t_{к1})/(t_{к2} - t_{к1}),$$

где  $t_{к2} \dots t_{к1}$  – диапазон изменения  $t_k$ , индивидуальный для каждого грунта (табл. 4).

Значками на рис. 6 показаны фактические данные для пяти образцов грунта разного состава (по табл. 4); кривая а – ее полиномиальная аппроксимация; кривая б – степенная. Обе дают сходные результаты. Численные коэффициенты отвечают сформулированным в начале раздела правилам.

9. Газовые гидраты – льдоподобные образования, широко распространенные в холодных зонах Земли, – в толще вечной мерзлоты и под океаническим дном. При понижении давления они разлагаются (диссоциируют) на газ и воду. На рис. 7 показана связь относительного давления диссоциации ( $j_p$ ) гидратов соединений углерода с водородом (пропана-1, метана-2) и кислородом (диоксид углерода-3) с относительной температурой ( $j_T$ ). Размерные исходные данные взяты из [10]. Пределы изменения температуры ( $T$ , °K)

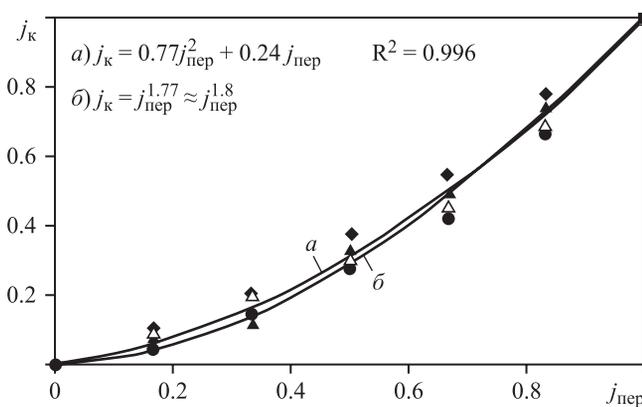
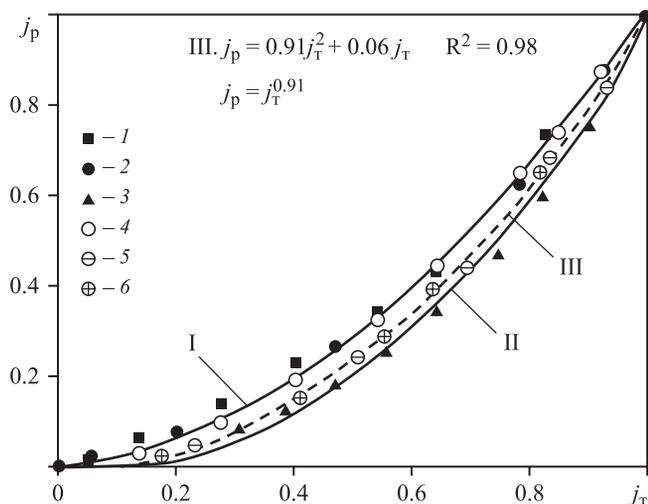


Рис. 6. Зависимость  $j_k$  от  $j_{пер}$ .



**Рис. 7.** Зависимость  $j_p$  от  $j_\tau$ : кривая I – для гидратов пропана (1) и метана (2); кривая II – для диоксида углерода (3); пунктирная кривая III – для всех трех газовых гидратов, с квадратичной и степенной аппроксимациями (дополнительные пояснения в тексте).

гидратов: метана – 253.2 ... 272.3; пропана – 264.3... 272.2 и диоксида углерода – 249.1... 272.2; давления ( $P$ , МПа), соответственно: 0.39...2.34; 0.025...1.41 и 0.08 ...1.09. В этих пределах наблюдались метастабильные состояния [10] – переохлаждение жидкой фазы воды, т.е. функция  $j_p$  от  $j_\tau$  представляет и самостоятельный интерес, как уравнение связи температуры и давления переохлаждения воды. Расчет относительных величин на рис. 7 выполнен по формуле (1).

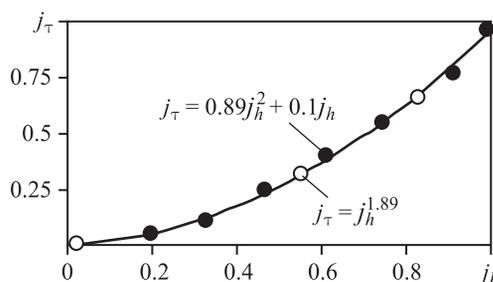
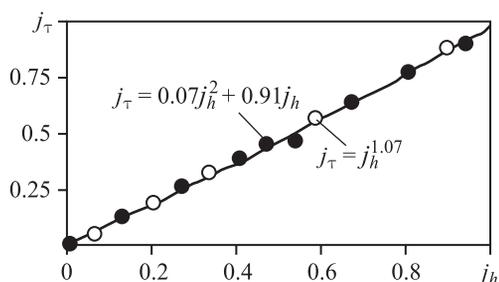
Зависимость  $j_p$  от  $j_\tau$  аппроксимирована формулой (4) в трех вариантах с разными коэффициентами: отдельно для гидратов соединений углерода с водородом (кривая I) и с кислородом (кривая II), а также для всех трех газовых гидратов (пунктирная кривая III). Коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $R^2$  в первом случае составили: 0.8, 0.2, 0.999; во втором: 1.11, -0.14, 0.993; в третьем: 0.91, 0.06, 0.98. Сумма  $A$  и  $B$  во всех случаях примерно равна 1. Значки 4–6 в вариантах I, II и III соответственно

относятся к значениям  $j_p$ , рассчитанным по степенной формуле (5) с показателем степени  $z$ , равным, согласно правилам, формулированным выше: 1.8 в варианте I; 2.11 в варианте II и 1.91 в варианте III. Как видно из графиков, сходимость расчетов  $j_p$  по формулам (4) и (5) хорошая.

Анализ и расчеты показали, что предлагаемая методика обобщения данных наблюдений также пригодна и для других систем – геологических, климатических, биологических, медицинских, технических и др. [6, 7]. Для подтверждения приведем новые примеры.

10. На рис. 8 приведены относительные значения возраста поверхностных грунтовых отложений на севере (г. Салехард) и юге (пос. Сладково) Тюменской обл., рассчитанные по формуле (1). Размерные величины возраста ( $\tau$ , лет назад (л.н)) и глубины ( $h$ , м) отложений взяты по [3, 6]. Минимумы этих величин примерно равны нулю, а максимумы в Салехарде:  $-h_{max} = 0.78$  м,  $\tau = 6310$  л.н.; в Сладково:  $h_{max} = 2.16$  м,  $\tau = 5262$  л.н. Графики зависимости  $j_\tau$  от  $j_h$ , имеют форму вогнутой кривой (для Сладково – почти прямой линии, что характерно при  $A \rightarrow 0$ ) и с хорошей достоверностью ( $R^2 = 0.998$ ) описываются как полиномиальной, так и степенной формулами с численными коэффициентами равными константам ОЗС. Причем, как и полагалось,  $A + B \approx 1$ , а  $z = A + 1$ .

11. В [6] исследована взаимосвязь элементов климата в 10 природных зонах Западной Сибири (от северной тундры до степи), в том числе средней июльской  $t_7$  и средней годовой  $t_c$  температуры. В верхних двух строчках табл. 5 даны средние зональные значения  $t_7$  и  $t_c$ . В двух нижних – те же, нормализованные по формуле (1). На рис. 9 представлен график зависимости  $j_{tc}$  от  $j_{t7}$  и его аппроксимации формулами (4) и (5). Взаимосвязь  $j_{tc}$  и  $j_{t7}$  подчиняется тем же количественным закономерностям, что и объекты в других примерах.



**Рис. 8.** Зависимость относительного возраста грунтовых отложений ( $j_\tau$ ) от относительной глубины ( $j_h$ ) в Салехарде (слева) и Сладково (справа).

**Таблица 5.** Средние июльская и годовая температуры, размерные (вверху) и безразмерные (внизу)

$t_7$	6	9.5	13.2	14.8	16	17	17.5	18	19	19.3
$t_c$	-10.6	-9.3	-7.5	-6.3	-4	-0.9	-0.1	0.1	0.2	0.3
$j_{t7}$	0	0.26	0.54	0.66	0.75	0.83	0.86	0.9	0.98	1
$j_{tc}$	0	0.12	0.28	0.39	0.61	0.89	0.96	0.98	0.99	1

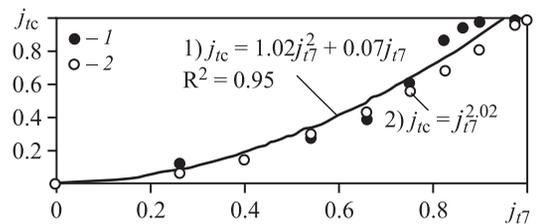
**Таблица 6.** Численные коэффициенты в формуле (7), их суммы (S) для кривых разной формы – выпуклой (Вп) и вогнутой (Вг), показатель степени  $\varepsilon$  в (5)

№	Форма	A	B	C	D	S	$\varepsilon$
I	Вп	1.64	-3.97	3.33	0	1	-
	Вг	1.64	-0.94	0.3	0	1	2.94
II	Вп	1.89	-4.38	3.5	0	1.01	-
	Вг	1.21	-0.34	0.13	0	1	2.34
III	Вп	-3.39	9.92	-10.72	5.19	1	-
	Вг	4.01	-4.97	2.2	-0.24	1	5.01

12. Максимальный показатель степени полинома в большинстве случаев, но не всегда равен 2. При  $n > 2$  увеличивается число членов полинома, например при  $n = 4$ :

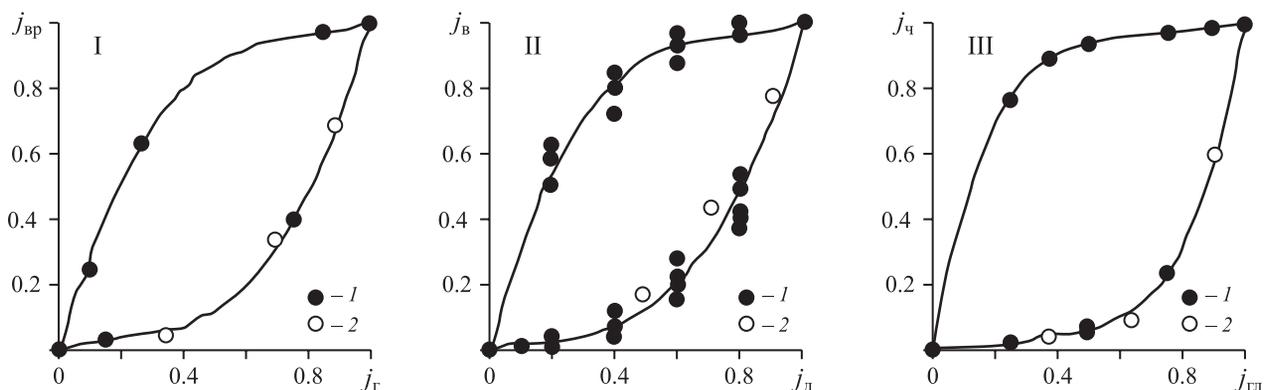
$$j_y = A \cdot j_x^4 + B j_x^3 + C \cdot j_x^2 + D j_x. \quad (7)$$

Но, как показал анализ фактического материала, сумма коэффициентов остается близкой к 1, как и при  $n = 2$ , т.е. суммы положительных и отрицательных коэффициентов ведут себя как доминанта и субдоминанта в двухэлементной системе. И при  $n > 2$  для определения численных коэффициентов справедливы правила, сформулированные для  $n = 2$ . Для описания вогнутых кривых в этом случае также может быть использована более экономичная степенная формула (5).



**Рис. 9.** Зависимость  $j_{tc}$  от  $j_{t7}$  в Западной Сибири.

Например, на рис. 10 приведены графики I–III, отражающие относительную зависимость параметров разных систем: I – возраста грунтовых напластований  $j_{вр}$  от глубины  $j_г$  в Игарке; II – высоты деревьев распространенных пород (ель, сосна, береза, осина)  $j_в$  от диаметра  $j_д$  в Ленинградской обл.; III – спектральной степени черноты  $j_ч$



**Рис. 10.** Графики зависимостей:  $j_{вр}$  от  $j_г$ ;  $j_в$  от  $j_д$  и  $j_ч$ , от  $j_{тл}$  и их полиномиальная (1) и степенная (2) аппроксимации (пояснения в тексте).

плоского слоя газа от его оптической толщины  $j_{\text{пл}}$ . Исходные данные для построения графиков I–III взяты из [4, 8, 9], соответственно. Их нормализация проведена по формулам (1) – выпуклые кривые, и (1)' – вогнутые.

В табл. 6 сведены коэффициенты в формуле (7), их сумма и показатель степени в формуле (5): при  $n = 4$  (график III) величина  $g$  равна  $A$  плюс 1, а при  $n = 3$  (графики I и II) – сумме положительных коэффициентов плюс 1. Как видим, численные параметры полиномиальных и степенных аппроксимаций при  $n > 2$  подчиняются в общем тем же закономерностям, что и при  $n = 2$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Формулы взаимосвязей параметров криогенных и других природных систем, выраженные в относительных (нормализованных) величинах, в большинстве случаев имеют полиномиальный или степенной вид, а их численные коэффициенты приближенно равны константам ОЗС. Можно говорить об универсальности предлагаемых моделей и достаточно общих закономерностях взаимосвязей параметров природных систем разного генезиса, проявляющихся через ОЗС. Предлагаемая методика – это междисциплинарный инструмент для обобщения результатов наблюдений за криогенными и другими природными системами, упорядочивающий и удешевляющий экспериментальные исследования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вялов С. С. Реология мерзлых грунтов. М.: Стройиздат, 2000. 464 с.
2. Гречищев С. Е., Павлов А. В., Гречищева А. В. Закономерности формирования переохлаждения поровой влаги при объемном замерзании дисперсных

### REFERENCES

1. Vyalov, S.S. *Reologiya merzlykh gruntov* [Frozen ground rheology]. Moscow, Stroizdat, 2000, 464 p. (in Russian).
2. Grechishchev, S.E., Pavlov, A.V., Grechishcheva, A.V. *Zakonomernosti formirovaniya pereokhlazhdeniya porovoi vlagi pri ob'emnom zamerzanii dispersnykh gruntov* [Regularities of overcooled porous moisture formation upon volume freezing of fine soils]. *Mat. III konferentsii geokriologov Rossii* [Proc. III Conference of Russian geocryologists]. Moscow, MGU, 2005, vol. 1, pp. 38–45 (in Russian).
3. Zakh, V.A. *Mnogosloinoe poselenie Parom 1 u Salekharda* [Multilayer settlement Parom 1 near Salekhard]. *Vestnik*

грунтов // Матер. III конференции геокриологов России. Т. 1. М.: МГУ, 2005. С. 38–45.

3. Zakh V.A. Многослойное поселение Паром 1 у Салекарда // Вестник археологии, антропологии и этнографии. Тюмень: ИПОС СО РАН, 1997. Вып. 1. С. 24–35.
  4. Кинд Н. В. Поздне- и послеледниковые Сибири (Новые материалы по абсолютной хронологии) // Голоцен. М.: Наука, 1969. С. 195–201.
  5. Коновалов А. А., Роман Л. Т. Особенности проектирования фундаментов в нефтепромысловых районах Западной Сибири. Л.: Стройиздат, 1981. 166 с.
  6. Коновалов А. А., Иванов С. Н. Климат, фитопродуктивность и палиноспектры: связи, распределение и методика палеореконокструкций. Новосибирск: Гео. 2007. 130 с.
  7. Коновалов А. А. Закономерности функционирования природных систем. Saarbrucken. Germany: Palmarium academic publishing, 2015. 67 с.
  8. Ледяева А. С. Обоснование оптимального раскроя хлыстов методом линейного программирования // Автореф. дисс. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. Санкт-Петербург. 2007. 29 с.
  9. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1973. 320 с.
  10. Решетников А. М. Экспериментальное изучение метастабильных состояний при диссоциации газовых гидратов ниже температуры 273°К // Автореф. дисс. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. Тюмень: ИКЗ СО РАН, 2010. 23 с.
  11. Роман Л. Т. Мерзлые торфяные грунты как основания инженерных сооружений. Новосибирск: Наука, 1987. 193 с.
  12. Сороко Э. М. Структурная гармония систем. Минск: Наука и техника, 1984. 265 с.
  13. Стахов А. П. Введение в алгоритмическую теорию измерения. М.: Советское радио, 1977. 288 с.
  14. Фролов Н. М. Температурный режим гелиотермозоны. М.: Недра, 1966. 156 с.
- arkheologii, antropologii i etnografii*. Tyumen, IPOS SO RAN, 1997, issue 1, pp. 24–35 (in Russian).
4. Kind, N.V. *Pozdne – i poslelednikov'e Sibiri (Novye materialy po absolyutnoi khronologii)* [Late and postglacial period in Siberia. (New data on absolute chronology)]. *Golotsen* [Holocene]. Moscow, Nauka, 1969, pp. 195–201 (in Russian).
  5. Konovalov, A.A., Roman, L.T. *Osobennosti proektirovaniya fundamentov v neftepromyslovykh raionakh Zapadnoi Sibiri*. [Specifics in projecting foundations in oil exploration regions of Western Siberia]. Leningrad, Stroizdat, 1981, 166 pp. (in Russian).
  6. Konovalov, A.A., Ivanov, S.N. *Klimat. fitoproduktivnost' i palinospektry: svyazi, raspredelenie i metodika*

- paleorekonstruktsii*. [Climate. Phytoproductivity and pollen spectra: relations, distribution and procedure of paleoreconstructions]. Novosibirsk, Geo Publ., 2007, 130 p. (in Russian).
7. Konovalov, A.A. *Zakonomernosti razvitiya prirodnykh sistem*. [Regularities in natural system development]. Saarbrucken. Germany. Palmarium academic publishing, 2015, 67 p. (in Russian).
  8. Ledyayeva, A.S. *Obosnovanie optimal'nogo raskroya khlystov metodom lineinogo programmirovaniya* [Substantiation of the optimal timber dressing using linear programming]. *Avtoferat diss. kand. tehn. nauk*. [Extended abstract of Cand.Sci. (Techn.) Diss., St. Petersburg, 2007, 29 p. (in Russian).
  9. Mikheev M.A., Mikheeva, I.M. *Osnovy teploperedachi* [Fundamentals of heat transfer]. Moscow, Energiya, 1973, 320 pp. (in Russian).
  10. Reshetnikov, A.M. *Eksperimental'noe izuchenie me-tastabil'nykh sostoyanii pri dissotsiatsii gazovykh gidratov nizhe temperatury 273 K*. *Diss. kand. tekhn. nauk* [Experimental study of gas hydrates dissociation below the temperature 273 K. Extended abstract of Cand.Sci. (Techn.) Diss.]. Tyumen, IKZ SO RAN, 2010, 23 pp. (in Russian).
  11. Roman, L.T. *Merzlye torfyanye grunty kak osnovaniya inzhenernykh sooruzhenii* [Frozen peat soils as foundations of engineering structures]. Novosibirsk, Nauka, 1987, 193 pp. (in Russian).
  12. Soroko, Ye.M. *Strukturnaya garmoniya sistem* [Structural harmony in systems]. Minsk, Nauka i tekhnika, 1984, 265 pp. (in Russian).
  13. Stakhov, A.P. *Vvedenie v algoritmicheskuyu teoriyu izmereniya* [Introduction to the algorithm measurement theory]. Moscow, Sovetskoe Radio Publ., 1977, 288 pp. (in Russian).
  14. Frolov, N.M. *Temperaturnyi rezhim geliotermozony* [Temperature regime of heliothermozone]. Moscow, Nedra, 1966, 156 pp. (in Russian).

## GENERALIZATION OF CRYOGENIC SYSTEM PARAMETERS

A.A. Konovalov

*Institute of the problems of Northern development, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tyumen P.O. box 2774, 625003 Russia. E-mail: konov@rambler.ru*

The method is proposed of identifying the quantitative relations between the parameters of cryogenic and other natural systems by their normalized values. Normalization of observation results permits us to reduce the amount of actual data required for establishing quantitative relations between them, to compare adequately the diverse values and to obtain a universal solution for a wide range of tasks. A unit segment consisting of  $n$  parts may serve as a geometrical model of interaction between components in any system. The value of its larger (dominant) part  $\varphi$  is determined by the well-known equation of generalized golden section. The value of  $n$  reflects the dimensionality of the system. For  $n = 1$ , the equation is one-dimensional; for  $n = 2$ , two-dimensional; for  $n = 3$ , three-dimensional, etc. Value  $n = 2$  is the most common, as all shape-forming surfaces can be divided into flat fragments and multicomponent systems may be reduced to bicomponent systems, presenting it as a dichotomy between the dominant components and the sum of the others. The connection is revealed between the generalized golden section and the relative durability of solids, in particular, frozen soils and ice. The generalized equations are derived connecting the force of rock freezing and temperature; crystallization temperature and hypothermia pore moisture; temperature and pressure of crystallization; dissociation pressure of gas hydrates and temperature; coefficient of thermal conductivity of soils and the degree of saturation, etc. Mainly polynomial or exponential nature of these relations is shown, with numerical coefficients of calculation formula being close to the golden section proportions.

**Key words:** *cryogenic systems, generalization, the golden section, stability, crystallization, supercooling.*