

УДК 551.521.3

## ИНЕРЦИОННАЯ СТРАТИФИКАЦИЯ РАЗЛЕТАЮЩЕГОСЯ ВЫСОКОИОНИЗИРОВАННОГО МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ПЛАЗМЕННОГО СГУСТКА

© 2013 г. О. А. Коженкова, А. А. Моторин, Е. Л. Ступицкий

Филиал Московского государственного индустриального университета, г. Сергиев-Посад (Московская обл.)

e-mail: [stup@bk.ru](mailto:stup@bk.ru); [vansp@rambler.ru](mailto:vansp@rambler.ru)

Поступила в редакцию 06.07.2012 г.

После доработки 01.04.2013 г.

Определен начальный состав четырехкомпонентного плазменного сгустка высокой удельной энергии и определены его характеристики в процессе разлета. Показано, что взаимодействие частиц при высокой энергии носит кулоновский характер и это взаимодействие не в состоянии обеспечить одинаковую скорость компонент с различными атомными массами уже в самом начале разлета сгустка, что приводит к их радиальной стратификации.

DOI: 10.7868/S0016794013050106

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваемая в данной работе задача связана с исследованием верхней атмосферы, ионосферы и магнитосферы Земли в естественных условиях и в условиях мощных антропогенных возмущений. В настоящее время геофизические ракетные эксперименты с выбросом в верхнюю атмосферу легкоионизируемого вещества в виде сгустков являются одним из наиболее эффективных средств исследования взаимодействия плазменных потоков с геомагнитным полем, нейтральной и ионизированной атмосферой, процессов генерации магнитогидродинамических возмущений, исследования свечения и ионизации возмущенной области [Адушкин и др., 1999; Гаврилов и др., 2003].

Несмотря на высокую стоимость экспериментов в околоземном космическом пространстве (ОКП), их количество увеличивается по различным физическим направлениям, что обусловлено прежде всего их военно-прикладным значением.

Воздействие плазменных потоков на космические аппараты (КА), их оптико- и радиоэлектронные системы и средства их защиты определяет продолжительность и эффективность их функционирования. При этом определяющим фактором на высотах более 100 км является большая дальность ( $\geq 100$  км) воздействия разреженных плазменных потоков на элементы КА.

Как показано в работе [Смирнов и Ступицкий, 2010], физические процессы и результат воздействия высокоскоростных потоков ( $u = 5 \times 10^7$  см/с) на твердотельные элементы кристаллической или

аморфной структуры существенно зависят как от элементного состава, так и от пространственной структуры потока, т.е. последовательности индивидуального воздействия частиц различных элементов на твердотельную поверхность. Как показано в работе [Ступицкий и Харкунов, 2012] применительно к разлету слабоионизированной двухкомпонентной плазмы достаточно высокой удельной энергии, на стадии инерционного разлета происходит радиальная стратификация различных компонентов в соответствии с массами частиц. Процесс становится возможным благодаря быстрому падению плотности газа в результате расширения еще задолго до того, как на движение газа будет оказывать влияние разреженная ионосфера и геомагнитное поле. На более позднее время решающими факторами в образовании страт являются геомагнитное поле и внешнее излучение. В соответствии с механизмом, предложенным в статьях [Ступицкий и Козлов, 1990; Ступицкий и Шапранов, 1998], при стратификации бария таким излучением является фотоионизирующая часть солнечного излучения. Структуризация ионосферной плазмы может происходить также в результате развития резонансной неустойчивости под действием направленного потока радиоволн [Gurevich et al., 1995]. В обоих случаях явление носит крупномасштабный характер и происходит в сильно разреженной газоплазменной среде, когда существует возможность движения одного компонента плазмы относительно другого, т.е. течение может иметь многопоточковый характер с взаимопроникновением компонентов.

Если расширяющаяся плазма или газ многокомпонентные, то ясно, что по мере уменьшения плотности, а следовательно, и столкновительного взаимодействия между компонентами, могут возникнуть условия для пространственного разделения компонентов с различными атомными массами. Здесь определяющую роль играет соотношение между изменяющейся в процессе расширения плазмы, силой внутреннего давления в данном компоненте и ее столкновительным взаимодействием с другими компонентами. Эффект инерционной стратификации количественно стал исследоваться совсем недавно.

Анализ результатов оптических измерений свечения разлетающейся многокомпонентной плазмы космических ядерных взрывов, параметры которых указаны, например, в работе [Зецер и др., 2004] показал, что существенная стратификация между компонентами плазмы с различными атомными весами наступает задолго до того, как на нее начинает оказывать действие геомагнитное поле и окружающая, сильно разреженная ионосфера. Так как само явление происходит на стадии инерционного разлета, то его уместно называть инерционной стратификацией.

Стратификация любой природы является наиболее сложным физическим явлением как в космических, так и в лабораторных экспериментах. Сложным является не только само физическое содержание, но и тот математический аппарат, который должен его промоделировать численно. Эта трудность прежде всего связана с многопоточным характером течения и разработкой алгоритма достаточно точно описывающего взаимодействие потоков.

Впервые инерционная стратификация исследовалась численно в работе [Ступицкий и Харкунов, 2012]. Был подтвержден результат экспериментальных исследований о наличии эффекта стратификации газов при быстром расширении многокомпонентного сгустка. Так как члены взаимодействия имеют “жесткий” характер, то использованная в алгоритме явная схема позволила вести расчет от начальных условий покоящегося шара достаточно большого радиуса ( $\approx 3$  км), что при таком значении вносило существенную неточность в исходные данные по температуре. Кроме того в этой работе рассматривалась слабоионизованная плазма, и для всех столкновений — ион и нейтрал, нейтрал и нейтрал — использовалось сечение столкновения для нейтральных атомов (газокинетическое значение  $3.8 \times 10^{-15}$  см<sup>2</sup>).

Так как при достаточно высокой удельной энергии  $E_0/M$  плазменный сгусток в самом начале целиком состоит из разных сортов ионов и электронов, то целью данной работы являлось создание универсального численного алгоритма с применением как явных, так и неявных разност-

ных схем для описания как нейтральных, так и кулоновских столкновений, и выполнение на его основе подробных численных исследований инерционной стратификации, начиная от самого начала расширения плазменного сгустка общей массы  $M \sim 10^6$  г, энергии  $E \sim 10^{22}$  эрг и начального радиуса  $R_0 \sim 10^2$  см.

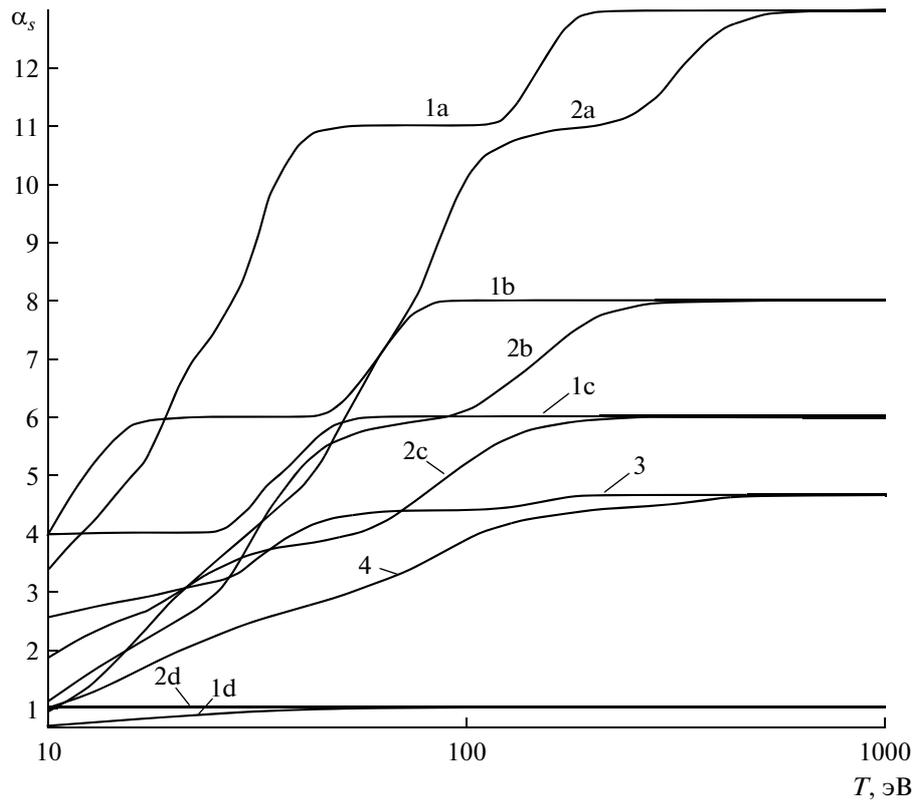
## 2. ФИЗИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

### 2.1 Расчет ионизованного состава плазмы

В работе рассматриваются процессы, сопровождающие начальную стадию разлета высокоэнергетического плазменного сгустка в верхнюю ионосферу ( $h \geq 100-120$  км), когда окружающий воздух и геомагнитное поле еще не оказывают заметного влияния на его динамику. При высокой начальной удельной энергии плазменного сгустка значительная доля энергии выходит из плазмы в самом начале в виде жесткого излучения [Физика ..., 2009]. В работе [Ступицкий и др., 2004] выполнены подробные расчеты доли энергии  $\chi$  излучения, вышедшего из алюминиевой сферы начального радиуса  $R_0 = 10^2$  см, в зависимости от удельного мгновенного энерговыделения  $q/M$ , изменяющегося в диапазоне  $10^{13}-10^{17}$  эрг/г. При этом в плазме остается тепловая и ионизованная энергия  $E_0 = (1 - \chi)q$ , основная часть которой переходит в кинетическую энергию разлета.

В реальных взрывных экспериментах начальный сгусток плазмы состоит из смеси различных элементов с существенно различающимися атомными массами, что и является причиной инерционной стратификации. Предварительные численные исследования инерционной стратификации выполнены в работе [Ступицкий и Харкунов, 2012] с использованием двух принципиальных предположений: не учитывались столкновения заряженных частиц, и радиус сгустка в начальный момент предполагался достаточно большим, с тем, чтобы с самого начала плотность плазмы была не слишком высокой и можно было использовать явную схему расчета для сил взаимодействия между компонентами.

В данной работе задача решалась в достаточно общей и близкой к реальному эксперименту постановке, с учетом тех столкновений, которые происходят в полностью и частично-ионизованной плазме. Из всей экспериментальной совокупности элементов были выбраны четыре, наиболее представленных по концентрации, элемента Al (алюминий), O (кислород), C (углерод), H (водород), существенно отличающиеся друг от друга атомными массами, максимально возможной зарядностью ионов  $z_m$  и потенциалами ионизации.



**Рис. 1.** Начальные степени ионизации компонент смеси в зависимости от  $T$  при  $n = 10^{18}$ ;  $n = 10^{22}$  (1.  $n = 10^{18}$ : а. Алюминий; б. Кислород; с. Углерод; d. Водород; 2.  $n = 10^{22}$ : а. Алюминий; б. Кислород; с. Углерод; d. Водород; 3. Степень ионизации всей смеси для  $n = 10^{18}$ ; 4. Степень ионизации всей смеси для  $n = 10^{22}$ ).

На основе равновесной модели [Замышляев и др., 1984] был разработан численный алгоритм расчета начального состава плазменной смеси и получены степени ионизации для широкого диапазона начальной концентрации и температуры:  $n_0 = 10^{12} - 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_0 = 1 - 10^4 \text{ эВ}$ . Методом итераций решались следующие уравнения:

$$\alpha_{s0} = \frac{\alpha^{z_{ms}}}{\sum_{z=0}^{z_{ms}} \alpha^z \prod_{i=0}^{z-1} K_{si}},$$

$$\alpha_{sz} = \frac{\alpha_{s0}^{z-1}}{\alpha^z \prod_{i=0}^{z-1} K_{si}}, \quad \alpha = \sum_{s=1}^4 \delta_s \sum_{z=0}^{z_{ms}} z \alpha_{sz},$$

где

$$K_{sz} = 6.06 \times 10^{21} \frac{T^{3/2} g_{s,z+1}}{n g_{s,z}} e^{-\frac{I_{sz}}{T}};$$

$$\alpha = \frac{n_e}{n}, \quad \alpha_{sz} = \frac{n_{sz}}{n_s}, \quad \delta_s = \frac{n_s}{n}.$$

Где  $\alpha$ ,  $\alpha_{sz}$ ,  $\delta_s$  – относительные концентрации;  $n_s$  – концентрация компонента сорта  $s$ ;  $n_{sz}$  – концентрация  $z$ -кратного компонента сорта  $s$ .

Величина  $\delta_s$  определяет концентрационную долю каждого элемента в смеси:  $\delta(\text{H}) = 0.45$ ;  $\delta(\text{C}) = 0.38$ ;  $\delta(\text{Al}) = 0.11$ ;  $\delta(\text{O}) = 0.06$ . Потенциалы ионизации  $I_{sz}$  и статистические веса  $g_{sz}$  даны в монографии [Замышляев и др., 1984].

На рисунке 1 показаны изменения начальных степеней ионизации  $\alpha_s = \sum_{z=1}^{z_{ms}} z \alpha_{sz}$  в зависимости от  $T$  для двух значений общей концентрации частиц  $n = 10^{18}, 10^{22} \text{ см}^{-3}$ . При  $T > 10 \text{ эВ}$   $\alpha_{sz}$  значительно больше единицы и при  $T \cong 300 \text{ эВ}$ , выходят на максимальное значение  $Z_{ms}$ , т.е. в реальных экспериментах [Зецер и др., 2004] представленные элементы в начальный момент многократно ионизованы и имеют место только кулоновские столкновения заряженных частиц.

При последующем расширении реализуется рекомбинационный режим и неравновесное поведение как степеней ионизации, так и температур электронов  $T_e$  и ионов  $T$ . Для исследования стратификации в решении кинетической задачи представляет интерес не только детальное пове-

дение  $\alpha_s(t)$ , а прежде всего тот радиальный масштаб, на котором происходит выход  $\alpha_s$  на асимптотическое значение  $\alpha_{s\infty}$ , а также то — насколько  $\alpha_{s\infty}$  отличаются для различных компонент. Поэтому динамическая часть этой релаксационной стадии рассматривалась в односкоростной лагранжевой постановке [Бруд, 1976] с использованием методов расщепления по физическим процессам для температурных уравнений [Ступицкий и др., 1985]. Соответствующая система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= r^2 \frac{\partial P}{\partial m}, \\ \frac{1}{\rho} &= \frac{1}{3} \frac{\partial r^3}{\partial m}, \\ u &= \frac{\partial r}{\partial t}, \\ T_g &= T_0(n/n_0)^{2/3}; \quad T_e = T_g y_e; \\ T &= T_g y; \quad p = n_e k T_e + nkT; \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= S_{sz}; \\ \frac{\partial y_e}{\partial t} &= S_{ec} - \frac{y_e - y}{\tau_e}; \\ \frac{\partial y}{\partial \tau} &= \frac{y_e - y}{\tau_i}. \end{aligned}$$

Для правых частей имеем

$$\begin{aligned} S_{sz} &= j_{ez}(\alpha_{sz-1} \alpha K_{sz-1} - \alpha_{sz} \alpha^2) - j_{ez+1} \times \\ &\times (\alpha_{sz} \alpha K_{sz} - \alpha_{sz+1} \alpha^2) + (\alpha_{sz+1} \alpha j_{ez+1}^v - \alpha_{sz} j_{ez}^v); \\ j_{ez} &= n^2 \frac{8.75 \times 10^{-27} z^2}{T_e^{9/2}}; \quad j_{ez}^v = n \frac{2.7 \times 10^{-13} z^2}{T_e^{3/4}}; \\ S_{ee} &= -\frac{2}{3} \left\{ \sum_{s=1}^4 \delta_s \sum_{z=0}^{z_{ms}-1} \left[ \left( \frac{I_{sz}}{T_g} + \frac{3}{2} y_e \right) j_{ez+1} \times \right. \right. \\ &\left. \left. \times (\alpha_{sz} K_{sz} - \alpha_{sz+1} \alpha) \right] + \left( f_{sz} - \frac{3}{2} \right) y_e \alpha_{sz} j_{ez}^v \right\}. \end{aligned}$$

Здесь  $T_g$  — температура, соответствующая адиабатическому расширению лагранжевой частицы;  $\tau_e$ ,  $\tau_i$  — характерные времена обмена энергий электронов и ионов с окружающими частицами;  $f_{sz} = 0.64 + 0.11 \lg(I_{sz}/T_e)$  — фактор, учитывающий влияние фоторекомбинационных процессов на температуру электронов [Прияткин и Ступицкий, 1992]. Остальные обозначения общепринятые.

На рисунках 2–4 показаны результаты расчета поведения основных неравновесных параметров — степеней ионизации и температуры для средней и

фронтальной лагранжевой ячейки — в зависимости от радиуса разлета фронта плазмы (приведено соответствующее время). Отметим сразу, что при заданной достаточно большой массе сгустка ( $M = 10^6$  г) отрыва электронной температуры  $T_e$  от температуры тяжелых частиц  $T$  практически не происходит, однако выделяющаяся в результате рекомбинации ионизационная энергия приводит к тому, что  $T_e = T_g y_e$  и  $T = T_g y$  значительно превосходят  $T_g$ , соответствующую адиабатическому расширению (рис. 2, 3). Как видно из рис. 3 в диапазоне  $R = 50$ –250 м наблюдается смена режимов роста  $y_e = y$ . В начале разлета рост  $y_e$  обусловлен выделением энергии в результате тройной рекомбинации, затем рост замедляется и при больших  $R$  рост  $y_e$  связан с фоторекомбинацией, при этом  $T_e \sim 1/t$ . Изменение рекомбинационного режима можно наблюдать также по поведению  $\alpha_s(R)$  (рис. 4), хотя это изменение выражено менее резко. Сам эффект был достаточно подробно исследован в работе [Ступицкий и др., 1985] на примере однокомпонентной плазмы.

Второй важный результат вышеописанных расчетов состоит в том, что если  $Z_{ms} \geq 2-3$ , то после завершения первой, основной стадии рекомбинации ( $R \sim 10$ –20 м) все асимптотические значения  $\alpha_{s\infty}$ , независимо от элемента выходят примерно на одно значение близкое к единице. Это связано с тем, что коэффициент тройной рекомбинации по существу не зависит от характеристик элемента, а определяется только  $T_e$  и  $z$ . В дальнейшем, за счет фоторекомбинации  $\alpha_{s\infty}$  очень медленно уменьшаются.

Таким образом, в самом начале ( $r \sim R_0$ ) все компоненты плазмы полностью ионизованы, и их поведение определяется кулоновскими столкновениями ядер. При  $r = 20$ –200 м тяжелые компоненты плазмы Al, O, C представляют собой однократные ионы с  $\alpha_{s\infty} = 1$ , а для водорода  $\alpha_{s\infty} \approx 0.4$ , и, начиная с этого времени, в расчете стратификации необходимо учитывать как столкновения между ионами, так и столкновения с нейтралами.

Численный анализ показал, что совместное решение задачи ионизационной кинетики и динамики даже двух взаимопроникающих потоков требует больших затрат расчетного времени [Ступицкий, 2006]. В данной задаче для выяснения принципиальной роли отдельных столкновительных процессов в пространственно-временном развитии инерционной стратификации в качестве исходных данных вполне достаточно тех сведений, которые получены по поведению степеней ионизации компонент плазмы в процессе ее разлета.

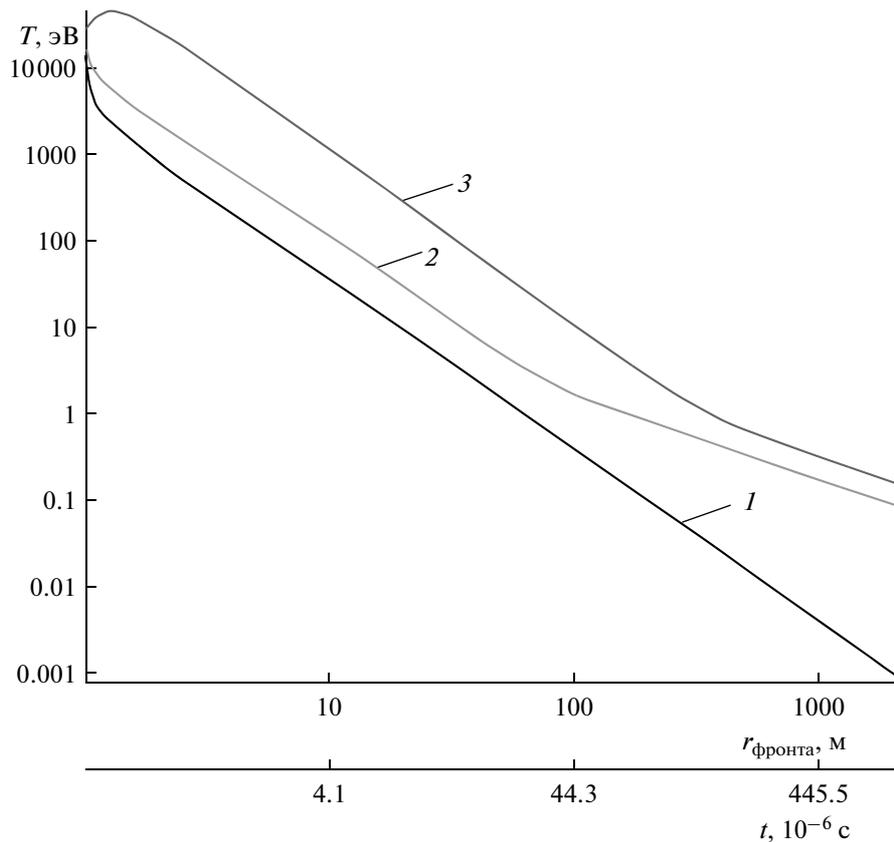


Рис. 2. Поведение температуры  $T_g$  (1) и температуры  $T_e$  (на фронте (2) и в средней ячейке (3)) в зависимости от  $r_{\text{фронта}}$ .

*2.2. Полная формулировка задачи для численного исследования процесса инерционной стратификации разлетающейся частично-ионизованной плазмы*

Многопотоковые течения частично-ионизованной плазмы, даже в отсутствии внешнего магнитного поля, относятся к наиболее сложным задачам для численного моделирования. В каждой конкретной задаче требуется предварительный анализ исходных уравнений, который удобно проводить в эйлеровых координатах. Из уравнений неразрывности для каждого компонента имеем:

$$\frac{\partial n_{\alpha z}}{\partial t} + \text{div}(n_{\alpha z} \mathbf{u}_{\alpha}) = S_{\alpha z}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div}(n_e \mathbf{u}_e) = S_e. \quad (2)$$

Предполагаем, что  $\mathbf{u}_{\alpha z} = \mathbf{u}_{\alpha}$  для всех  $z$  данного компонента “ $\alpha$ ”, то есть различием скоростей внутри компонента “ $\alpha$ ” за счет различной зарядности ионов можно пренебречь и полагать, что эффект стратификации главным образом связан с различием в атомных массах  $m_{\alpha}$  частиц. Это тем более оправдано, что как показали описанные

выше расчеты ширина спектра по  $z$  внутри “ $\alpha$ ” мала.

Так как

$$S_e = \sum_{\alpha} \sum_{z=1}^{z_{\max}} z S_{\alpha z},$$

$$n_e = \sum_{\alpha} \sum_{z} z n_{\alpha z},$$

то, умножая (1) на  $z$ , а затем суммируя по  $z$ ,  $\alpha$  и вычитая из (2), получаем

$$\text{div} \left( \sum_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha} \sum_z z n_{\alpha z} - \mathbf{u}_e n_e \right) = 0.$$

Таким образом с учетом условия квазинейтральности получаем:

$$\mathbf{u}_e = \frac{\sum_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha} \sum_z z n_{\alpha z}}{\sum_{\alpha} \sum_z z n_{\alpha z}}. \quad (3)$$

Так как

$$n_{\alpha} = n_{\alpha}^i + n_{\alpha}^0; \quad p_{\alpha} = p_{\alpha}^i + p_{\alpha}^0,$$

где  $n_{\alpha}^i, n_{\alpha}^0$  — концентрации ионов и нейтралов “ $\alpha$ ” компонента, то уравнения движения имеют вид

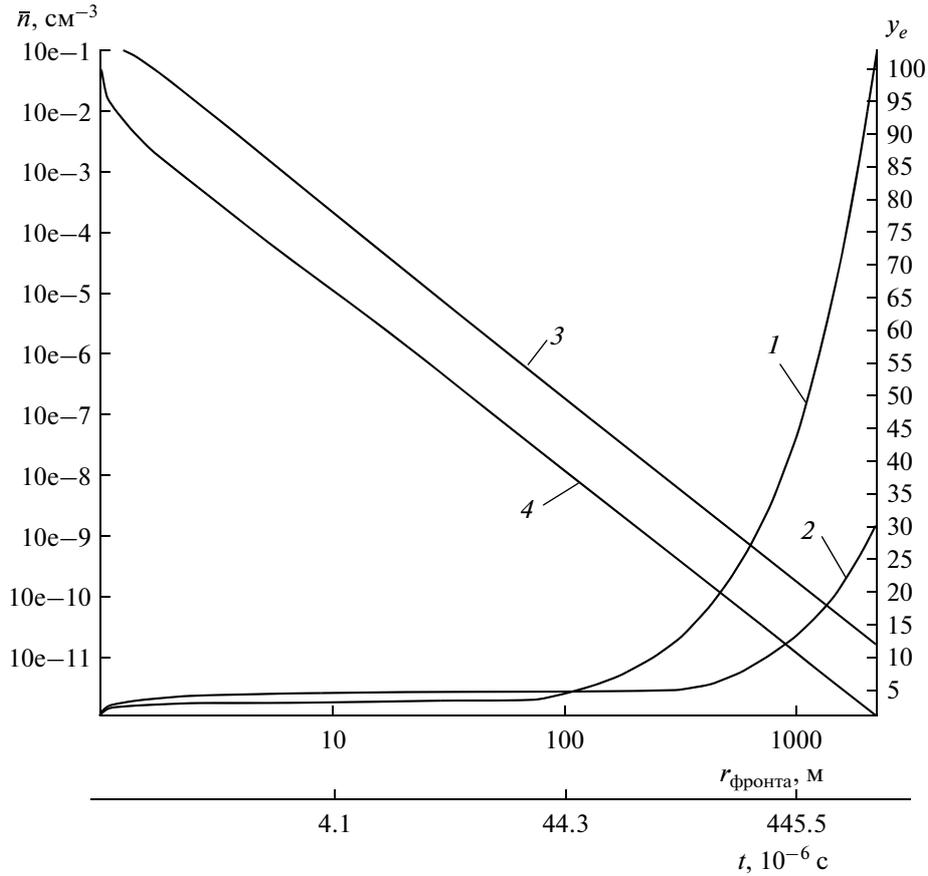


Рис. 3. Поведение  $y_e$  (на фронте (1) и в средней ячейке (2)) и концентрации (на фронте (4) и в средней ячейке (3)) в зависимости от  $r_{\text{фронта}}$ .

$$m_{\alpha} n_{\alpha} \frac{\partial \mathbf{u}_{\alpha}}{\partial t} = -\nabla p_{\alpha} + e n_{\alpha}^i z_{\alpha} \mathbf{E} + \sum_{\beta} (\mathbf{R}_{\alpha\beta}^{00} + \mathbf{R}_{\alpha\beta}^{0i} + \mathbf{R}_{\alpha\beta}^{i0} + \mathbf{R}_{\alpha\beta}^{ii}) + \mathbf{R}_{\alpha e}^{ie} \quad (4)$$

где верхние индексы указывают зарядность сталкивающихся частиц, а выражения для сил трения приведены в работе [Ступицкий, 2006]. Для электронов можно пренебречь силой инерции и тогда для поля получаем

$$\mathbf{E} = \frac{-\nabla p_e + \mathbf{R}_{e\alpha}^{ei} + \sum_{\beta} \mathbf{R}_{e\beta}^{ei}}{e n_e} \quad (5)$$

Под “ $\beta$ ” подразумеваем всю совокупность компонент, кроме “ $\alpha$ ” и электронов.

Исходя из общего вида уравнения для удельной энергии  $\varepsilon_{\alpha}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + \frac{\rho_{\alpha} u_{\alpha}^2}{2} \right) + \text{div} \left[ \left( \rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + \frac{\rho_{\alpha} u_{\alpha}^2}{2} + p_{\alpha} \right) \mathbf{u}_{\alpha} \right] = q_{\alpha} n_{\alpha}^i \mathbf{u}_{\alpha} \mathbf{E} + \sum_{\beta, e} Q_{\alpha\beta} \quad (6)$$

Получаем с помощью уравнения движения

$$\rho_{\alpha} \frac{\partial \varepsilon_{\alpha}}{\partial t} + p_{\alpha} \text{div} \mathbf{u}_{\alpha} = \sum_{\beta, e} (Q_{\alpha\beta} - \mathbf{u}_{\alpha} \mathbf{R}_{\alpha\beta}). \quad (7)$$

Ясно, что работа электрического поля в (6) не будет фигурировать в уравнении (7) для удельной тепловой энергии. Здесь  $Q_{\alpha\beta}$  изменение энергии за счет сил трения [Ступицкий, 2006]. Используя уравнение неразрывности, уравнения (7) можно записать в виде, удобном для лагранжевых координат

$$\frac{\partial \varepsilon_{\alpha}}{\partial t} = -P_{\alpha} \frac{\partial V_{\alpha}}{\partial t} + W_{\alpha},$$

где  $V_{\alpha} = 1/\rho_{\alpha}$ ;

$$W_{\alpha} = \sum_{\beta, e} (Q_{\alpha\beta} - \mathbf{u}_{\alpha} \mathbf{R}_{\alpha\beta}) / \rho_{\alpha}.$$

В результате полная система уравнений в лагранжевых массовых координатах состоит из двух подсистем для тяжелых частиц и электронов,

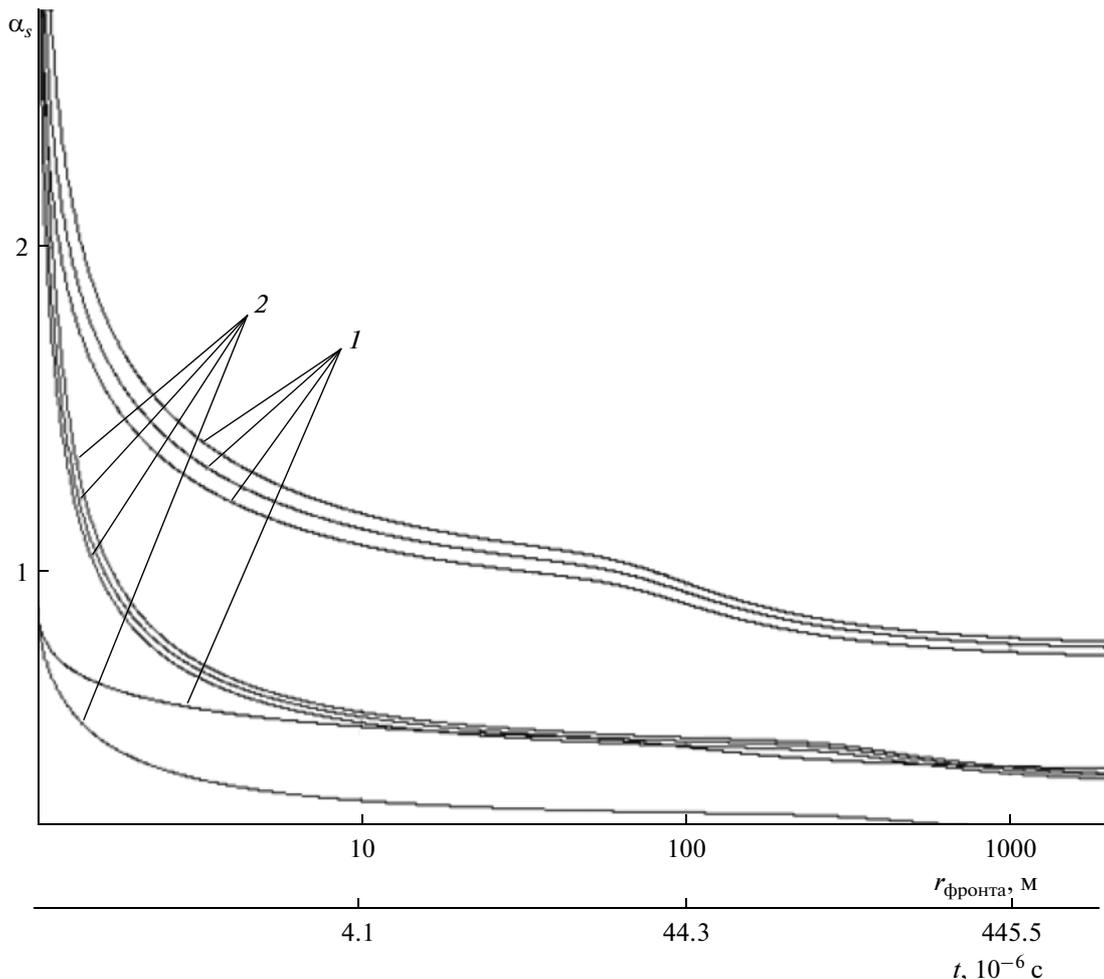


Рис. 4. Степени ионизации компонент смеси в зависимости от  $r_{\text{фронта}}$  на фронте (1) и в средней ячейке (2).

и для сферически-симметричного движения имеет вид:

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial t} = -r_\alpha^2 \frac{\partial P_\alpha}{\partial m_\alpha} + R_\alpha, \tag{8}$$

$$\frac{\partial r_\alpha}{\partial t_\alpha} = u_\alpha, \tag{9}$$

$$\frac{1}{\rho_\alpha} \equiv V_\alpha = \frac{1}{3} \frac{\partial r_\alpha^2}{\partial m_\alpha}, \quad \partial m_\alpha = \rho_\alpha r_\alpha^2 \partial r_\alpha, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\alpha}{\partial t} = -P_\alpha \frac{\partial V_\alpha}{\partial t} + W_\alpha, \tag{11}$$

$$P_\alpha = (\gamma - 1) \varepsilon_\alpha \rho_\alpha, \tag{12}$$

$$u_e = \frac{u_\alpha \alpha_\alpha \frac{\rho_\alpha}{\mu_\alpha} + u_\beta \alpha_\beta \frac{\rho_\beta}{\mu_\beta}}{\alpha_\alpha \frac{\rho_\alpha}{\mu_\alpha} + \alpha_\beta \frac{\rho_\beta}{\mu_\beta}}, \tag{13}$$

$$\rho_e = \mu_e \left( \alpha_\alpha \frac{\rho_\alpha}{\mu_\alpha} + \alpha_\beta \frac{\rho_\beta}{\mu_\beta} \right), \tag{14}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t} = -P_e \frac{\partial V_e}{\partial t} + W_e, \tag{15}$$

$$P_e = (\gamma - 1) \varepsilon_e \rho_e. \tag{16}$$

Для выяснения особенностей инерционной стратификации, связанных с кулоновскими столкновениями достаточно было ограничиться двумя компонентами с двумя наиболее сильно различающимися  $\mu_\alpha$  и  $z_{m\alpha}$ : это алюминий  $z_{m\beta} = 13$ ;  $\mu_\beta = 27$  и водород  $z_{m\alpha} = 1$ ;  $\mu_\alpha = 1$ . Выражения для сил трения компонент  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $e$  и, выделяющейся при этом тепловой энергии, можно записать в виде:

$$R_\alpha = R_{\alpha\beta}^0 + R_{\alpha\beta}^i + R_{\alpha e} - R_{\alpha E},$$

$$W_\alpha = W_{\alpha\beta}^0 + W_{\alpha\beta}^i + W_{\alpha e}.$$

Аналогично для  $W_\beta$ , только “ $\alpha$ ”  $\leftrightarrow$  “ $\beta$ ”.

$$W_e = W_{e\alpha} + W_{e\beta},$$

где  $R_{\alpha\beta}^0$  — характеризует взаимодействия: нейтрал-нейтрал и нейтрал-ион;  $R_{\alpha\beta}^i$  — характеризует взаимодействия ионов;  $R_{\alpha e}$  и  $R_{\alpha E}$  — характеризуют взаимодействия ионов и электронов через столкновения и электрическое поле;

Они имеют вид [Ступицкий, 2006]:

$$R_{\alpha\beta}^0 = v_{\alpha\beta}^0(u_\beta - u_\alpha)F_0(x);$$

$$v_{\alpha\beta}^0 = \frac{\sigma a N_A}{\sqrt{\pi}(\mu_\alpha + \mu_\beta)} \rho_\beta(1 - \alpha_\alpha \alpha_{\alpha\beta});$$

$$R_{\alpha\beta}^i = v_{\alpha\beta}^i(u_\beta - u_\alpha)\tilde{F}_i(x);$$

$$v_{\alpha\beta}^i = \frac{4\pi e^4 z_\alpha^2 z_\beta^2 N_A^3 (\mu_\alpha + \mu_\beta)L}{\mu_\alpha^2 \mu_\beta^2 a^3} \rho_\beta \alpha_\alpha \alpha_{\alpha\beta};$$

$$R_{\alpha e} = v_{\alpha e}(u_e - u_\alpha)\tilde{F}_e(x_e);$$

$$v_{\alpha e} = \frac{4\pi e^4 z_\alpha^2 N_A^3 L}{\mu_e \mu_\alpha a^3} \delta_\alpha \left( \alpha_\alpha \frac{\rho_\alpha}{\mu_\alpha} + \alpha_\beta \frac{\rho_\beta}{\mu_\beta} \right);$$

$$R_{\alpha E} = -\delta_\alpha \left( r_\alpha^2 \frac{\partial P_e}{\partial m_\alpha} + R_{\alpha e} + R_{\beta e} \right);$$

$$\delta_\alpha = \frac{\alpha_\alpha \frac{\rho_\alpha}{\mu_\alpha}}{\alpha_\alpha \frac{\rho_\alpha}{\mu_\alpha} + \alpha_\beta \frac{\rho_\beta}{\mu_\beta}};$$

$$W_{\alpha\beta}^0 = v_{\alpha\beta}^0 \left[ \frac{2kN_A(T_\beta - T_\alpha)}{\mu_\alpha + \mu_\beta} \psi(x) + \frac{\mu_\beta T_\alpha}{\mu_\beta T_\alpha + \mu_\alpha T_\beta} \times \right. \\ \left. \times (u_\alpha - u_\beta)^2 F_0(x) \right];$$

$$W_{\alpha\beta}^i = v_{\alpha\beta}^i \left[ \frac{2kN_A(T_\beta - T_\alpha)}{\mu_\alpha + \mu_\beta} \tilde{\Phi}(x) + \frac{2kN_A T_\alpha}{\mu_\alpha} \tilde{F}(x) \right];$$

$$W_{\alpha e} = v_{\alpha e} \left[ \frac{2kN_A(T_e - T_\alpha)}{\mu_\alpha} \tilde{\Phi}(x_e) + \frac{2kN_A T_\alpha}{\mu_\alpha} \tilde{F}(x_e) \right].$$

Здесь  $L$  — кулоновский логарифм;

$$a = \sqrt{\frac{2kN_A T_\alpha}{\mu_\alpha} + \frac{2kN_A T_\beta}{\mu_\beta}}; \quad a_e = \sqrt{\frac{2kN_A T_e}{\mu_e}},$$

где  $N_A$  — число Авагадро;

$$\mu_\alpha = m_\alpha N_A; \quad \mu_\beta = m_\beta N_A; \quad \mu_e = m_e N_A.$$

Для интегральных функций [Ступицкий, 2006] использовались аппроксимации:

$$F_0(x) = \frac{\left(\frac{8}{3} + \frac{8}{15}x^2\right)\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi} + \frac{8}{15}x}; \quad \psi(x) = 4 + 4x^2 + \sqrt{\pi}x;$$

$$\tilde{F}_i(x) = \tilde{F}_e(x_e) = \frac{1}{\frac{3\sqrt{\pi}}{4} + x^3};$$

$$\tilde{\tilde{F}}_e(x_e) = \tilde{\tilde{F}}_i(x) = \frac{x_e^2}{\frac{3\sqrt{\pi}}{4} + x_e^3};$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\frac{\sqrt{\pi}}{2} + x}, \quad \text{где } x = \frac{|u_\beta - u_\alpha|}{a};$$

$$x_e = \frac{|u_\beta - u_\alpha|}{a_e}.$$

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Система уравнений (8)–(16), описанная в п. 1, записывалась в безразмерных переменных. В качестве начальных параметров использовались:

$\mu_\alpha = 1$  — молекулярный вес водорода;  $\mu_\beta = 27$  — молекулярный вес алюминия;  $\mu_e = 5.46 \times 10^{-4}$  — молекулярный вес электрона;  $L = 10$  — кулоновский логарифм;  $E_0 = (1 - \chi)q = 2.5 \times 10^{21}$  эрг,  $M = 10^6$  г — масса смеси;  $R_0 = 10^2$  см — начальный радиус сгустка;  $\gamma = \frac{5}{3}$  — показатель адиабаты;  $C_\alpha = 0.16$ ,  $C_\beta = 0.84$  — массовые доли для компонент,  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  г/моль — число Авагадро.

В качестве характерных значений:

$$u_x = \sqrt{E_0/M} = 5 \times 10^7 \text{ см/с}, \quad R_x = R_0 = 10^2 \text{ см},$$

$$t_x = R_x/u_x = 2 \times 10^{-6} \text{ с},$$

$$m_x = \frac{M}{4\pi}, \quad \rho_x = \frac{M}{4\pi R_x^3}, \quad P_x = \rho_x u_x^2,$$

$$\varepsilon_x = \frac{P_x}{\rho_x} = \varepsilon_0.$$

Так как члены  $R_\alpha$  и  $W_\alpha$  имеют “жесткий” характер, то были выполнены специальные исследования — расчеты для различных начальных условий. Чтобы оценить масштабы стратификации прежде всего были выполнены расчеты “идеальной” двухкомпонентной смеси, когда все члены  $R_\alpha = 0$ ,  $W_\alpha = 0$ . Из рисунка 5 видно, что фронт водорода значительно опережает на  $t = 2 \times 10^{-4}$  с

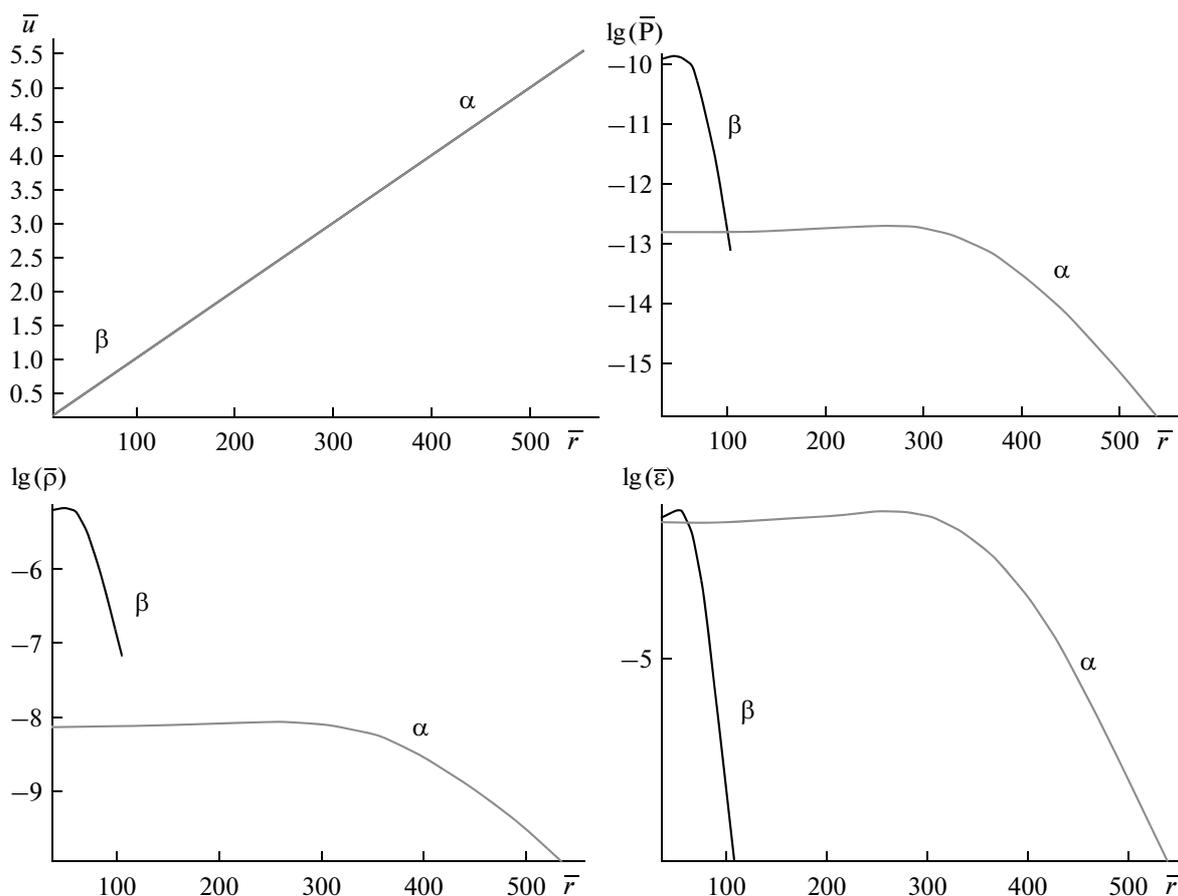


Рис. 5. Радиальное распределение основных безразмерных характеристик  $N$  и  $Al$  “на безразмерное время  $\bar{T} = 100$  в отсутствие сил трения.

фронт алюминия, причем этот процесс происходит с самого начала, еще до того, как волна разрежения дошла до центра сгустка. На рисунке 6 показано поведение во времени интеграла плотности вдоль луча, перпендикулярного радиусу и проходящего на расстоянии  $R^* = 500, 1000, 3000$  м, от центра разлета сгустка. Временной промежуток между максимумами увеличивается с ростом  $R^*$  и при  $R^* = 3000$  м  $\Delta t = 5$  мс.

Естественно предположить, что из-за большой силы трения при малых радиусах применимо однокоростное приближение и, начиная лишь с некоторого радиуса  $R_{cr}$  становится возможным разделение компонент. Такая постановка задачи позволяет избежать трудностей, связанных с “жесткостью” членов  $R_\alpha$  при малых радиусах разлета сгустка. Поэтому были выполнены численные исследования с разбиением всего процесса разлета на две стадии. На первой стадии решалась однокоростная задача для всей смеси до радиуса разлета  $R_{cr} \approx 1000$  м. И полученные распределения параметров использовались в качестве начальных условий для расчета второй трехкоростной ( $u_\alpha, u_\beta, u_e$ ) стадии. Вторая стадия рассчитывалась с

учетом всех столкновительных процессов по явной схеме [Ступицкий и Харкунов, 2012]. Главная трудность этой части задачи связана с взаимопроникновением двух лагранжевых сеток, так как значения  $R_\alpha$  и  $W_\alpha$  определяются параметрами сразу из обеих сеток. Использовался такой алгоритм подбора соответствующих параметров: при расчете термодинамических характеристик компонента “ $\alpha$ ” в ячейке с номером  $(k - 1/2)$ , которая ограничивается радиусами с индексами  $(k - 1)$  и  $(k)$ , определяется ячейка с характеристиками для “ $\beta$ ” компонента, первый ограничивающий радиус которой больше радиуса с индексом  $(k - 1)$ . Искомые характеристики получаются как средние от соседних ячеек “ $\beta$ ” компонента, которые приближенно соответствуют характеристикам “ $\alpha$ ” компоненты в  $(k - 1/2)$  ячейке.

Однако численные исследования показали, что разбиение на две стадии не является адекватным физическому содержанию процессов, определяющих разделение компонент при разлете сгустка – на второй стадии разделение компонент практически не происходит, что не соответствует эксперименту и результатам предварительных

численных исследований [Ступицкий и Харкунов, 2012]. Как показано в работе [Ступицкий и Харкунов, 2012] на основе качественных рассуждений и в данной работе на основе расчета “идеальной” смеси, возможность возникновения инерционной стратификации обусловлена прежде всего достаточно высокой температурой обоих компонент на время, когда сила трения уже не в состоянии помешать разделению компонент. При разбиении разлета на две стадии температуры компонент и давления в конце первой стадии уже настолько малы, что на второй стадии они не способны обеспечить разделения компонент. В работе [Ступицкий и Харкунов, 2012] расчет начинался с большого начального радиуса ( $R_0 = 1-3$  км), поэтому плотность была уже мала, а температура полагалась равной исходной, то есть достаточно высокой, что и обеспечивает стратификацию. Поэтому целью данной работы было создание численного алгоритма, позволяющего рассчитывать задачу с самого начала  $t = 0$ ,  $R_0 = 10^2$  см с учетом взаимодействия всех компонент. Отметим сразу, что существенное уточнение физических представлений о самом характере столкновения частиц при кэВ-ых энергиях и правильный учет очень сильной начальной ионизации смеси позволили существенно расширить и откорректировать представления работы [Ступицкий и Харкунов, 2012] о всем процессе инерционной стратификации.

Для расчета  $R_\alpha^i$  и  $W_\alpha^i$  использовалась формула для частот  $v_{\alpha\beta}^i$  кулоновских столкновений, полученная в работе [Ступицкий, 2006] в предположении локально-максвелловского распределения точечных заряженных ионов. Как показали расчеты (рис. 1) в начальные моменты времени в смеси имеются только голые ядра, геометрические размеры которых очень малы ( $\sim 10^{-25}$  см<sup>2</sup>) и это позволяет считать их точечными. Однако в результате рекомбинации быстро образуются ионы атомных размеров преимущественно однократной ионизации (рис. 4). Легко оценить, что при энергии относительного движения ионов больше 10–20 эВ, при лобовых столкновениях электронные оболочки начинают перекрываться, деформироваться и при больших энергиях уменьшается степень экранировки электронными оболочками заряда ядра. В работе [Ананьин и Ступицкий, 1981] на основе представлений, сформулированных в квазиклассической модели Томаса-Ферми-Фирсова [Готт, 1978], были рассчитаны сечения столкновений в широком диапазоне энергий с учетом изменения экранировки ядер. При характерных для данной задачи энергиях частиц ( $E_{кин} + E_{тепл} \approx 10$  кэВ) сечение столкновений ионов Al и H будет  $\sigma_{тф} = 3 \times 10^{-20}$  см<sup>2</sup>. Как показано в работе [Ананьин и Ступицкий, 1981], при таких энергиях сечение слабо зависит от зарядности

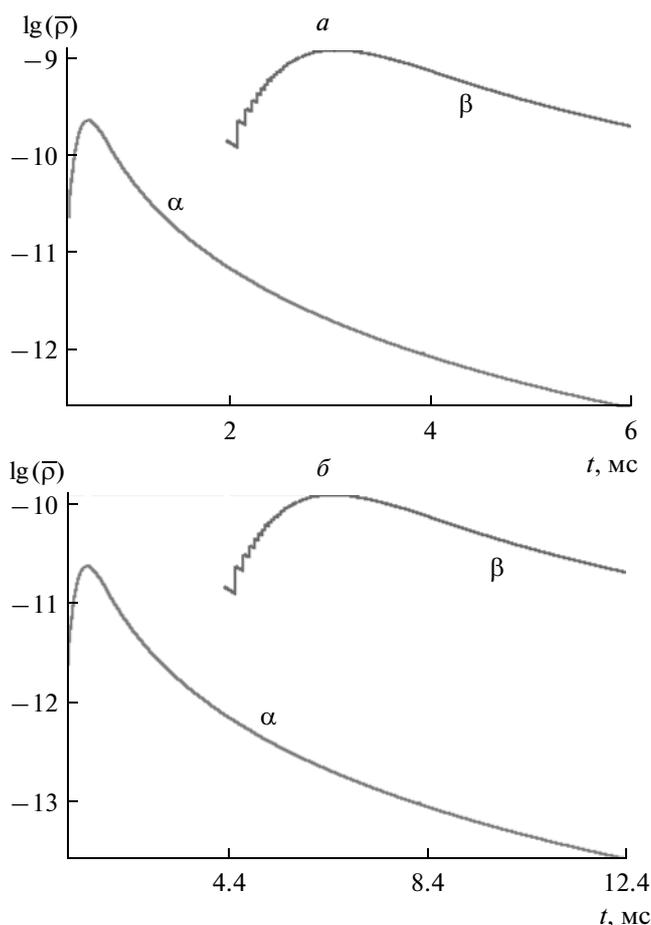


Рис. 6. Положение максимума интеграла плотности по различным лучам зрения а –  $R^* = 1$  км; б –  $R^* = 3$  км.

ионов  $z_\alpha$ ,  $z_\beta$  и существенно зависит от зарядов ядра  $z_{м\beta}$ . Поэтому ион-атомные столкновения имеют примерно такие же сечения. Ясно, что если из выше приведенного выражения для  $v_{\alpha\beta}^i$  оценить эффективное сечение  $\sigma_{эф}$  по формуле  $v_{\alpha\beta}^i = n_\beta \sigma_{эф} u_\alpha$  и оно будет меньше чем  $\sigma_{тф}$ , то оно не будет иметь четкого физического смысла и тогда необходимо суммировать  $(n_\beta \sigma_{тф} u_\alpha + v_{\alpha\beta}^i)$ , с тем, чтобы учесть, как лобовые так и дальние столкновения. В самом начале расширения и стратификации плазмы  $T \approx 3-5$  кэВ соответственно  $\sigma_{эф} \cong (3-7) \times 10^{-20}$  см<sup>2</sup>, то есть одного порядка с  $\sigma_{тф}$ . При дальнейшем расширении плазмы роль нелобовых столкновений в  $v_{\alpha\beta}^i$  быстро возрастает. Таким образом отдельный учет как ион-нейтральных + нейтрал-нейтральных и ион-ионных столкновений через приведенные выражения  $R_{\alpha\beta}^0$  и  $R_{\alpha\beta}^i$  оправдан, если в  $R_{\alpha\beta}^0$  положить  $\sigma = \sigma_{тф} = 3 \times 10^{-20}$  см<sup>2</sup>. Так как  $\sigma_{эф} \sim \sigma_{тф}$ , энергетическим изменением в  $\sigma$  можно пренебречь, ибо

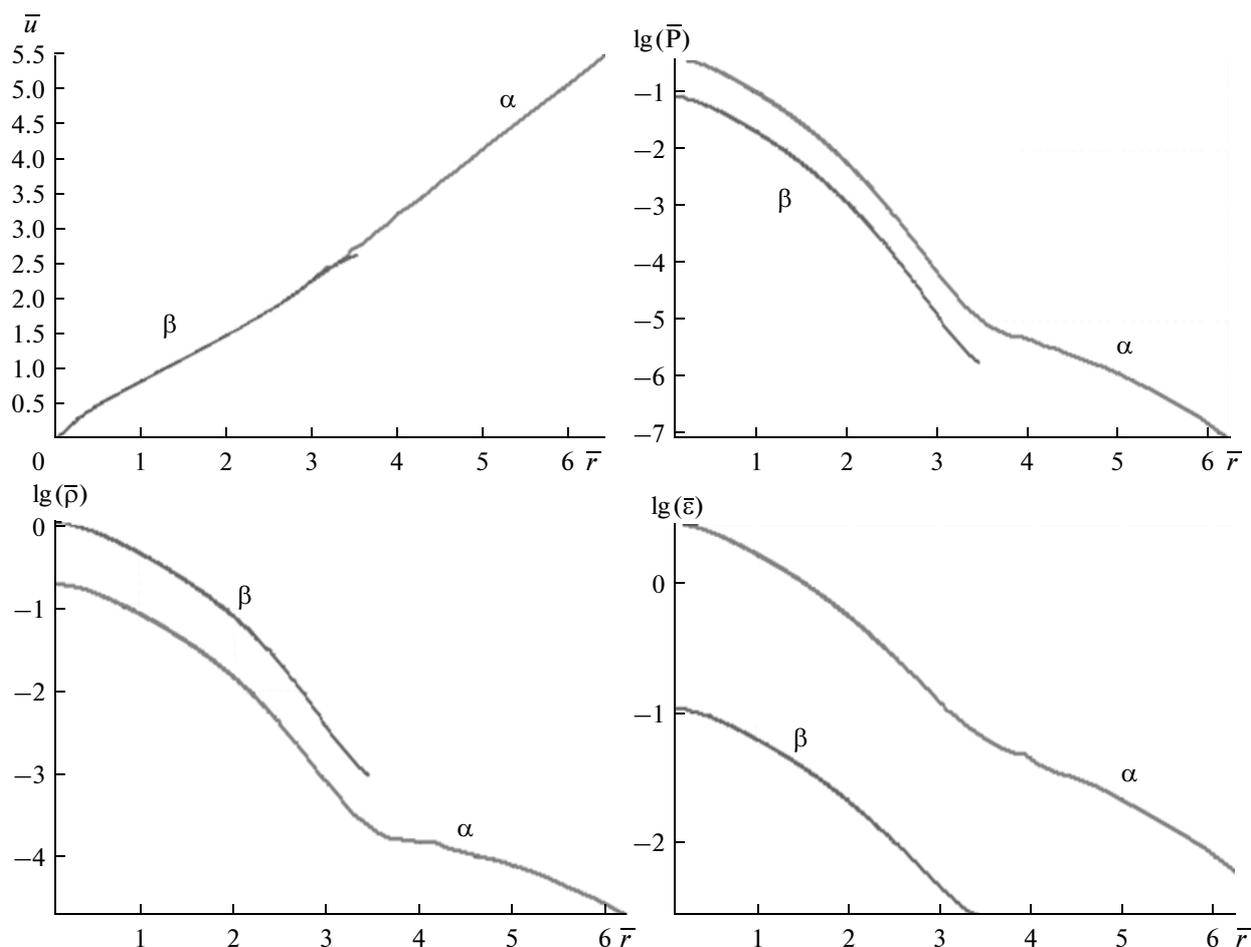


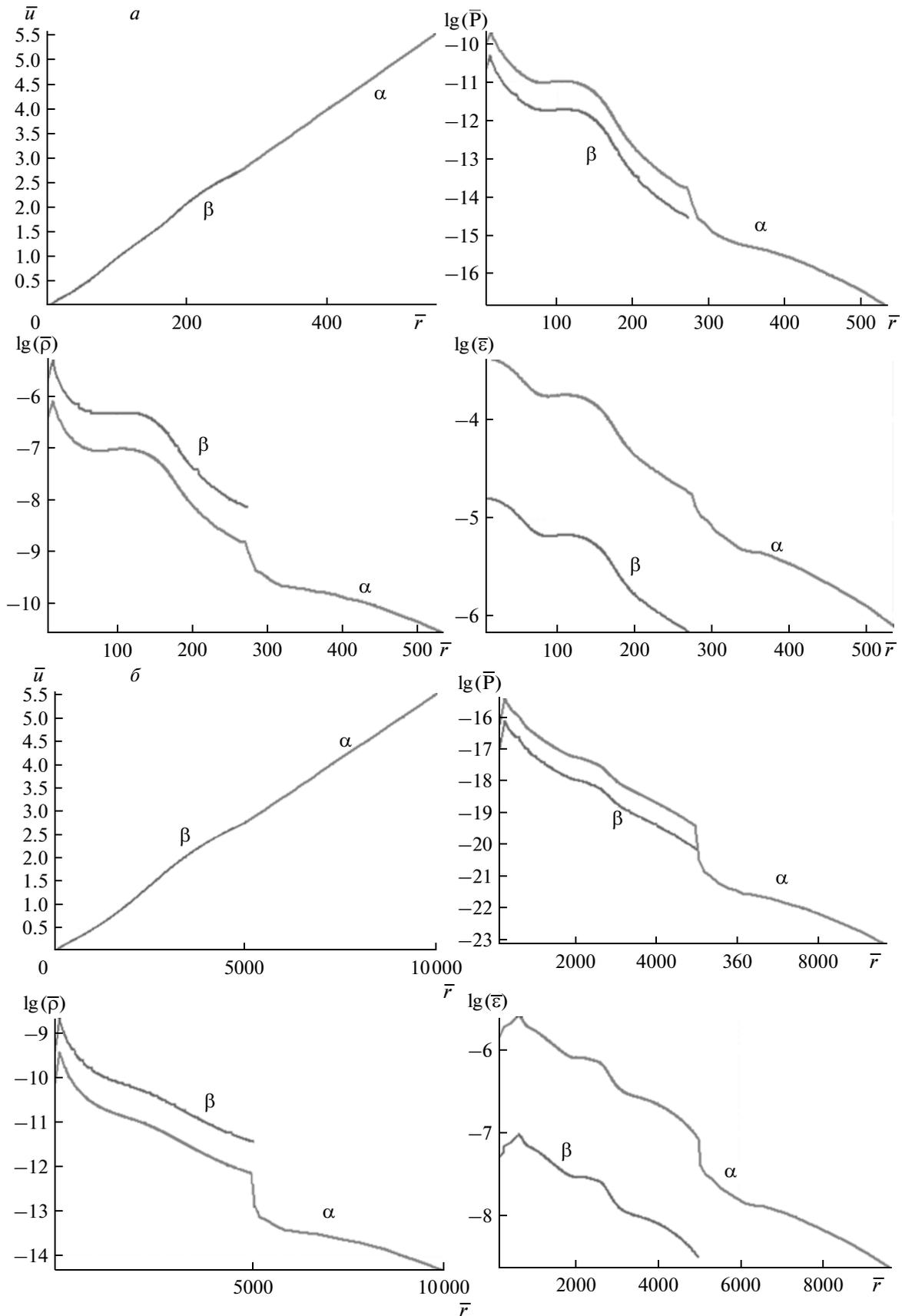
Рис. 7. Радиальное распределение основных безразмерных характеристик  $N$  и  $Al$  с учетом кулоновских взаимодействий между частицами на безразмерное время  $\bar{t} = 1$ .

он эффективно учитывается в  $v_{\alpha\beta}^i$  через кулоновское взаимодействие.

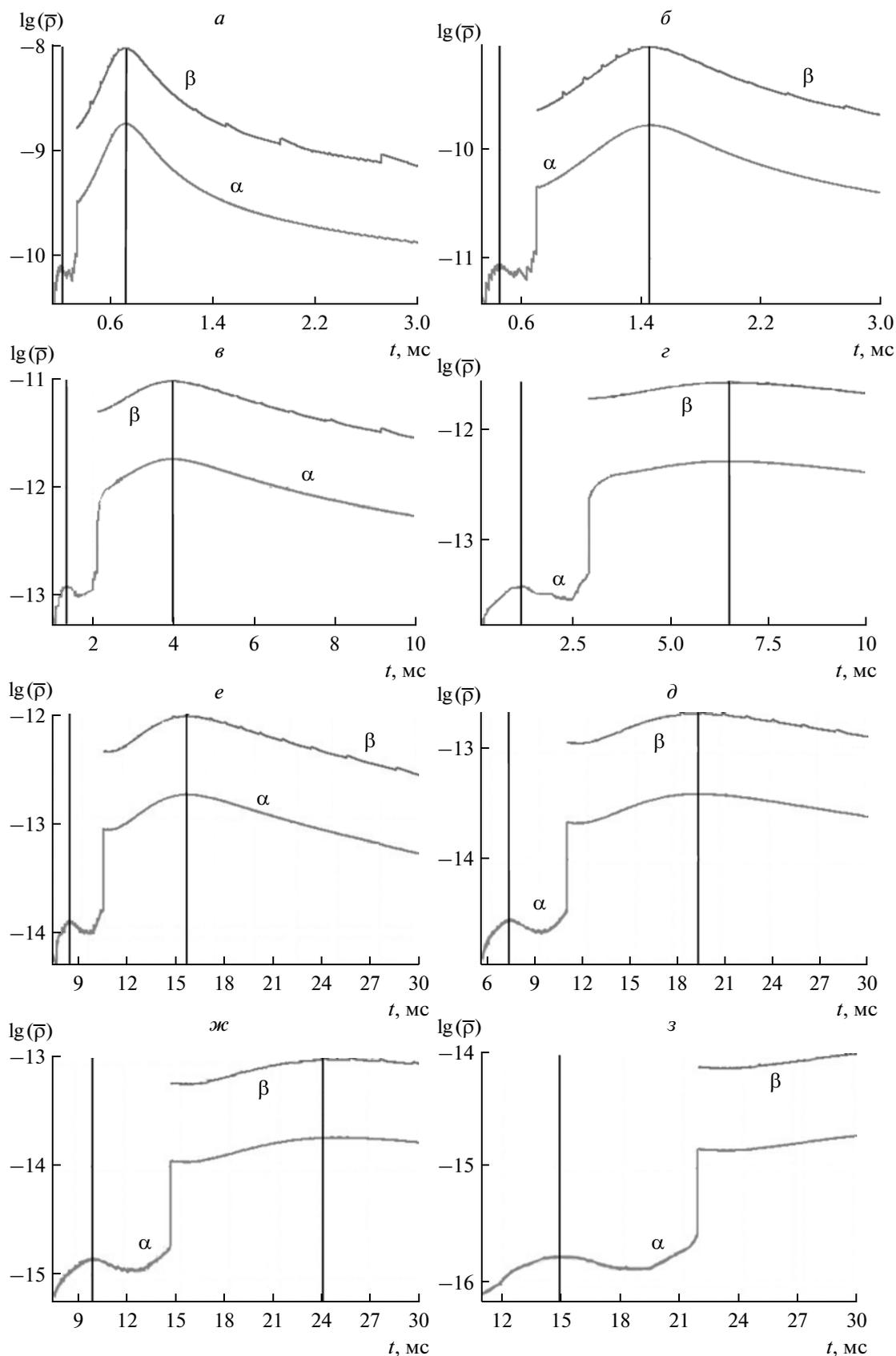
Расчеты показали, что высокая начальная температура, в кулоновской системе частиц обеспечивает радиальное разделение компонент уже в самом начале разлета (рис. 7). Скорости быстро выходят на асимптотические значения и расстояние между фронтами “ $\alpha$ ” и “ $\beta$ ” компонент увеличивается. При разлете водорода до радиусов  $\geq 1000$  м в распределение его плотностей начинает формироваться скачок с резким падением плотности на радиусах, которые соответствуют в рассматриваемые моменты времени положению отстающего фронта алюминия. Падение плотности связано с резким перепадом в силе трения  $R_{\alpha}$ , действующей на водород со стороны алюминия (рис. 8). Аналогичные поведения параметров наблюдаются при расчетах до больших радиусов разлета. Как следует из приведенного выше анализа и это подтверждают расчет, члены  $R_{\alpha\beta}^0$  и  $W_{\alpha\beta}^0$  не играют существенной роли в стратификации, которая форми-

руется уже в самом начале разлета, когда смесь состоит в основном из заряженных частиц. Столкновение с нейтральными частицами имеет лобовой характер и, при рассматриваемых энергиях малое сечение. На рисунке 9 показано поведение плотности во времени, проинтегрированной по лучу зрения, проходящему на различных расстояниях  $R^*$  от центра взрыва. Доля водорода вышедшая за пределы фронта алюминия со временем возрастает и в распределении интеграла ее плотности по лучу  $R^*$  наблюдается максимум по времени. Временной интервал между этим максимумом в водороде и максимумом в алюминии увеличивается со временем и при  $R^* = 30$  км составляет 8 мс, что хорошо согласуется с экспериментом.

Развитие инерционной стратификации, как показано в работе [Ступицкий и Харкунов, 2012] определяется соотношением между силой трения и силой давления внутри каждой компоненты. В кулоновской системе сила трения меньше силы



**Рис. 8.** Радиальное распределение основных безразмерных характеристик  $N$  и  $Al$  с учетом кулоновских взаимодействий между частицами на безразмерные времена  $a - \bar{t} = 100$ ;  $b - \bar{t} = 1800$ .



**Рис. 9.** Поведение плотности во времени на различных расстояниях от центра взрыва для H-Al: *a* -  $R^* = 0.5$  км; *б* -  $R^* = 1$  км; *в* -  $R^* = 3$  км; *г* -  $R^* = 6$  км; *д* -  $R^* = 10$  км; *е* -  $R^* = 15$  км; *ж* -  $R^* = 20$  км; *з* -  $R^* = 30$  км.

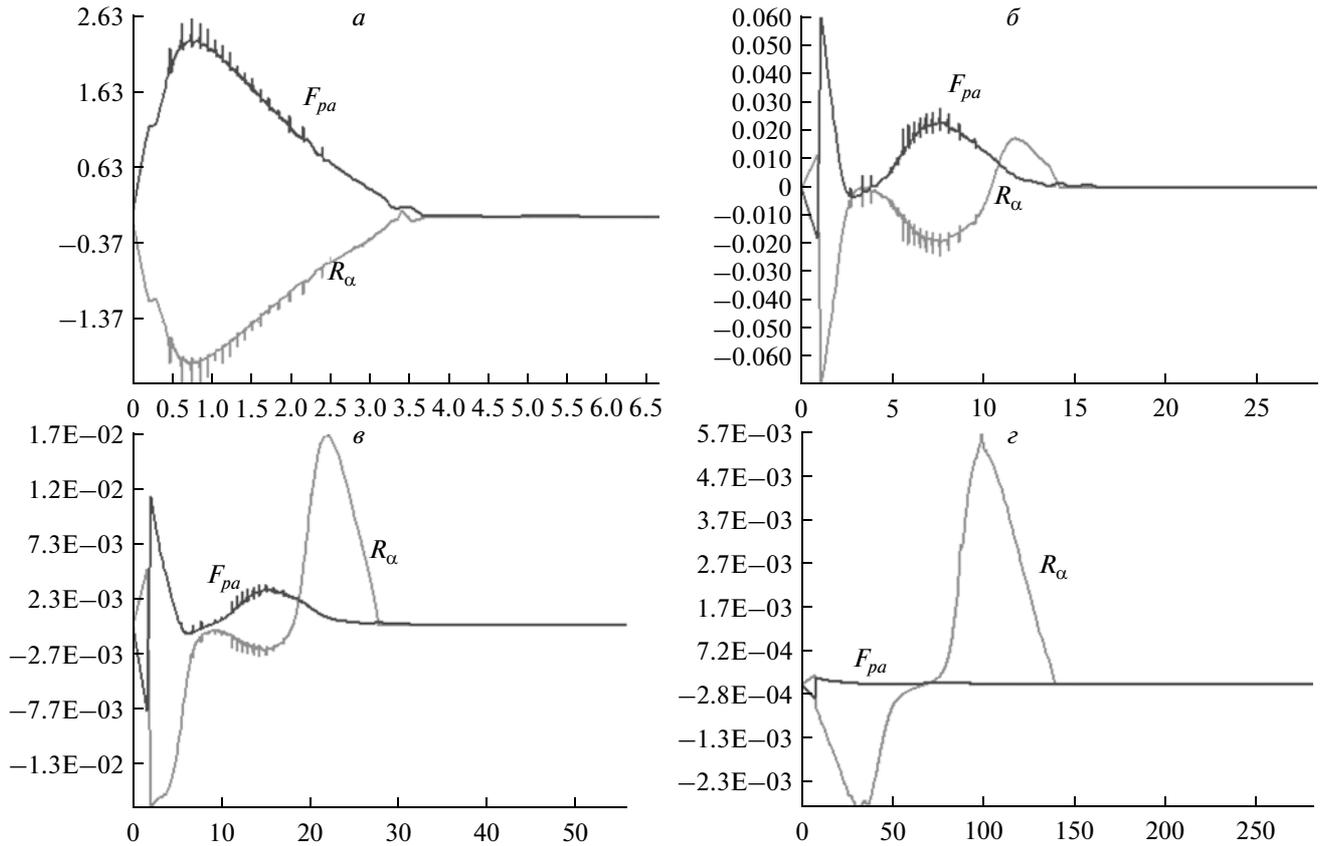


Рис. 10. Радиальное распределение безразмерных значений силы внутреннего давления и силы трения для компонента на различные моменты времени:  $a - \bar{t} = 1$ ;  $б - \bar{t} = 5$ ;  $в - \bar{t} = 10$ ;  $г - \bar{t} = 1$ .

давления только в самом начале разлета, тогда и происходит разделение компонент. На больших радиусах разлета соотношение меняется, однако абсолютное значение силы трения к этому времени уже настолько мало, что она, также как и сила давления, уже оказывает слабое влияние на движение компонент (рис. 10).

Отметим, что так как члены  $R_\alpha$  имеют “жесткий” характер, то наряду с явной схемой использовалась смешанная схема, когда скорости в выражении для  $R_{\alpha\beta}^0 \sim (u_\beta^{n-1} - u_\alpha^{n+1})$  брались на разных временных слоях и проводилась итерация. Реализация полностью неявного варианта разностной схемы при расчете  $R_\alpha$  вызывает значительные трудности, так как массовые ячейки с одинаковыми индексами у  $\alpha$  и  $\beta$  компонент могут быть значительно разделены по радиусу. Использование смешанной и явной схемы дают близкие результаты, но существенного различия во времени счета не наблюдается. Были проведены также пробные расчеты для Al–C смеси. В целом картина течения сохраняется такой же, как в системе N–Al, но из-за большой массы легкого компо-

нента и большой величины  $z_\alpha^2 z_\beta^2$  разделение между компонентами меньше.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа является продолжением исследований явления инерционной стратификации, выполненных ранее в работе [Ступицкий и Харкунов, 2012]. По начальным условиям задача максимально приближена к реальным условиям разлета плазменного сгустка высокой удельной энергии. Учен весь комплекс столкновительных процессов. Так как кулоновские столкновения уже в самом начале разлета создают силу трения между компонентами меньшую, чем силы внутреннего давления, то инерционная стратификация формируется в самом начале разлета, когда давление и температура в плазме еще велики. Подобные явления могут наблюдаться в астрофизике и имеют важное практическое значение при оценке воздействия разреженных высокоскоростных плазменных потоков на элементы оптико-электронных средств космической техники и на средства их защиты. Наряду с предыдущей работой данная работа в определенной степени завершает исследование явления инерционной

стратификации, которое может происходить в многокомпонентном разлетающемся плазменном сгустке высокой удельной энергии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Адушкин В.В., Зецер Ю.И., Киселёв Ю.Н. Активные геофизические ракетные эксперименты “Флакрус 1, 2” // ДАН. Т. 361. С. 818–820. 1999.
- Ананьин О.Б., Ступицкий Е.Л. О потере энергии ионами, проходящими через плазму // Физика плазмы. Т. 7. № 6. С. 1382–1390. 1981.
- Броуд Г. Расчеты взрывов на ЭВМ. М.: Мир, 271 с. 1976.
- Гаврилов Б.Г., Зецер Ю.И., Менг И.И. Движение плазменной струи поперек геомагнитного поля в активном геофизическом эксперименте “North Star” // Космич. исслед. Т. 41 № 1. С. 33–34. 2003.
- Готт Ю.В. Взаимодействие частиц с веществом в плазменных исследованиях // М.: Атомиздат, 258 с. 1978.
- Замышляев Б.В., Ступицкий Е.Л., Гузь А.Г., Жуков В.М. Состав и термодинамические функции плазмы // М.: Энергоатомиздат, 143 с. 1984.
- Зецер Ю.И., Гаврилов Б.Г., Жмайло В.А., Селин В.И. Геомагнитные эффекты от расширяющегося плазменного образования внутри ядерного взрыва // Физика горения и взрыва. Т. 40. № 6. С. 81–94. 2004.
- Прияткин С.Н., Ступицкий Е.Л. Неравновесные процессы при разлете бариевого сгустка в поле солнечного излучения // Космич. исслед. Т. 32. № 2. С. 253–261. 1992.
- Смирнов Е.В., Ступицкий Е.Л. Численные моделирования воздействия разреженного плазменного потока на поверхность твердого тела // Поверхность. Синхротронные и нейтронные исследования. № 11. С. 102–112. 2010.
- Ступицкий Е.Л. Динамика мощных импульсных излучений и плазменных образований. М.: Физматлит, 280 с. 2006.
- Ступицкий Е.Л., Козлов С.И. Процессы замагничивания и стратификации легко ионизируемого облака нейтрального газа, разлетающегося в геомагнитном поле // Космич. исслед. Т. 28. № 4. С. 555–559. 1990.
- Ступицкий Е.Л., Любченко О.С., Худавердя А.М. Неравновесные процессы при разлете высокотемпературного плазменного сгустка // Квантовая электроника. Т. 12. № 5. С. 1037–1048. 1985.
- Ступицкий Е.Л., Репин А.Ю., Холодов А.С., Холодов Я.А. Поведение высокоэнергетического плазменного сгустка в верхней ионосфере // Математическое моделирование. Т. 16. № 7. С. 45–58. 2004.
- Ступицкий Е.Л., Харкунов А.Н. Инерционная стратификация разлетающегося многокомпонентного газового сгустка // Геомагнетизм и аэрномия. № 3. Т. 52. С. 330–341. 2012.
- Ступицкий Е.Л., Шапранов А.В. Стратификация легкоионизируемого газового облака, разлетающегося в геомагнитном поле // Космич. исслед. Т. 36. № 5. С. 475–484. 1998.
- Физика ядерного взрыва. Т. 1. М.: Физматлит, 829 с. 2009.
- Gurevich A.V., Zybin K.P., Cukyanov A.V. Stationary striations developed in the ionospheric modification // Phys. Rev. Lett. V. 75. P. 2622–2625. 1995.