

УДК 550.343.6

НЕЛИНЕЙНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ АТМОСФЕРЫ НАД ЭПИЦЕНТРОМ СЕЙСМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ. ЧАСТЬ 1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

© 2013 г. В. А. Павлов, С. В. Лебедев

Санкт-Петербургский государственный университет (физический факультет), г. Санкт-Петербург
e-mail: pavlov.valery@mail.ru

Поступила в редакцию 12.01.2012 г.
После доработки 09.01.2013 г.

Данная работа посвящена изучению пространственно-временных вариаций атмосферы и выявлению нелинейных эффектов над эпицентром сейсмического воздействия. На основе метода Ландау–Уизема получено аналитическое описание нелинейной эволюции акустического импульса при воздействии на атмосферу землетрясений с магнитудой более $M = 4-5$ и наземных взрывов с энергией более 30–1000 тонн тротилового эквивалента. Сравнение сейсмических данных и данных о воздушных взрывах позволило получить формулу для оценки доли энергии землетрясений, выделяемой в атмосферу. Проведена характеристика сейсмических явлений по величине нелинейных эффектов, возникающих в атмосфере.

DOI: 10.7868/S0016794013060096

1. ВВЕДЕНИЕ

Земная атмосфера является специфической лабораторией для изучения многих сложных физических процессов, обусловленных нелинейным воздействием акустических волн большой амплитуды. Исследование отклика атмосферы на сейсмические и антропогенные источники (запуски ракет, мощные наземные выделения энергии подземные ядерные испытания...) имеет большое значение для понимания физики атмосферы. Результаты этих работ могут быть использованы для идентификации откликов в атмосфере на воздействия волн цунами и на воздействия предвестников землетрясений. Отметим, что работы в данном направлении сыграли существенную роль в понимании механизма связей в системе литосфера – атмосфера-ионосфера [Гохберг и Шалимов, 2008; Ахмедов, 2004; Липеровский и др., 2008; Afraimovich et al., 2001]. Акустическая ветвь волновых процессов может возбуждать в атмосфере нелинейные эффекты [Павлов, 1986].

Существует многочисленный цикл работ: [Гохберг и Шалимов, 2008, Liu and Yeh, 1971; Row, 1967; Pierce, 1963; Pierce et al., 1971], посвященных исследованию влияния акустико-гравитационных волн на атмосферу и ионосферу Земли. Это более медленный, чем акустический-дозвуковой механизм перемещения возмущений. Характерные временные масштабы акустико-гравитационных волн порядка и более 1 минуты. Распространение таких волн практически происходит без возникновения нелинейных эффектов.

До настоящего времени отсутствует достаточно надежная интерпретация экспериментальных данных, обусловленных влиянием на атмосферу воздействия акустических волн большой амплитуды.

Данная работа посвящена изучению пространственно-временных вариаций атмосферы и выявлению нелинейных эффектов над эпицентром сейсмического воздействия. Целью исследования является получение аналитических представлений полей на различных расстояниях от поверхности Земли. На основе метода Ландау–Уизема получено аналитическое описание нелинейной эволюции акустического импульса при воздействии на атмосферу землетрясений с магнитудой более $M = 4-5$ и наземных взрывов с энергией более 30–1000 тонн тротилового эквивалента. Сравнение сейсмических данных и данных о воздушных взрывах позволило получить формулу для оценки доли энергии землетрясений, выделяемой в атмосферу. Проведена характеристика сейсмических явлений по величине нелинейных эффектов, возникающих в атмосфере.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В АТМОСФЕРЕ ДЛЯ СЛУЧАЯ СЛАБЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ, КОГДА ДОПУСТИМА ИДЕАЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Линейное приближение волнового процесса, возбуждаемого точечным источником в неоднородной атмосфере при пренебрежении влиянием

диссипации, опишем неоднородными уравнениями газовой динамики (влияние Земли будет учтено, приближено введением амплитудного множителя 2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial t} + \text{div}[\rho_0(z)V] &= f_1(t)\delta(r)\delta(z), \\ \rho_0(z)\frac{\partial V}{\partial t} + \nabla p' - \rho'ge_z &= f_2(t)\delta(r)\delta(z), \\ \frac{\partial p'}{\partial t} + \gamma p_0(z)\text{div}V &= f_3(t)\delta(r)\delta(z), \end{aligned}$$

где r, z – цилиндрические координаты, p_0, ρ_0 – невозмущенные значения давления и плотности атмосферы, p', ρ' – возмущенные значения давления и плотности атмосферы, V – скорость, g – ускорение силы тяжести, γ – отношение удельных теплоемкостей, δ – дельта-функция Дирака, f_1, f_2, f_3 – функции, описывающие действие сторонних точечных источников массы, импульса и энергии, $z = 0, r = 0$ – координаты источника.

Используем простейшую закономерность – экспоненциальный профиль, описывающую неоднородность атмосферы в невозмущенном состоянии:

$$p_0(z) \propto \rho_0(z) \propto \exp(-z/H), \quad H = \text{const.}$$

Вдали от источника ($z > z_* > 0$), в окрестности оси $r = 0$ ($r \ll \sqrt{r^2 + (z - z_*)^2}$) и при выполнении условия $0 < z_* \ll H$, справедливо приближенное представление для вертикальной компоненты скорости в виде одномерной волны:

$$V_z \approx \Phi(z/z_*, H/z_*) \frac{\partial f(t - (z - z_*)/a_0)}{\partial t}, \quad (1)$$

где Φ – “медленный” безразмерный геометрический фактор, зависящий от двух параметров $z/z_*, H/z_*$:

$$\Phi(z/z_*, H/z_*) = (z/z_*)^{-1} \exp\left(\frac{z/z_* - 1}{2H/z_*}\right). \quad (2)$$

В точке $z = 0$ имеется сингулярность. Функция Φ в (2) имеет минимум на уровне $z = 2H$. При $z = z_*$ имеем представление $\Phi = 1, V_z = \frac{df(t)}{dt}$. Функция $f(t)$ характеризует смещение атмосферы на уровне $z = z_*$ над эпицентром сейсмического источника, $a_0 = \sqrt{\gamma p_0(0)/\rho_0(0)} = \sqrt{\gamma g H} = \text{const}$ – скорость звука в линейном приближении.

Возмущения давления и плотности атмосферы представляются в виде

$$p'/p_0(z) \approx \Phi(z/z_*, H/z_*)((2 - \gamma)f/2H - \gamma \partial f/\partial z), \quad (3)$$

$$\rho_0/\rho_0(z) \approx \Phi(z/z_*, H/z_*)(f/2H - \partial f/\partial z). \quad (4)$$

Следует отметить, что представления (3)–(4) соответствуют идеализации простых волн, когда $p' = p'(V_z(t, z)), \rho' = \rho'(V_z(t, z))$. В описании (1)–(4) задача о возбуждении полей сторонними источниками заменена заданием на уровне $z = z_*$ начального условия $f(t)$, описывающего смещение атмосферы.

В случае учета медленной зависимости $H(z)$ возможна приближенная замена

$$\Phi \rightarrow (z_*/z) \exp\left(\int_{z_*}^z \frac{dz'}{H(z')}\right). \quad (5)$$

В случае учета медленной зависимости $a_0(z)$ возможна приближенная замена в формулах (1), (3), (4)

$$z/a_0 \rightarrow \int_0^z \frac{dz'}{a_0(z')}. \quad (6)$$

3. ВЫДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ И МОЩНЫХ ВЗРЫВАХ

Для выявления наиболее типичных закономерностей влияния мелкофокусных ($z > -60$ км) сейсмических явлений на атмосферу на основе аналитических исследований, и для определения доли энергии, поступающей в атмосферу, целесообразно ввести понятие упрощенного “эталонного сейсмического явления”. Для этого моделируем наиболее существенные параметры таких землетрясений следующим образом.

1. Источник представляем точечным, помещенным в атмосферу на высоту $z = +0$ на оси $r = 0$.

2. Влияние поверхности Земли в области $z > +0$ учтем введением амплитудного множителя 2.

3. Зададим вид профиля положительной фазы движения (фазы сжатия) в источнике. При этом используем данные [Бруд, 1976; Безрученко и Павлов, 1997] о связи полного выделения энергии при точечном взрыве в воздухе и видом профиля положительной массовой скорости на уровне поверхности Земли $V_z(t, z = 0) \geq 0$.

На основе анализа результатов численных расчетов можно обнаружить закономерность, устанавливающую пропорциональность двух параметров S_+ и $(W_0)^{1/3}$:

$$S_+(z = 0) \equiv \int_{t_1}^{t_2} V_z(t, z = 0) dt \sim W_0^{1/3}, \quad (7)$$

где t_1, t_2 – время начала и время окончания положительной фазы движения, z – вертикальная координата, $z = 0$ – уровень поверхности Земли.

Влияние точечного источника на высоте $z = z_* > 0$ характеризуется интегральной зависимостью (7). Оказывается, имеется представление

$$S_+(z_*) \equiv \int_{t_1}^{t_2} V_z(t, z_*) dt = 2 \times 10 B(z_*) W_0^{1/3}, \quad (8)$$

$$W_0 = \delta W_1, \quad \delta < 1,$$

коэффициент 2 в формуле (8) учитывает влияние границы раздела Земля – воздух, W_0 – энергия, выделяемая в атмосферу, W_1 – энергия, выделяемая в очаге. Высоту $z_* > 0$ можно задавать произвольно, выполняя условие $z_* < H$. При выборе $z_* = 2$ км имеем значение параметра $B \approx 1 \frac{\text{М}}{(\text{КТ})^{1/3}}$.

Коэффициент δ устанавливает взаимосвязь между энергиями W_0 и W_1 . Ниже размерность энергии будет использоваться либо в килотоннах тротилового эквивалента и обозначаться W , либо в джоулях и обозначаться E (имеет место связь $1 \text{ КТ} = 4.2 \times 10^{12}$ Дж). Конечно, такой подход позволяет по известной величине энергии W_0 определить только интегральный параметр S_+ , а конкретный вид функции $V_z(t, z_*)$ остается произвольным.

Определение вида профиля $V_z(t, z_*)$ следует делать на основе эмпирических данных. Наличие связи различных параметров землетрясений с магнитудой M и энергией W_1 , E , дает возможность для оценки доли энергии, поступающей в атмосферу. Для оценки пространственно-временных характеристик движения поверхности Земли в эпицентре землетрясения, как правило, прибегают к исследованию зависимостей таких параметров как: зависимость радиуса возмущенной области на поверхности Земли r , длительности “толчка” t_0 , ускорения движения поверхности Земли в эпицентре w_0 , скорости движения поверхности в эпицентре V_0 . При этом, геометрические, динамические и спектральные параметры очага получаемые из анализа эмпирических сейсмических данных связываются с магнитудой землетрясения.

Для связи высвободившейся при толчке упругой энергии и шкалы магнитуд будем пользоваться эмпирической формулой предложенной Б. Гутенбергом–Ч. Рихтером [Gutenberg and Richter, 1956a; Касахара, 1985] $\lg E = 1.5M + 4.8$, где E – в Дж.

Связь временного масштаба $t_0(c)$ с магнитудой землетрясения опишем эмпирической формулой [Потапов и Чернов, 2007] $\lg(t_0) = 0.207M - 0.62$.

Значения максимальных ускорений поверхности Земли в эпицентре $w_0(\text{см}/\text{с}^2)$ характеризуются соотношением [Gutenberg and Richter, 1956b] $\lg(w_0) = -2.1 + 0.81M - 0.027M^2$.

Радиус области деформации поверхности земли $r(\text{км})$ связан с магнитудой землетрясения эмпирической формулой, для описания указанной связи воспользуемся зависимостью предложенной Хамидовым [Хамидов, 2009] $r = 11.321 \cdot e^{0.476M}$.

Радиус области деформации как характеристика проявления землетрясения на поверхности достаточно важна. Несомненно она связана и с географией места землетрясения и с такими характеристиками очага как глубина залегания и объем. Формула предложенная Л.А.Хамидовым хорошо согласуется с формулами предложенными такими авторами как [Gutenberg and Richter, 1956a; Добровольский и др., 1980].

Необходимые для дальнейшего анализа зависимости параметров землетрясений от значений магнитуды и от пересчитанных значений выделяющейся в очаге энергии, представлены на рис. 1. Отметим, что значения $W_1(M)$ на рис. 1. отличаются от данных [Гласс, 1977] меньше приблизительно в 2 раза.

Для проведения оценок используем аппроксимацию $V_z(t, z_*) = V_0(W_1) \sin\left(\frac{t}{t_0} \pi\right)$, $t_1 = 0$, $t_2 = (W_1)$, $0 \leq t \leq t_0$. Это дает аналитическое представление

$$\delta = \frac{W_0}{W_1} \approx \frac{2}{W_1} \left[\frac{V_0(W_1) t_0(W_1)}{10\pi} \right]^3.$$

Применим зависимости $t_0(W_1)$ и $V_0(W_1)$ на рис. 1, и получим график рис. 2 для функции $\delta = \delta(W_1)$. Следует отметить, что используемая аппроксимация $V_z(t, z_*)$ является грубым описанием реальной скорости движения поверхности Земли при землетрясении. Это замечание в наибольшей степени относится к сильным землетрясениям ($M \geq 7$). В конце 1-го раздела отмечалось, что согласно работе [Гласс, 1977] значения $W_1(M)$ меньше приблизительно в 2 раза, чем использованные при построении графика рис. 2 для функции $\delta = \delta(W_1)$. Если встать на позицию [Гласс, 1977], то значения $\delta = \delta(W_1)$ следует уменьшить в два раза.

Представление (8) не годится для характеристики глубокофокусных землетрясений ($z < -60$ км). В таких условиях существенно плавление материала и основная доля энергии при этом остается в окрестности очага. Параметр δ у глубокофокусных землетрясений не зависит от магнитуды M .

Отметим общие закономерности, возникающие при воздействии точечных источников и источников конечных размеров. Из уравнений газовой динамики следует вывод о том, что импульс не может быть однополярным. Обязательно наличие как области сжатия (область положительной фазы: $V_z > 0$), так и области разрежения (об-

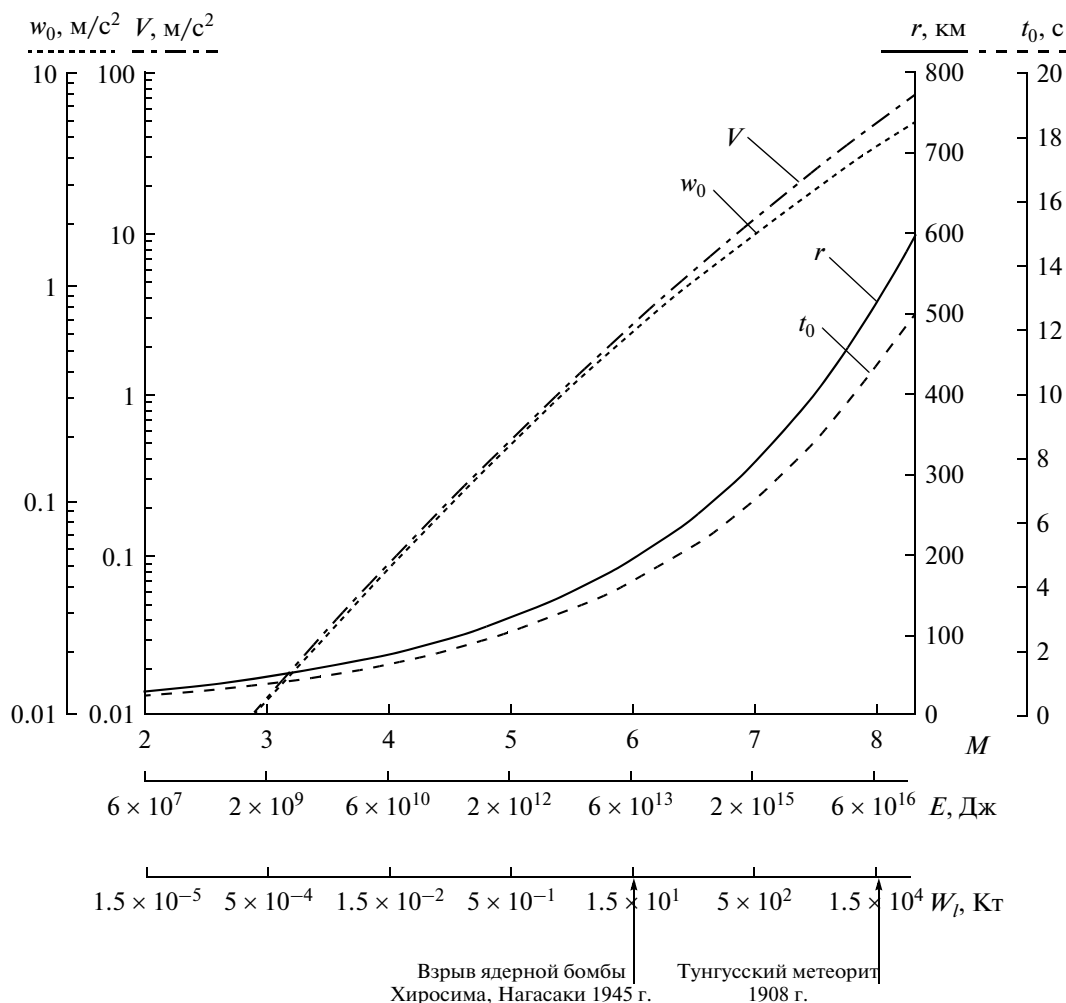


Рис. 1. Усредненные зависимости максимальных ускорений w_0 (м/с^2), скоростей поверхности в эпицентре V (м/с), радиуса области деформации r (км), длительности “толчка” t_0 (с) от величины магнитуды M и энергии землетрясения в очаге E (Дж) или W_1 (КТ).

ласть отрицательной фазы: $V_z < 0$). Это обстоятельство позволило Ландау [1945] сделать вывод о возможности формирования не менее двух ударных волн на далеких расстояниях от места расположения источника, при условии слабого влияния диссипации. Простейшей ситуацией является формирование дипольного импульса с N -образным профилем. При малом выделении энергии конкурирующее влияние диссипации может “препятствовать” формированию второй ударной волны, и даже может препятствовать формированию первой ударной волны.

Бесконечный плоский источник, ортогональный оси z , возбуждает плоскую волну. Такая волна может состоять из одних только сгущений или одних только разрежений.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ДЛЯ СЛУЧАЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ, КОГДА В АТМОСФЕРЕ ВОЗБУЖДАЮТСЯ СЛАБЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Ландау [1945], Whitham [1950] и Уизем [1977] независимо предложили способ приближенного описания нестационарных одномерных ударных волн малой интенсивности в средах без дисперсии и без диссипации. Делается это на основе специальной модификации решения линейного приближения. Описание “геометрических” эффектов (в нашей задаче это факторы Φ и H в формулах (1, 3, 4)) используются без изменений из линейного приближения для “простых” волн. Влияние нелинейности учитывается при замене $f(t) \rightarrow f(\tau)$, $\tau = \tau(t, z)$, где $\tau = \tau(t, z)$ — неизвестная функция. Она вводится таким образом, чтобы для

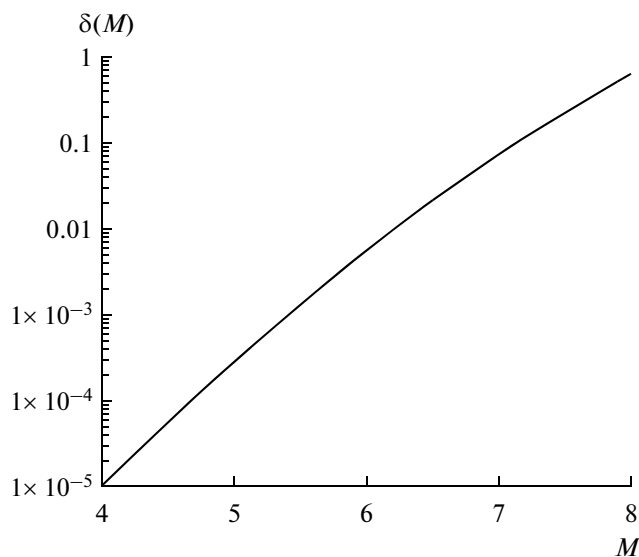


Рис. 2. Зависимость доли энергии $\delta = W_0/W_1$ выделяемой в атмосферу от величины магнитуды землетрясения M . $W_0(KT)$ — энергия, выделяемая в атмосферу, $W_1(KT)$ — энергия, выделяемая в очаге.

нелинейных волн малой интенсивности получить первое приближение по малому параметру $|V/a_0| \ll 1$. Здесь V/a_0 — это локальное число Маха.

Характеристическая форма записи уравнений газовой динамики для одномерных волн имеет вид

$$\left[\frac{\partial p}{\partial t} + (V \pm a) \frac{\partial p}{\partial z} \right] + \rho a \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (V \pm a) \frac{\partial V}{\partial z} \right] + \rho a g = 0,$$

здесь и ниже $V_z \equiv V$, индекс z опущен, a — нелинейная характеристическая скорость (нелинейная скорость звука), $a = \sqrt{\gamma p/\rho}$, $p = p_0 + p'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$, скорость a зависит от величины поля: $a = a(V)$. Знаки \pm соответствуют C_+ и C_- характеристикам. Скорость звука в линейном приближении a_0 соответствует значению $a_0 = a(0)$. Ниже потребуем выполнения уравнения для C_+ характеристики (для волны, распространяющейся в сторону $z \rightarrow +\infty$) в виде соотношения $dz/dt = V + a(V)$ на линиях $\tau(t, z) = \text{const}$:

$$dz/dt = V + a(V) \text{ при } \tau(t, z) = \text{const}. \quad (9)$$

Исследуем только область, где отсутствует нелинейное взаимодействие волн, идущих в разные стороны. Используемая идеализация соответствует тому, что скорость фронта совпадает с характеристической скоростью $a = a(V)$ при условии непрерывности профиля функций $f(\tau)$ и $df/d\tau$. При формировании слабой ударной волны, скорость перемещения ударного фронта будет определяться как среднее арифметическое $\frac{a_1 + a_2}{2}$ (используется

обозначение a_1, a_2 — значения a перед фронтом и позади фронта). Уравнение (9) заменим эквивалентным соотношением

$$\frac{dt}{dz} = \frac{1}{V + a[\Phi(z)f(\tau)]} \text{ при } \tau(t, z) = \text{const}, \quad (10)$$

где геометрический фактор $\Phi = \Phi(z)$ задается формулой (2) при выполнении условия $H = \text{const}$, или имеет место представление (5) при учете неоднородности $H = H(z)$. Из (10) следует

$$t = \int_{z_*}^z \frac{dz'}{V + a\{\Phi(z')f(\tau)\}} + T(\tau), \quad (11)$$

где интегрирование происходит при постоянном значении τ . Выберем функцию $T(\tau)$ в виде $T(\tau) = \tau + (z - z_*)/a_0$. Это обеспечивает предельный переход, соответствующий линейному приближению в окрестности уровня $z = z_*$: $\tau \rightarrow t - (z - z_*)/a_0$ при $z \rightarrow z_*$.

Уравнение (11) определяет функцию $\tau(t, z)$. Удобство такого описания заключается в том, что положение волнового фронта находится независимо от решения задачи в целом. Нелинейную модификацию полей V, p', ρ' получаем из представлений (1, 3, 4). Делается это при замене $f(t) \rightarrow f(\tau)$, $\tau = \tau(t, z)$. Как отмечалось выше, эта процедура была предложена впервые в работах [Ландау, 1945; Whitham, 1950; Уизем, 1977]. На основе метода “деформированных координат” удается [Lighthill, 1949] обосновать такую модификацию как первое приближение по малому параметру $|V/a_0| \ll 1$.

Используем разложение в ряд подынтегральной функции в (11) при условии $H = \text{const}$, и получим

$$t = (\tau + (z - z_*)/a_0) - k \int_{z_*}^z \Phi(z') dz' \left\{ \frac{df}{d\tau} - \frac{(\gamma - 1)a_0 S(\tau)}{2(\gamma + 1)H} \right\}, \quad (12)$$

где $k \equiv \frac{\gamma + 1}{2a_0^2}$, $\int_{z_*}^{\infty} \Phi(z') dz' = z_* \exp(-z_*/2H) \varphi(z)$,

$$\varphi(z) \equiv \int_{z_*}^z \frac{dz'}{z'} \exp(z'/2H) = E_i(z/2H) - E_i(z_*/2H),$$

$$S(\tau) \equiv \int dt V(t, z_*).$$

E_i — интегральная показательная функция, имеющая приближенные представления:

$$\begin{aligned} \varphi(z) &\approx \ln(z/z_*) + (z - z_*)/2H \text{ при } z_*/2H < z/2H < 1, \\ \varphi(z) &\approx (2H/z) \exp(z/2H) \times \\ &\times \left\{ 1 + O(2H/z) - \right. \\ &\left. - (z/2H) \exp(-z/2H) \ln(z_*/2H) \right\} \end{aligned}$$

при $z_*/2H < 1, z/2H > 1$.

На уровне $z = z_*$ имеем представление $V(t, z_*) = df(t)/dt = df(t)/d\tau$. Функцию $V(t, z_*)$ возьмем в виде дипольного импульса рис. 3, задав интегральную связь $V(t, z_*)$ с энергией, W_0 поступившей в атмосферу $S_+(z_*) \equiv \int_{\tau_1}^{\tau_2} V_z(t, z_*) dt = 2 \times 10 B(z_*) W_0^{1/3}$, $W_0 = \delta W_1, \delta < 1$.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ УРОВНЯ $z = z_{\otimes}$, НА КОТОРОМ НАЧИНАЕТ ФОРМИРОВАТЬСЯ УДАРНЫЙ РАЗРЫВ

Это положение характеризуется возникновением огибающей у однопараметрического семейства линий и описывается совокупностью двух уравнений $t = t(z_{\otimes}, \tau), \partial t / \partial \tau = 0$.

Следствием является представление

$$\varphi(z_{\otimes}) = 2z_*^{-1} a_0^2 \exp(z_*/2H) \times \{(\gamma + 1) \max f''(\tau) - (\gamma - 1) a_0 / 2H f''(\tau)\}^{-1} \quad (13)$$

Штрихом в формуле (13) и ниже обозначены производные по аргументу. Справедливо неравенство $\{(\gamma + 1) \max f''(\tau) - (\gamma - 1) a_0 / 2H f''(\tau)\} > 0$, что является следствием соотношений

$$2 \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left| \frac{H V'(\tau)}{a_0^2} \right| \propto O(1), \left| \frac{V(\tau)}{a_0} \right| \ll 1.$$

Ударный разрыв начинает формироваться в точке с максимальным значением ускорения.

Для получения оценочных представлений уровня $z = z_{\otimes}$ можно использовать приближенные формулы:

$$\begin{aligned} \varphi(z_{\otimes}) &\approx 2z_*^{-1} a_0^2 \exp(z_*/2H) \{(\gamma + 1) \max f''(\tau)\}^{-1}, \\ \varphi(z) &\approx 2H/z \exp(z/2H), \\ z_{\otimes} &\approx 2H \ln(\Omega \ln \Omega), \\ \Omega &\equiv 2a_0^2 \exp(z_{\otimes}/2H) [z_{\otimes}(\gamma + 1) \max f''(\tau)]^{-1}. \end{aligned}$$

На рисунке 4 линия *ab* характеризует зависимость $z_{\otimes} = z_{\otimes}(W_0)$ в ситуации, когда роль нелинейности преобладает над влиянием диссипации (влияние диссипации будет оценено ниже в разделе 8).

6. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯ В АТМОСФЕРЕ НИЖЕ УРОВНЯ z_{\otimes}

В этой области происходит непрерывная нелинейная эволюция по мере распространения волны вверх от уровня $z = z_*$. На начальном этапе нелинейность проявляется слабо, что позволяет использовать приближенное представление

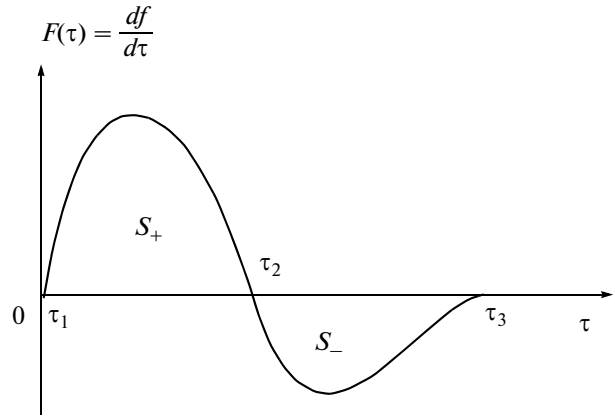


Рис. 3. Двупольный профиль возмущения скорости атмосферы $F(\tau)$ над уровнем $z = z_*$.

$\tau(t, z) \approx t - (z - z_*)/a_0 + \Delta(t, z)$, где Δ – малый поправочный член:

$$\begin{aligned} \Delta &\approx (z_*/a_0) \exp(-z_*/2H) \varphi(z) \times \\ &\times \left\{ \frac{(\gamma + 1) \frac{\partial f}{\partial t}(t - (z - z_*)/a_0)}{2a_0} - \frac{(\gamma - 1) S(t - (z - z_*)/a_0)}{4H} \right\}, \\ z_* &< z \ll z_0. \end{aligned}$$

Нелинейность проявляется в эффекте “фазовой модуляции”. Фронт перемещается со скоростью близкой к линейной скорости звука a_0 . Происходит деформация профиля волны, различные участки перемещаются с разными скоростями, увеличивается длительность положительной и отрицательной фаз импульса. Длительность отрицательной фазы при этом увеличивается больше, чем длительность положительной фазы [Касахара, 1985].

7. НЕЛИНЕЙНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА ПОСЛЕ ОБРАЗОВАНИЯ УДАРНОГО ФРОНТА ($z > z_{\otimes}$)

Выше уровня начала возникновения разрыва (на уровне $z = z_{\otimes}$ скачок поля еще отсутствует) происходит формирование ударной волны конечной интенсивности. В рамках применимости метода [Ландау, 1945; Whitham, 1950; Уизем, 1977] это слабая ударная волна. В зависимости от конкретного вида профиля $V(\tau)$, возможны две различные закономерности формирования этой волны.

1. Функция $V(\tau)$ в промежутке между нулевым значением и максимальным ее значением имеет точку перегиба $\tau = \tau_p$. При этом $\max f''(\tau) = f''(\tau_p)$, $f'(\tau_p) \neq 0$.

Именно в окрестности точки перегиба происходит образование ударной волны. В такой ситуации в точке $z = z_{\otimes}(t_{\otimes})$ формируется “предвестник”: перед ударным фронтом образуется возмущенная об-

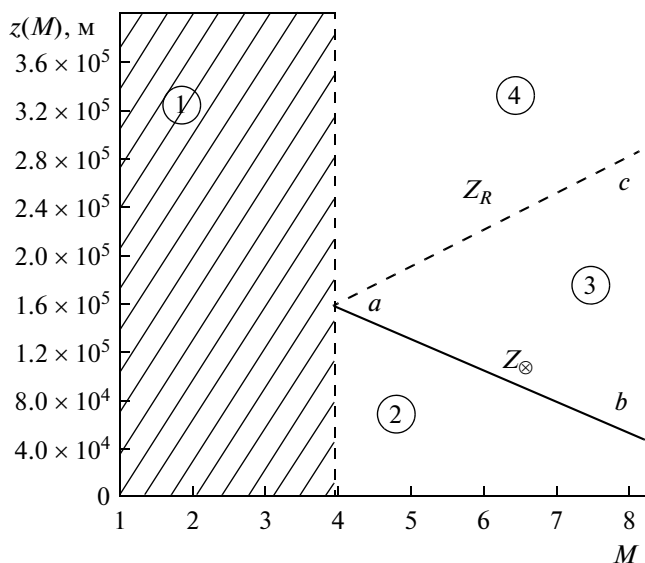


Рис. 4 Диаграмма областей различного проявления эффектов в атмосфере:

1. область линейной эволюции. 2. область нелинейной эволюции, предшествующая образованию ударной волны. “*ab*” – уровень начала формирования ударного скачка. 3. область нелинейной трансформации ударной волны при условии пренебрежения диссипацией. 4. область, в которой влияние диссипации преобладает над влиянием нелинейности. Линия “*ac*” – уровень равного влияния диссипации и нелинейности.

ласть атмосферы. Значение $t = t_{\otimes}$ соответствует моменту возникновения ударной волны. Реализуется “внутренний разрыв” профилей функций $V(\tau)$, $\rho(\tau)$, $\rho(\tau)$. Существует универсальное правило. После формирования слабой ударной волны, скорость перемещения ее фронта U определяется как среднее арифметическое значение характеристической скорости по разные стороны от ударного фронта (в рассматриваемой задаче это скорость звука):

$$U \approx \frac{a_1 + a_2}{2}. \quad (14)$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся к значениям a перед фронтом и позади фронта соответственно.

2. Функция $V(\tau)$ в промежутке между нулевым значением и максимальным ее значением не имеет точки перегиба. При этом справедливы представления

$$\max f''(\tau) = f''(0), \quad f'(0) = 0.$$

В такой ситуации формируется так называемая “головная ударная волна”, и перед ее ударным фронтом все время остается невозмущенное состояние атмосферы. Скорость перемещения ударного U фронта будет определяться как среднее арифметическое значение $\frac{a_0 + a_2}{2}$, так как

$$a_1 = a_0.$$

Перейдем к исследованию основных закономерностей в области $z > z_{\otimes}$. Пусть положение точки в среде описывается уравнением $z = z(t)$. В окрестности ударного фронта справедливо приближенное представление $\frac{dz}{dt} \approx a$, и скорость ударного фронта можно описать соотношением $U \approx \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dz}{dt} \right)_1 + \left(\frac{dz}{dt} \right)_2 \right]$.

С точностью до членов второго порядка малости эволюцию фронта можно описывать уравнением

$$\frac{1}{U(z)} \approx \frac{dt(z)}{dz} \approx \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dt}{dz} \right)_1 + \left(\frac{dt}{dz} \right)_2 \right], \quad (15)$$

где функция $t(z)$ описывает положение фронта на основе уравнения (12), поэтому имеем представление $\frac{1}{U(z)} \approx \left(\frac{dt}{dz} \right)_{1,2} \approx a_0^{-1} - k\Phi(z) \left(\frac{df}{d\tau} \right)_{1,2} + \tau_{1,2}$.

Если встать на позицию описания процесса непрерывной функцией, то в области $z > z_{\otimes}$ профиль волны деформируется настолько, что в нем возникает неоднозначность. Эта неоднозначность устраняется введением разрыва профиля. При формировании такого скачка поля справедливо правило “равных площадей” [Уизем, 1977]: площадь ограниченная непрерывным профилем равна площади ограниченной разрывным профилем. Это дает дополнительное уравнение в такой ситуации $\frac{1}{2} \{F(\tau_1) + F(\tau_2)\} (\tau_2 - \tau_1) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} F(\tau) d\tau$.

С учетом уравнения (12), это соотношение принимает вид

$$\frac{k}{2} (F_2^2 - F_1^2) \int_{z_{\otimes}}^z \Phi(z) dz = \int_{\tau_1}^{\tau_2} F(\tau) d\tau, \quad F_{1,2} \equiv F(\tau_{1,2}). \quad (16)$$

Таким образом, формулируется система уравнений (15)–(16), описывающая эволюцию фронта слабой ударной волны.

Избегая громоздких формул, ниже ограничимся описанием только головной ударной волны. Для головной ударной волны $F_1 = 0$ и из (16) следует представление

$$F_2 = \frac{\sqrt{2 \int_{\tau_1}^{\tau_2} F(\tau) d\tau}}{\sqrt{k \int_{z_{\otimes}}^z \Phi(z') dz'}}, \quad F_1 = 0. \quad (17)$$

Нелинейное описание полей при наличии слабой нелинейности имеет вид

$$V \approx \Phi(z) \frac{df}{d\tau}, \quad \frac{df}{d\tau} \equiv F(\tau),$$

$$\frac{\rho'}{\rho_0(z)} \approx \Phi(z) \left[\frac{f}{2H} + \frac{1}{a_0} F(\tau) \right] \approx \Phi(z) \frac{1}{a_0} F(\tau) = \frac{V}{a_0},$$

$$\frac{p'}{p_0(z)} \approx \Phi(z) \left[\frac{f}{2H(2-\gamma)} + \frac{\gamma}{a_0} F(\tau) \right] \approx \Phi(z) \frac{\gamma}{a_0} F(\tau) = \frac{\gamma V}{a_0}.$$

Интенсивность полей пропорциональна фактору Ψ :

$$\Psi = \frac{\Phi(z)}{\sqrt{\int_{z_*}^z \Phi dz}}, \quad \Phi(z) = (z/z_*)^{-1} \exp\left(\frac{z/z_* - 1}{2H/z_*}\right).$$

Эта формула является обобщением известных асимптотик на случай экспоненциальной модели неоднородности среды. Для плоских волн в однородной среде $\Phi^{(1)} = \text{const}$ и (17) дает асимптотику Крюссара (1913 г.): $\Psi^{(1)} \propto z^{-1/2}$. Для цилиндрических и сферических волн в однородной среде соответственно имеют место представления $\Phi^{(2)} = z^{-1/2}$ и $\Phi^{(3)} = z^{-1}$ (здесь в качестве координаты z понимается радиальная координата). Формула (17) дает асимптотики Ландау (1945 г.) для цилиндрических и сферических волн: $\Psi^{(2)} \propto z^{-3/4}$ и $\Psi^{(3)} \propto \frac{1}{z\sqrt{\ln z}}$. Как было отмечено выше, плоская волна может состоять из одних только сгущений или одних только разрежений. Ландау первым обратил внимание на то, что наличие законов сохранения приводит к тому, что у цилиндрических и у сферических волн существование области сгущения, обязательно приводит к возникновению области разрежения [Ландау, 1945].

Скачок плотности $[\rho']$, скачок давления $[p']$ и скачок скорости $[V]$ на фронте головной ударной волны даются соотношениями

$$[\rho'] \approx a_0^{-1} \rho_0(z) \Phi_2(z) F(\tau_2),$$

$$[p'] \approx \gamma a_0^{-1} p_0(z) \Phi_2(z) F(\tau_2),$$

$$[V] \approx \Phi(z) F(\tau_2)$$

$$\tau_2 \approx [t - (z - z_*)/a_0] + kF(\tau_2) \int_{z_*}^z \Phi(z') dz',$$

$$\tau_1 \approx [t - (z - z_*)/a_0],$$

где $F(\tau_2)$ описывается формулой (17), $F(\tau_1) = 0$.

Длительность Δt области сгущения в головной ударной волне определяется соотношением

$$\Delta t \equiv \tau_2 - \tau_1 \approx kF(\tau_2) \int_{z_*}^z \Phi(z') dz' =$$

$$= \sqrt{2k \int_{z_*}^z \Phi(z') dz'} \int_0^{\tau_2} F(\tau) d\tau. \tag{18}$$

Так как $[V] \approx \Phi(z)F(\tau_2)$, то имеет место закономерность, определяющая взаимосвязь скачка скорости $[V]$ и длительности Δt

$$\frac{\Delta t}{[V]} \approx k \frac{\int_{z_*}^z \Phi(z') dz'}{\Phi(z)} \equiv G(z). \tag{19}$$

Согласно (19) для плоских, цилиндрических и сферических ударных волн в однородной среде имеются асимптотики $G^{(1)} \propto G^{(2)} \propto z$, $G^{(3)} \propto z \ln z$.

Скорость фронта головной ударной волны U описывается на основе формулы (15)

$$\frac{1}{U} \approx \frac{1}{2} \left\{ \frac{2}{a_0} - k\Phi(z)F(\tau_2) \right\},$$

$$U \approx a_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} a_0 k \Phi(z) F(\tau_2) \right\}, \quad \frac{1}{2} a_0 k \Phi(z) F(\tau_2) < 1.$$

Движение точки перехода от сжатия к разрежению происходит с линейной скоростью звука a_0 так как на этом участке профиля возмущения малы и сам профиль непрерывен.

В области $z \gg z_*$ справедливы асимптотические закономерности, в частности формируется “пилообразный” профиль (такой профиль в англоязычных работах называют N -образным профилем). Здесь имеют место закономерности

$$\Delta t = \tau_2 \rightarrow \sqrt{2kS_+ \int_{z_*}^z \Phi(z') dz'},$$

$$[V] \rightarrow \Phi(z) \sqrt{\frac{2S_+}{k \int_{z_*}^z \Phi(z') dz'}},$$

$$U \rightarrow a_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} a_0 k \sqrt{\frac{2S_+}{k \int_{z_*}^z \Phi(z') dz'}} \right\}.$$

Угол α на рис. 5 эволюционирует по закону $\text{ctg} \alpha = G(z)$.

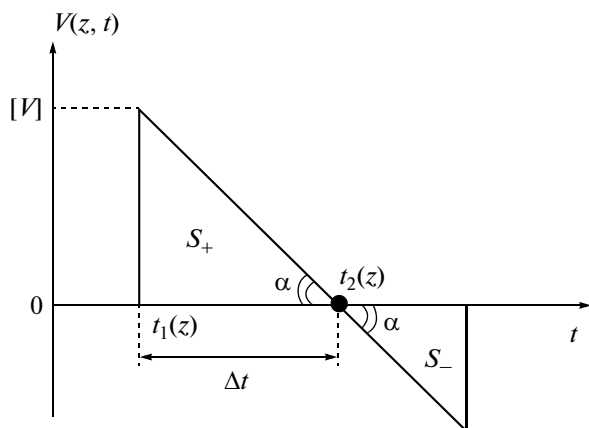


Рис. 5. Асимптотики профиля ударной двуполярной волны.

В реальной ситуации одновременно с нелинейностью действует конкурирующий механизм: диссипация за счет проявления вязкости и теплопроводности. Высоту, на которой влияние нелинейности и диссипации оказывается одинаковой, обозначим как $z = z_R$. На этой высоте число Рейнольдса R равно единице. В зависимости от конкретных характеристик источника (землетрясение, взрыв, извержение вулкана...), возможны различные ситуации. Первая ситуация: $z_{\otimes} > z_R$ (роль нелинейности второстепенна и ударная волна не формируется, так как диссипация предотвращает “опрокидывание”), вторая ситуация: $z_{\otimes} \approx z_R$ (равноправное влияние нелинейности и диссипации, возникает “сглаживание” скачка полей), третья ситуация: $z_{\otimes} < z_R$ (формируется ударная волна, происходит эволюция ее, и затем на высотах $z \gg z_R$ происходит почти линейный диссипативный процесс). Выбор одного из этих трех сценариев зависит от многих факторов, наиболее важными являются: энергия, выделяемая источником, и ускорение среды (атмосферы) при воздействии источника. Наиболее интересной, с точки зрения проявления нелинейных эффектов в атмосфере, является третья ситуация: $z_{\otimes} < z_R$.

8. ВЛИЯНИЕ ДИССИПАЦИИ НА ЭВОЛЮЦИЮ АКУСТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА ПРИ УСЛОВИИ $z_{\otimes} < z_R, z \geq z_R$

Число Рейнольдса R оценим следующим образом $R(z) = \frac{\rho_0(z)V(z)L(z)}{\eta(z)}$, где $L \approx a_0 \Delta t$ — пространственный масштаб импульса, η — коэффициент динамической вязкости атмосферы, $V \approx [V]$, $\Delta t = G/[V]$ — длительность области сгущения в го-

ловной ударной волне. В результате имеем представление $R(z) = A_0(z)G(z)[V(z)]^2$, $A_0(z) = \frac{\rho_0(z)a_0(z)}{\eta(z)}$.

Коэффициент динамической вязкости атмосферы η в диапазоне высот до 200 километров близок к константе: $\eta = (1.8-4.7) \times 10^{-5} \left(\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} \right)$. Параметр A_0 — характеризует атмосферу в невозмущенном состоянии, параметры G и $[V]$ описывают ударную волну. Уравнение для нахождения уровня $z = z_R$ имеет вид $R(z_R) = 1$.

Зависимость $z_R = z_R(M)$ характеризуется линией ac на рис. 4 в ситуации $z_R \geq z_{\otimes}$. Рисунок 4 разбивается на четыре зоны. Зона 1 — ситуация, когда роль нелинейных эффектов пренебрежимо мала, здесь существенно влияние диссипации на линейную эволюцию акустического импульса. Зона 2 — ситуация, когда роль нелинейных эффектов преобладает над влиянием диссипации, в этой зоне происходит нелинейная эволюция и на линии ab начинает формироваться ударная волна. Зона 3 — ситуация, когда роль нелинейных эффектов проявляется в эволюции слабой ударной волны. На линии ac влияние нелинейности и диссипации становится равноправным. Зона 4 — ситуация, когда роль диссипации становится главной.

Возможна различная классификация сейсмических явлений. Проведем характеристику сейсмических явлений по величине нелинейных эффектов, возникающих в атмосфере.

I класс. $M < 4$ — влияние нелинейности на процессы в атмосфере оказывается пренебрежимо малым по сравнению с влиянием других факторов.

II класс. — $M = 4-8$ проявляются слабые нелинейные явления, в атмосфере происходит формирование слабой ударной волны.

Для проведения аналитических оценок влияния диссипации можно использовать следующий прием “поэтапного” рассмотрения [Павлов, 1986]. Нелинейное описание без учета диссипации заканчивается на уровне $z = z_R$. Выше уровня $z = z_R$ для проведения оценок полей используется линейное приближение [Павлов, 1986]. Затухание Фурье компонент полей приближенно описывается на основе идеализации “атмосферного фильтра” [Павлов, 1986; Безрученко и Павлов, 1990] с коэффициентом пропускания $\exp(-\omega^2/\omega_*^2(z))$. На высоте $z = 100$ км, $z = 150$ км, $z = 200$ км, $z = 250$ км. параметр $\omega_*(z)$ имеет [Безрученко и Павлов, 1990] следующие значения 15 с^{-1} , 0.85 с^{-1} , 0.32 с^{-1} , 0.16 с^{-1} .

В области $z > z_R \gg z_*$ для линейного приближения имеем интегральное представление Фурье

$$V(z, t) \approx \exp\left(\frac{z - z_R}{2H}\right) \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega V(z_R, \omega) \exp(-i\omega t - \omega^2/\omega_*^2(z)), \quad (20)$$

где множитель $\exp\left(\frac{z - z_R}{2H}\right)$ учитывает экспоненциальную неоднородность атмосферы. Параметр $\omega_*(z)$ приближенно учитывает влияние вязкости и теплопроводности атмосферы. Функция $V(z_R, \omega)$ – Фурье-образ $V(z_R, t)$. Наиболее простой ситуацией является случай $z \gg z_0$. При этом нелинейная эволюция заканчивается асимптотическим режимом, и функция $V(z_R, t)$ описывает пилообразный профиль. Интеграл Фурье в (20) в этом случае вычисляется в явном виде [Павлов, 1986].

9. ВЫВОДЫ

Получено аналитическое представление отношения между энергией, переходящей в атмосферу W_0 и энергией, выделяемой в очаге W_1 мелкофокусного землетрясения. Представлены аналитические закономерности эволюции полей в атмосфере для случая сейсмических явлений, когда допустима идеализация линейного приближения и получено описание слабых нелинейных эффектов. Исследована область окрестность уровня, на котором начинает формироваться ударный разрыв, и даны соответствующие оценочные представления. Исследованы поля в атмосфере ниже уровня формирования ударного разрыва и изучена нелинейная эволюция акустического импульса после образования ударного фронта. Рассмотрен вопрос влияния диссипации на эволюцию акустического импульса и проведена характеристика сейсмических явлений по величине нелинейных эффектов, возникающих в атмосфере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

– *Ахмедов Р.Р.* Численное моделирование генерации акустико-гравитационных волн и ионосферных возмущений от наземных и атмосферных источников Дис. ... канд. ф.-м. наук. 25.00.29. МГУ им. Ломоносова, Москва. 2004.

– *Безрученко Л.И., Павлов В.А.* О влиянии диссипации на акустический импульс в атмосфере // Изв. АН СССР. сер. ФАО.Т.26.№3.С. 253–259. 1990.

– *Безрученко Л.И., Павлов В.А.* Пространственно-временные характеристики возмущений атмосферы и ионосферы над эпицентром землетрясения // Вестн. СПбГУ. Сер. 4. Физика, химия. № 25. С. 138–141. 1997.

– *Бруд Г.* Пространственные распределения давления, плотности и массовой в ударной волне при точечном взрыве в воздухе. Статья в сборнике: Г. Бруд Расчеты взрывов на ЭВМ. М.: Мир, С. 71. 1976.

– *Гласс И.И.* Ударные волны и человек. М.: Мир, 192с. 1977.

– *Гохберг М.Б., Шалимов С.Л.* Воздействие землетрясений и взрывов на ионосферу; Ин-т физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. М.: Наука, 295 с. 2008.

– *Касахара К.* Механика землетрясений: перевод с англ. М.: Мир, 264 с. 1985.

– *Ландау Л.Д.* Об ударных волнах на далеких расстояниях от места их возникновения // Прикл. матем. и мех. Т. 9. С. 286–300. 1945.

– *Липеровский В.А., Похотелов О.А., Мейстер К.-В., Липеровская Е.В.* Физические модели связей в системе литосфера-атмосфера-ионосфера перед землетрясениями // Геомагнетизм и аэрономия, Т. 48. № 6. С. 831–843. 2008.

– *Павлов В.А.* Распространение сильной сферической ударной волны в атмосфере // Изв. АН СССР Физ. Атмосф. и Океана. Т. 22. № 10. С. 1106–1109.1986.

– *Павлов В.А.* Акустический импульс над эпицентром землетрясения // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 26. № 5. С. 807–815. 1986.

– *Павлов В.А.* Эволюция сильной сферической ударной волны в неоднородной атмосфере // ПМТФ. Т. 10. № 2. С. 95–99. 1988.

– *Павлов В.А.* О воздействии сильной ударной сферической волны на атмосферу и ионосферу Земли // Вестн. СПбГУ. Сер. 4. Физика, химия. Вып. 1. № 1. С. 110–115. 2008.

– *Потапов В.А., Чернов Е.А.* Уравнение макросейсмического поля с конвергентным решением // Геология и геофизика, 2007. Т. 48. № 8. С. 881–888.

– *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 622 с. 1977.

– *Хамидов Л.А.* Количественные модели концентрации напряжений в зонах сейсмоактивных разломов земной коры Дис. ... док. ф.-м. наук. 04.00.22. Ташкент 2009.

– *Afraimovich E.L., Perevalova N.P., Plotnikov A.V., Uralov A.M.* The shock-acoustic waves generated by earthquakes // Ann. Geophys. V. 19. P. 395. 2001.

– *Gutenberg B., Richter C.F.* Magnitude and energy of earthquakes // Ann. Geophys. V. 9. P. 1–15. 1956a

– *Gutenberg B., Richter C.F.* Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration. Bull. Seism. Soc. Am., V. 46. P. 105–143. 1956b.

– *Lighthill M.J.* A technique for rendering approximate solutions to physical problems uniformly valid // Phil. Mag. V. (7). № 40. P. 1179–1201. 1949.

– *Liu C.H., Yeh K.C.* Excitation of acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere // Tellus 23. № 2. P. 150–163. 1971.

– *Pierce A.D.* Propagation of acoustic-gravity waves from a small source above the ground in an isothermal atmosphere// J. Acoustical Soc. Am., 35 P. 1798–1807. 1963.

– *Pierce A.D., Posey J.W., Iliff E.F.* Variation of nuclear explosion generated acoustic-gravity wave forms with burst height and with energy yield // J. Geophys. Res. V. 76. № 21. P. 5025–5042. 1971.

– *Row R.V.* Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere due to a nuclear detonation and an earthquake// J. Geophys. Res. V. 72. № 5. P. 1599–1610. 1967.

– *Whitham G.B.* The propagation of spherical blast // Proceedings of the Royal Society of London. Series A.V. 203. № 1075. P. 571–581. 1950.