

УДК 519

ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ ДАННЫХ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

© 2013 г. О. В. Мандрикова^{1,2}, В. В. Богданов¹, И. С. Соловьев²

¹Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
с. Паратунка (Камчатский край)

²Камчатский государственный технический университет, г. Петропавловск-Камчатский (Камчатский край)
e-mail: oksanam1@mail.kamchatka.ru

Поступила в редакцию 03.05.2011 г.

После доработки 28.11.2011 г.

В периоды повышенной геомагнитной активности в данных магнитного поля Земли наблюдаются вариации разных диапазонов частотных спектров и периодов. Формирующиеся локальные структуры определяют возмущенностью поля и несут информацию об интенсивности и характере развития магнитной бури. В статье для изучения временных особенностей вариаций магнитного поля на примере H -компоненты предложены численные решения и алгоритмы, основанные на вейвлет-преобразовании, которые позволяют в автоматическом режиме выделять периоды повышенной геомагнитной активности, идентифицировать структуры, формирующие данный процесс, и выполнить их анализ. Выделенные составляющие, характеризующие возмущения, дают возможность оценить изменения энергетических характеристик поля. Анализ построенных вейвлет-образов позволяет проследить динамику изменений H -компоненты как накануне магнитной бури, так и во время ее развития.

DOI: 10.7868/S0016794013020107

1. ВВЕДЕНИЕ

Из-за сложной внутренней структуры, сильной изменчивости, нерегулярности регистрируемых геомагнитных данных задача их обработки и анализа является весьма сложной. Традиционные методы анализа временных рядов, основанные на процедурах сглаживания, позволяют изучить низкочастотные вариации параметров магнитного поля, но не дают информации о локальных изменениях, протекающих в физическом процессе, и их масштабных характеристиках [Будько и др., 2006]. При обработке данных наблюдается потеря важной информации. Разнообразие и сложная форма локальных особенностей также делает неэффективными методы спектрального анализа, традиционно используемые для оценки периодических изменений в данных.

В данной работе для представления геомагнитных данных используются аппроксимирующие вейвлет-схемы [Мандрикова и Соловьев, 2011; Chui, 2001; Daubechies, 2001; Mallat, 2005]. Эта математическая платформа имеет обширный словарь базисов различной формы и длительности, что позволяет исследовать тонкие особенности структуры магнитных данных [Козлов и Марков, 2007; Мандрикова и Соловьев, 2011]. Эквивалентность теории непрерывных временных вейвлетов и дискретных наборов фильтров дает важную информацию о локальных особенностях исследуемой функции. Для отображения вариаций магнитного поля в работе используются непре-

рывные вейвлет-преобразования [Chui, 2001; Daubechies, 2001; Mallat, 2005]. Непрерывные преобразования дают возможность исследовать тонкие особенности протекания процесса накануне и в периоды бурь. На основе дискретных разложений в вейвлет-пространстве геомагнитные данные представляются в виде комбинаций составляющих двух видов — детализирующих и аппроксимирующих. Аппроксимирующие составляющие описывают регулярные изменения поля, детализирующие составляющие определяют различные типы частотно-временных структур, формирующих регистрируемый процесс в локальные моменты времени и характеризуют возмущенность магнитного поля. Процедура анализа геомагнитных данных может быть представлена в виде следующих взаимозависимых этапов:

1. Выделение информативных частотно-временных интервалов в данных.
2. Идентификация возмущенных составляющих.
3. Анализ локальных структур, формирующих процесс в периоды повышенной геомагнитной активности и оценка изменений характеристик поля.

2. МЕТОДЫ АНАЛИЗА ГЕОМАГНИТНЫХ ДАННЫХ

2.1. Непрерывные преобразования

Вейвлет-преобразование раскладывает сигналы по растянутым и сдвинутым вейвлетам Ψ . Так как вейвлет Ψ имеет нулевое среднее значение, то

вейвлет-преобразование [Chui, 2001; Daubechies, 2001; Mallat, 2005]

$$Wf(s, u) = \int f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt$$

измеряет изменение f в окрестности точки u , размер окрестности пропорционален s . При стремлении масштаба s к нулю вейвлет-коэффициенты характеризуют свойства функции f в окрестности точки u .

В работах [Daubechies, 2001; Mallat, 2005] показано, если вейвлет Ψ имеет n нулевых моментов, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \Psi(t) dt = 0, k = \overline{0, n-1},$$

и n производных, то для $f \in L^2(R)$, удовлетворяющей равномерному условию Липшица α , $\alpha \leq n$, на отрезке $[a, b]$, существует $A > 0$ такое, что

$$\forall (s, u) \in R^+ \times [a, b], |Wf(s, u)| \leq As^{\alpha+1/2}, \quad (1)$$

где R^+ — множество положительных действительных чисел.

Обратно, если f ограничена и $Wf(s, u)$ удовлетворяет (1) для нецелого $\alpha < n$, тогда f удовлетворяет равномерному условию Липшица α на $[a + \varepsilon, b - \varepsilon]$ при любом $\varepsilon > 0$.

Неравенство (1) является условием асимптотического убывания $|Wf(s, u)|$ при $s \rightarrow 0$. Таким образом, убывание амплитуды вейвлет-преобразования в зависимости от масштаба связано с гладкостью Липшица функции и характеризует наличие (либо отсутствие) в ней локальных особенностей.

Будем считать, что функция f в окрестности точки v имеет локальную особенность, если $|Wf(s, u)|$ не удовлетворяет условию (1) в окрестности точки v . Тогда операция выделения локальных особенностей функции может быть реализована ее на основе проверки условия

$$|Wf(s, u)| > T, \quad (2)$$

где T — пороговое значение. Путем выбора порогового значения T мы можем реализовать выделение и идентификацию особенности.

Из существования в вейвлет-преобразовании аналога равенства Парсеваля [Chui, 2001] следует, что через значения вейвлет-коэффициентов может быть определена “энергия” функции:

$$E_f = \int |f|^2(t) dt = C_{\Psi}^{-1} \iint |Wf(s, u)|^2 \frac{ds du}{s^2}, \quad (3)$$

где $E_{f_s} = |Wf(s, u)|^2$ — плотность “энергии” функции.

Мерой магнитной возмущенности является амплитуда возмущения [Bartels, 1938; Menvielle et al., 1995], определяемая как разность между наи-

большим и наименьшим отклонениями на трехчасовом временном интервале реальной магнитограммы от невозмущенной вариации поля. В вейвлет-пространстве функция f представляется в виде комбинации разномасштабных составляющих, которые содержат в себе информацию о величине отклонений от среднего уровня процесса в локальные моменты времени [Мандрикова, 2007] и, согласно методике Бартельса [Bartels, 1938; Menvielle et al., 1995], характеризуют возмущенность магнитного поля. В работе [Мандрикова и др., 2011] показано, что эти составляющие могут быть идентифицированы на основе превышения абсолютных значений вейвлет-коэффициентов некоторого порогового значения (условие (2)) и операция их выделения может быть построена путем определения максимальных значений функции $|Wf(s, u)|$. Поэтому характеристикой интенсивности возмущений в вейвлет-пространстве будет являться амплитуда вейвлет-коэффициентов. Интенсивность возмущений в момент времени $t = u$ на анализируемом масштабе s определим как:

$$E_{f(s, u)} = |Wf(s, u)|. \quad (4)$$

Это позволяет исследовать изменения энергетических характеристик исследуемого процесса во времени, оценить вклад различных масштабов.

Из соотношения (2) получаем, что выделение частотно-временных интервалов, содержащих возмущения, может быть реализовано на основе применения порогово

$$P_{T_s}(x) = \begin{cases} x, & \text{если } |x| \geq T_s \\ 0, & \text{если } |x| < T_s \end{cases}, \quad (5)$$

где T_s — порог на масштабе s .

Реализовав операцию (5) и введя в рассмотрение временное окно

$$E_{f(s, \Delta u_0)} = \int_{u_0-\varepsilon}^{u_0+\varepsilon} E_{f(s, u)} du,$$

мы можем проанализировать временную динамику интенсивности возмущений поля по масштабам. Оценку распределения выделенных возмущений поля по масштабам даст величина

$$E_{f_s} = \int E_{f(s, u)} du.$$

Максимумы функции E_{f_s} по аналогии с характерными модами Фурье [Ротанова и др., 2004; Chui, 2006] позволяют выделить масштабы процесса, вносящие основной вклад в полную энергию E_f . Масштабный уровень s , на котором наблюдается максимум E_{f_s} , в данном случае характеризует среднюю продолжительность локального возмущения, вносящего основной вклад в энергию

анализируемого процесса на данном интервале времени на фоне развивающейся бури.

Изменения интенсивности возмущений поля во времени можно проанализировать на основе величины

$$E_{f_u} = \int E_{f(s,u)} ds, \quad (6)$$

Введя в рассмотрение временное окно

$$E_{f\Delta u_0} = \int_{u=u_0-\varepsilon}^{u=u_0+\varepsilon} E_{f_u} du \quad (7)$$

мы можем проанализировать эти изменения в различных временных диапазонах.

2.2. Дискретные преобразования

Структура разложения пространства Лебега $L^2(R)$, порожденная ортогональным вейвлетом $\Psi \in L^2(R)$, имеет вид [Chui, 2001; Daubechies, 2001; Mallat, 2005]:

$$L^2(R) = \bigoplus_{j \in Z} W_j = \dots \oplus W_{-1} \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots,$$

где $W_j = \text{clos}_{L^2(R)}(\Psi_{j,n}; n \in Z)$.

Функция f при этом представляется в виде суммы компонент:

$$\forall f \in L^2(R) \exists! f(t) = \dots + v_{-1}(t) + v_0(t) + v_1(t) + \dots, \quad (8)$$

$$v_j \in W_j, \quad j \in Z.$$

Каждая компонента v_j из (8) имеет единственное представление в виде вейвлет-ряда:

$$v_j = \sum_{n \in Z} c_{j,n} \Psi_{j,n}(t),$$

где $\Psi_j = \{\Psi_{j,n}\}_{n \in Z}$ – ортонормированный базис пространства W_j , n – отсчеты сигнала, j – масштабный параметр, t – время. Коэффициенты $c_{j,n}$ определяются из соотношения:

$$c_{j,n} = \langle f, \Psi_{j,n} \rangle.$$

Конструкция вейвлет-пакетов [Chui, 2001; Daubechies, 2001; Mallat, 2005] предполагает рекурсивное расщепление пространства W_j , которое называют деревом пространств вейвлет-пакетов: $W_j^0 = \bigoplus_{i=1}^j W_{j_i}^{p_i}$. С каждым узлом (j_i, p_i) двоичного дерева связывают пространство $W_{j_i}^{p_i}$, которое допускает ортонормированный базис $\{\Psi_{j_i}^{p_i}(2^{j_i}t - n)\}_{n \in Z}$ при движении вниз по дереву. Каждый узел-родитель делится на два ортогональных подпространства. На корне дерева $W_j^0 = W_j$. Объединение соответствующих бази-

сов вейвлет-пакетов $\{\Psi_{j_i}^{p_i}(2^{j_i}t - n)\}_{n \in Z, 1 \leq i \leq J}$ определяет ортонормированный базис W_j , что позволяет полностью восстановить функцию.

Не нарушая общности, будем считать, что исходный временной ряд f_0 имеет разрешение $j = 0$. На основе конструкции вейвлет-пакетов он представляется в виде суммы компонент [Мандрикова и Горева, 2010; Мандрикова и Соловьев, 2011]:

$$f_0(t) = \sum_{j_i} g_{j_i}(t) + f_{-m}(t), \quad (9)$$

где $g_{j_i}, f_{-m} \in W_{j_i}^{p_i}$, $g_{j_i}(t) = \sum_n d_{j_i,n}^{p_i} \Psi_{j_i,n}^{p_i}(t)$, $d_{j_i,n}^{p_i} = \langle f_0, \Psi_{j_i,n}^{p_i} \rangle$, $f_{-m}(t) = \sum_n c_{-m,n}^0 \Psi_{-m,n}^0(t)$, $c_{-m,n}^0 = \langle f_0, \Psi_{-m,n}^0 \rangle$. Составляющая f_{-m} в соотношении (9) является аппроксимирующей компонентой, а g_{j_i} – детализирующими компонентами и включают в себя приращения порядка 2^{-j_i} и содержат информацию о локальных изменениях функции. В соответствии с (4) абсолютные значения вейвлет-коэффициентов $d_{j_i,n}^{p_i}$ детализирующих компонент g_{j_i} несут информацию о величине отклонений от среднего уровня процесса в момент времени $t = n$ и в данном случае характеризуют возмущенность магнитного поля. Аналогично операции (5) на каждом уровне j_i сохраним вейвлет-коэффициенты, абсолютные значения которых превышают пороговое значение T_{j_i} :

$$|d_{j_i,n}^{p_i}| \geq T_{j_i}, \quad n = \overline{t_1, t_2}. \quad (10)$$

Для восстановления исходной размерности данных выполним процедуру вейвлет-восстановления полученных составляющих.

Интенсивность возмущений в дискретный момент времени $t = n$ на анализируемом масштабе j_i определим как:

$$E_{f_0(j_i,n)} = |d_{j_i,n}^{p_i}|. \quad (11)$$

Тогда, аналогично операции (6), изменения интенсивности возмущений поля во времени по дискретным разложениям можно проанализировать на основе величины

$$E_{f_{0,n}} = \sum_{j_i} |d_{j_i,n}^{p_i}|. \quad (12)$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ДАННЫХ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

При проведении анализа использовались ортонормированные вейвлеты класса Добеши порядка 3, позволяющие получить аппроксимации магнитных данных с наименьшей погрешностью [Мандрикова и Горева, 2010]. При проведении

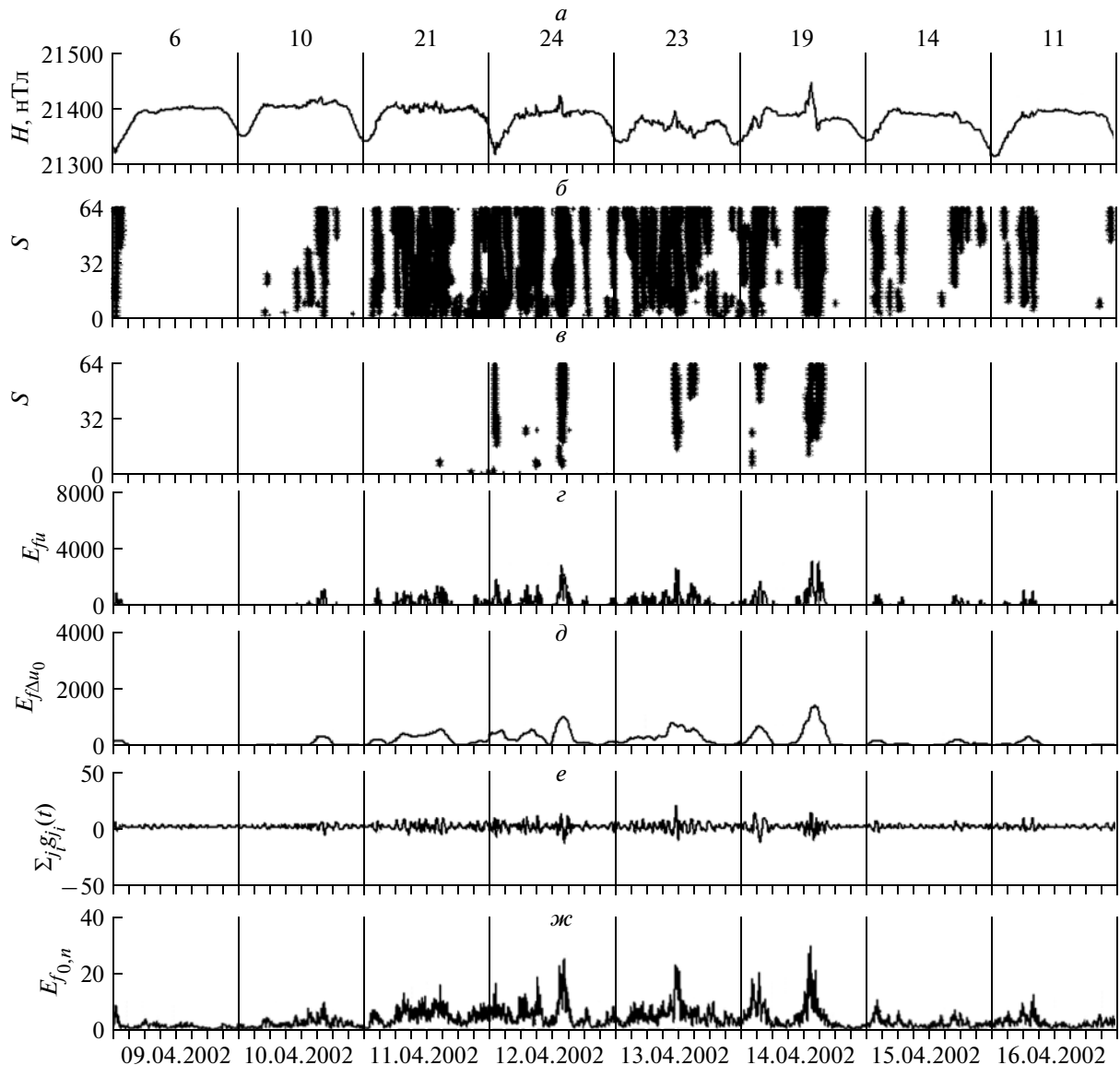


Рис. 1. Результат обработки геомагнитных данных за период 09.04.2002 г.–16.04.2002 г. *а* – данные регистрации; *б* – результат выполнения операции (5) (пороговое значение $T_{s, 1}$); *в* – результат выполнения операции (5) (пороговое значение $T_{s, 2}$); *г* – результат вычисления энергетического вклада E_{fu} ; *д* – результат вычисления энергетического вклада в скользящем временном окне $E_{f\Delta u_0}$; *е* – восстановленная компонента магнитного поля Земли; *ж* – результат вычисления интенсивности возмущений поля $E_{f_{0,n}}$.

экспериментов были обработаны данные за период 2002–2010 гг.

Для выделения периодов повышенной геомагнитной активности было выполнено непрерывное вейвлет-разложение и применена операция (5), что позволило выделить в магнитных данных частотно-временные интервалы, содержащие возмущения. Идентификация параметров T_s пороговой функции была выполнена статистически по данным K -индекса, характеризующего магнитную возмущенность в пункте регистрации (станция “Паратунка”). Путем обработки “нуле-

вых” дней, суммарные суточные значения K -индекса которых не превышают значения 8, для каждого масштабного уровня s были идентифицированы параметры $T_{s, 1}$, позволяющие выделить частотно-временные интервалы, содержащие как слабые, так и сильные геомагнитные возмущения. На основе обработки “нулевых” и “слабовозмущенных” дней, суммарные суточные значения K -индекса которых не превышают значения 18, для каждого масштабного уровня s были идентифицированы параметры $T_{s, 2}$, позволяющие выделить частотно-временные интервалы,

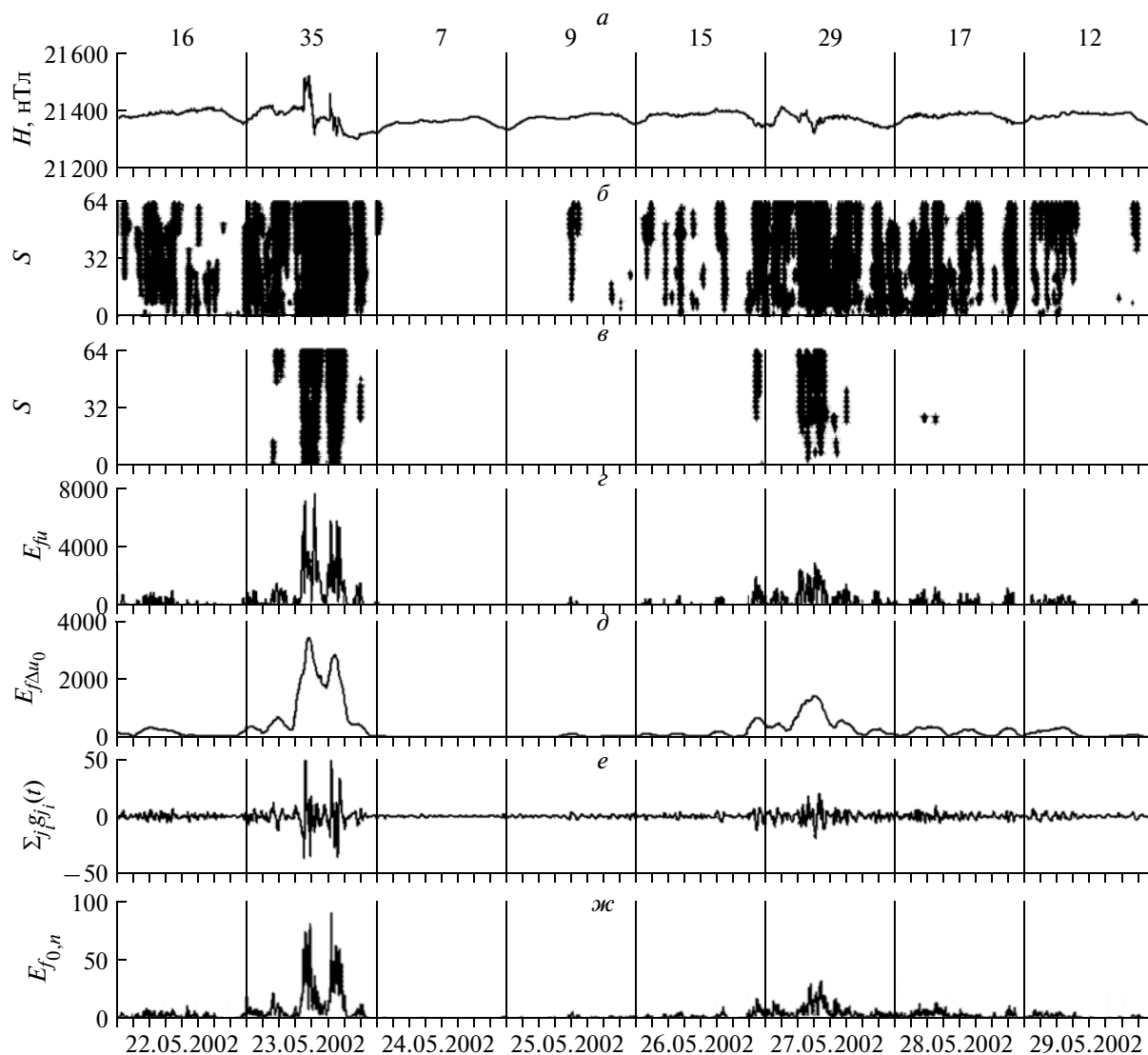


Рис. 2. Результат обработки геомагнитных данных за период 22.05.2002 г.–29.05.2002 г. *a* – данные регистрации; *б* – результат выполнения операции (5) (пороговое значение $T_{s,1}$); *в* – результат выполнения операции (5) (пороговое значение $T_{s,2}$); *г* – результат вычисления энергетического вклада E_{fu} ; *д* – результат вычисления энергетического вклада в скользящем временном окне $E_{f\Delta u_0}$; *е* – восстановленная компонента магнитного поля Земли; *ж* – результат вычисления интенсивности возмущений поля $E_{f_{0,n}}$.

содержащие сильные геомагнитные возмущения. Полученные картины распределения возмущений геомагнитного поля накануне и в периоды сильных магнитных бурь в пространстве (*a*, *b*) = (масштаб, время) показаны на рис. 1 и рис. 2 (*б*, *в*). Над магнитограммой на рис. 1 и рис. 2*a* приведены суммарные суточные значения *K*-индекса. Результаты анализа показывают, что в периоды магнитных бурь в вариациях магнитного поля возникают локальные разномасштабные периодичности. Анализ данных за разные периоды времени подтверждает нестационарность этого процесса и их неравномерное распределение и по времени, и по

масштабам. Началу главной фазе бурь предшествует слабое возрастание возмущенности, интенсивность которой не превышает значений $T_{s,1}$ (рис. 1 и рис. 2*б*). Это свидетельствует о некоторых изменениях в параметрах солнечного ветра, которые предшествуют приходу ударной волны. На главной фазе бури интенсивность возмущений значительно увеличивается и достигает значений $T_{s,2}$ (рис. 1 и рис. 2*в*), что позволяет в автоматическом режиме фиксировать начальный момент главной фазы магнитосферного возмущения. На восстановительной фазе интенсивность возмущения не превышает $T_{s,1}$. Для анализа изменений интен-

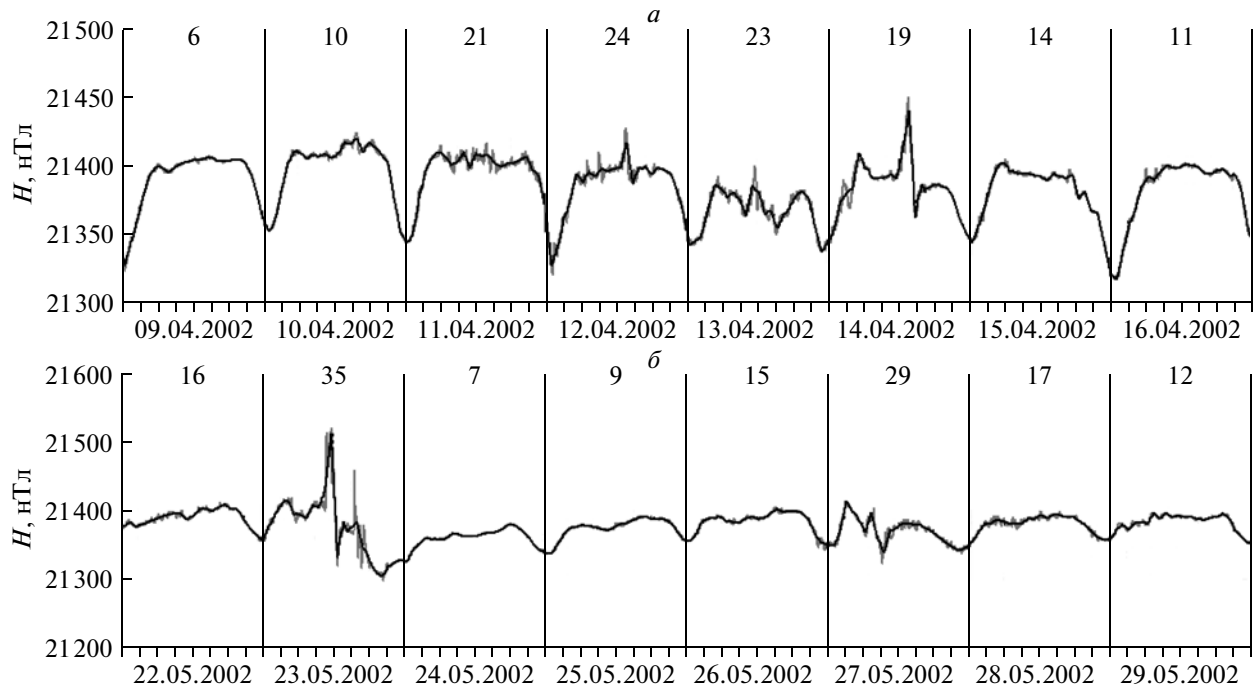


Рис. 3. Результат выделения аппроксимирующей компоненты данных f_{-m} , $m = 6$. *a* – за период 09.04.2002 г.–16.04.2002 г.; *б* – за период 22.05.2002 г.–29.05.2002 г. Серой линией отмечены регистрируемые данные, черной линией отмечена выделенная аппроксимирующая компонента.

сивности возмущений поля в периоды бурь были выполнены *операции* (6) и (7). Данные результаты представлены на рис. 1 и рис. 2г, д. *Операция* (7) была реализована в скользящем временном окне, равном 3-м часам. Четко выделяются возмущения предшествующие развитию главной фазы магнитной бури.

Дискретные разложения осуществлялись до шестого уровня полного дерева вейвлет-пакета. На основе *операции* (10) в геомагнитных данных были выделены компоненты дерева разложения, содержащие возмущения и была выполнена операция их вейвлет-восстановления. Полученные *возмущенные компоненты* представлены на рис. 1 и рис. 2е. Параметры T_{ji} пороговой функции определялись статистически, путем обработки “нулевых” дней. Используя дискретные разложения, был выполнен анализ изменений интенсивности возмущений поля на основе *операции* (12) (рис. 1 и рис. 2ж). Сопоставление этих результатов с результатами, полученными на основе непрерывных преобразований (рис. 1 и рис. 2з), подтверждает значительное увеличение интенсивности возмущений поля в периоды бурь. Также для анализа суточных вариаций поля были выделены аппроксимирующие компоненты геомагнитных данных f_{-m} (рис. 3). Анализ полученных компонент подтверждает сложную нестационарную структуру формирования суточной вариации

поля и ее существенное изменение в периоды магнитных бурь.

4. ВЫВОДЫ

Вейвлет-анализ данных магнитного поля Земли за период 2002–2010 гг. показал перспективность применения этого метода для анализа развития магнитосферного возмущения.

Из результатов непрерывного вейвлет-преобразования магнитных данных выделены частотно-временные интервалы, содержащие возмущения, показавшие, что в периоды бурь в вариациях магнитного поля возникают локальные разномасштабные периодичности, имеющие неравномерное распределение и по времени, и по масштабам. Во время развития бури интенсивность выделенных возмущений значительно увеличивается, что позволяет фиксировать момент предстоящей бури и выделить возмущения, предшествующие развитию главной фазы бури.

Выделенные из результатов дискретного вейвлет-преобразования детализирующие составляющие, характеризующие возмущенность поля, подтвердили значительное увеличение интенсивности возмущений в периоды протекания бурь. Полученные аппроксимирующие компоненты позволили проанализировать суточные вариации поля накануне бурь и их существенное изме-

нение в периоды возрастания интенсивности возмущений.

Результаты вейвлет-анализа дают возможность не только выявлять особенности в геомагнитном поле, но и проследить изменения его энергетических параметров на всем временном интервале. По изменениям значений коэффициентов вейвлет-разложения и с учетом значений вариаций магнитного поля Земли, по-видимому, возможно определять вариации в параметрах солнечного ветра и их длительность.

Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации МД-2199.2011.9 и грантом РФФИ – ДВО РАН №11-07-98514-р_восток_a.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Будько Н.И., Зайцев А.Н., Карпачев А.Т., Козлов А.Н., Филиппов Б.П. Космическая среда вокруг нас. Троицк: ТРОВАНТ. 232 с. 2006.
- Козлов В.И., Марков В.В. Вейвлет-образ гелиосферной бури в космических лучах // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 47. № 1. С. 56–65. 2007.
- Мандрикова О.В. Моделирование геохимических сигналов на основе вейвлет-преобразования. Владивосток: Дальнаука. 123 с. 2007.
- Мандрикова О.В., Горева Т.С. Метод идентификации структурных компонентов сложного природного сигнала на основе вейвлет-пакетов // Цифровая обработка сигналов. № 1. С. 45–50. 2010.
- Мандрикова О.В., Соловьев И.С. Вейвлет-технология обработки и анализа вариаций магнитного поля Земли // Информационные технологии. № 1. С. 34–38. 2011.
- Мандрикова О.В., Смирнов С.Э., Соловьев И.С. Метод определения индекса геомагнитной активности на основе вейвлет-пакетов // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 51. № 6. С. 1–10. 2011.
- Романова Н.М., Бондарь Т.Н., Иванов В.В. Вейвлет-анализ вековых геомагнитных вариаций // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 44. № 2. С. 276–282. 2004.
- Bartels J. Potsdamer erdmagnetische Kennziffern, I Mitteilung. Zeitschrift fur Geophysik, 14:68–78, 699–718. 1938.
- Chui C.K. An Introduction to Wavelets. Пер. с англ. М.: Мир. 412 с. 2001.
- Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. Пер. с английского – Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”. 464 с. 2001.
- Mallat S. A Wavelet tour of signal processing. Пер. с англ. М.: Мир, 671 с. 2005.
- Menvielle M., Papitashvili N., Hakkinen L., Sucksdorff C. Computer production of K indices: review and comparison of methods// Geophys. J. Int. V. 123. p. 866–886. 1995.