

УДК 550.383+550.384+551.14

СИНХРОННОСТЬ ИЗМЕНЕНИЙ ГЛАВНОГО ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ФЛУКТУАЦИЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ

© 2013 г. И. М. Демина, П. Б. Баталов, Т. Ю. Королева

Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, С.-Петербург

e-mail: dim@izmiran.spb.ru

Поступила в редакцию 30.03.2011 г.

После доработки 10.01.2012 г.

В работе проведено сравнительное исследование изменения величины магнитного момента источника, определяющего дипольную составляющую главного геомагнитного поля, и флуктуации скорости вращения Земли. Во временных рядах анализируемых процессов выделены три близкие по периодам квазигармонические составляющие, для каждой из которых получен свой сдвиг по фазе. Влияние проводимости мантии на этот сдвиг исследовалось в рамках однослойной модели, для чего была построена амплитудно-фазовая характеристика мантии, как фильтра. В предположении, что сдвиг по фазе определяется главным образом влиянием мантии, получены оценки ее средней проводимости $\sigma = 270 \pm 20$ См/м. Высказано предположение, что колебания во временных рядах анализируемых процессов протекают практически синфазно и могут быть вызваны одной внешней причиной, например, приливным воздействием.

DOI: 10.7868/S0016794013010069

1. ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о сравнении характера изменения главного магнитного поля Земли (ГМПЗ) и флуктуаций скорости вращения Земли (ФСВЗ) поднимался в работах многих авторов. Сравнение проводилось как для пространственных, так и для временных изменений ГМПЗ. Так, в работе [Vestine, 1953] сравнивались изменения длительности суток и долготы магнитного центра. Был получен сдвиг по фазе в 7 лет для составляющей с периодом около 60 лет и высказано предположение, что оба эти процесса как-то взаимосвязаны. Однако положение магнитного центра не определяется каким-то одним процессом, а носит интегральный характер. Позднее, в работе [Vestine and Kahle, 1968] авторы сравнивали ФСВЗ с флуктуациями скорости дрейфа эксцентричного диполя с тем же характерным периодом 60 лет. Причем для скорости дрейфа была получена задержка, равная также 7 годам. В работе [Jin and Thomas, 1977] изучался спектральный состав вариаций дипольной составляющей ГМПЗ в сравнении с флуктуациями длительности суток. В результате были уверенно выделены общие спектральные составляющие с периодами 66 лет и 33 года. Кроме того, были получены более высокочастотные спектральные пики, соответствующие периодам 22, 17, 13, 11 и 9 лет. Авторами высказано предположение, что рассмотренные процессы либо вызваны одной общей причиной, либо один из них определяет другой. Фазовые соотношения получить не удалось. Вопрос о том,

имеют ли изменения геомагнитного поля и ФСВЗ общее происхождение, до сих пор не имеет прямого ответа.

Представляемая работа основана на разрабатываемой нами в течение ряда последних лет динамической модели локализованных источников ГМПЗ. Эта модель представляет собой набор диполей, расположенных в толще жидкого ядра и вблизи границы ядро-мантия, суммарное поле которых описывает как глобальные, так и локальные особенности пространственной структуры ГМПЗ [Демина и Фарафонова, 2004, Демина и др., 2006]. Модель построена для последних 110 лет с 1900 по 2010 год с шагом в 5 лет. Параметры диполей от эпохи к эпохе изменяются непрерывно и достаточно гладко. Эти изменения определяют пространственную структуру и характер протекания вековых вариаций [Демина и др., 2008a], в том числе это касается формирования и распада фокусов векового хода [Демина и др., 2008b]. Разделение вкладов источников разного уровня позволило нам выделить динамику источника, определяющего дипольную составляющую ГМПЗ (везде далее главный диполь), в частности, изменение вектора его магнитного момента. В данной работе мы проводим сравнение характера изменения величины магнитного момента главного диполя (ММГД) и ФСВЗ.

Изучение ФСВЗ имеет собственную длинную историю. Среднегодовые изменения скорости вращения приводятся в работе [McCarty and Bab-

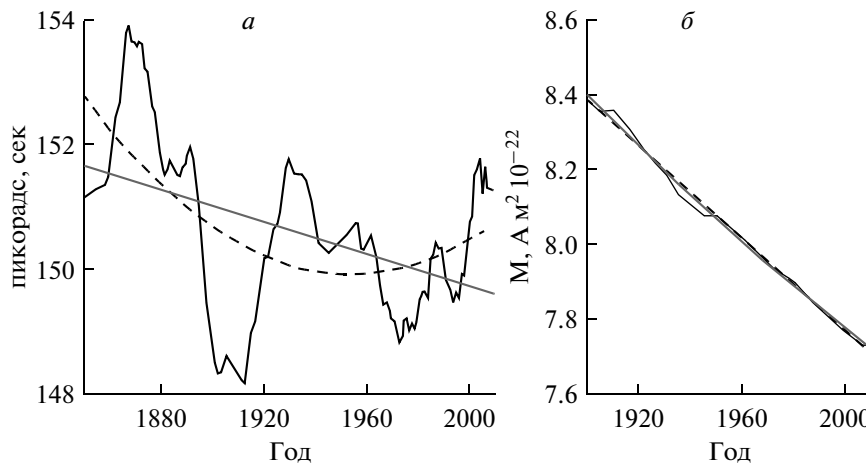


Рис. 1. Тренд во временных рядах ФСВЗ и изменения величины ММГД.

a – ФСВЗ, *б* – изменение величины ММГД; черная сплошная линия – исходный временной ряд, серая сплошная линия – линейный тренд, штриховая линия – квадратичный тренд.

cock, 1986] с 1656 г, в работе [Stephenson and Morrison, 1984] с 1650 г. и с 1820 г. в работах [Brower, 1952; Сидоренков и Свиренко, 1991; Сидоренков, 2000]. Данные о ФСВЗ, начиная с 1623 г, доступны на сайте Международной службы вращения Земли и систем координат (<http://hpiers.obspm.fr/>). Мы сравнили имеющиеся ряды данных и приняли решение ограничиться снизу 1850 годом, поскольку до этого времени результаты, полученные разными авторами, сильно отличаются. В то же время большинство исследователей считает, что, начиная со второй половины XIX века, точность данных достаточно для анализа декадных флуктуации ФСВЗ. Используемые нами данные показаны на рис. 1 в блоке “*a*” черной сплошной линией. Можно видеть, что ФСВЗ имеют сложную структуру, и наряду с длинноволновой составляющей здесь присутствует ряд квазипериодических составляющих с периодами меньшими 100 лет. На том же рисунке в блоке “*б*” черной сплошной линией показано полученное нами к настоящему времени изменение величины ММГД. Для этого ряда на фоне общей тенденции убывания также проявляется ряд особенностей.

В данной работе нами проводится сравнение временных рядов изменения ММГД и ФСВЗ с целью выявления возможных общих периодических составляющих. Аппроксимация этих составляющих гармоническими функциями позволит оценить фазовые сдвиги и их возможную зависимость от периода. Интерпретация этих фазовых сдвигов невозможна без учета влияния проводящей мантии на изменение величины ММГД, наблюдаемое на поверхности Земли, т.е. без построения амплитудно-фазовой характеристики мантии, как фильтра.

2. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Для начала, чтобы убедиться в присутствии общих периодических составляющих в зависимостях от времени ФСВЗ и изменения величины ММГД, нами был проведен корреляционный анализ этих двух временных рядов. Корректное проведение корреляционного анализа требует удаления из временных рядов низкочастотного тренда. Наиболее просто это можно было бы сделать, если искать линейный или иной полиномиальный тренд. На рис. 1 варианты линейного и квадратичного трендов показаны серой сплошной линией и черным штрихом, соответственно. Можно видеть, что такой тренд может породить краевые эффекты, не допускает экстраполяции и является формальным. Однако это не препятствует его использованию для анализа общих корреляционных зависимостей. После вычитания квадратичного тренда нами были вычислены нормированные автокорреляционные функции изменения величины ММГД и ФСВЗ и их взаимная корреляционная функция. Результат представлен на рис. 2. Автокорреляционная функция для временного ряда величины магнитного момента показана серой сплошной линией, а для флуктуации скорости вращения – черной сплошной. Сравнивая автокорреляционные функции, можно сделать вывод, что и та, и другая временные зависимости могут содержать близкие по периодам составляющие, которые можно оценить как 60–65 лет. Кроме того, очевидно, что в сигнале присутствуют как более короткопериодные, так и более длиннопериодные составляющие. Взаимная корреляционная функция (показана на рис. 2 штриховой линией) характеризуется значительным, порядка 30 лет, сдвигом по фазе для составляющей с периодом около 65 лет. Для других воз-

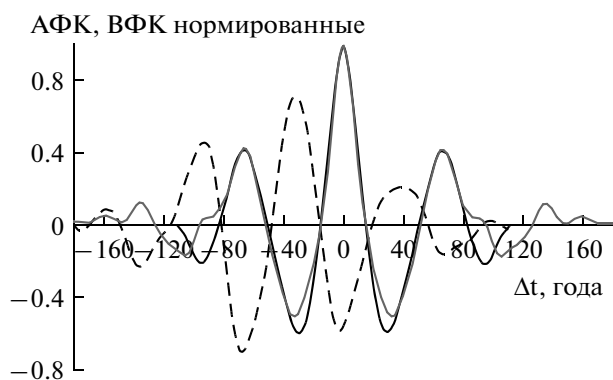


Рис. 2. Корреляционные функции ФСВЗ и величины ММГД. Чёрная сплошная линия — автокорреляционная функция ММГД, серая сплошная линия — то же ФСВЗ и штриховая линия — их взаимная корреляционная функция.

можных квазипериодических составляющих этот сдвиг по фазе может быть другим. Получение оценок периодов и фаз отдельных периодических составляющих анализируемых сигналов с использованием дискретного преобразования Фурье ограничено длиной ряда в 110 лет. Все, что можно получить, — это соотношение осреднённых по полосам значений спектральной плотности для периодов 110, 55, 22.5 и т.д. лет. Причем результат сильно зависит от вида вычтенного тренда, поскольку остаточная низкочастотная составляющая размывает именно низкие частоты.

Хотя ряд ФСВЗ длиннее, в низкочастотной области возникают аналогичные проблемы. Данные о ФСВЗ анализировались многими авторами. Подробный обзор можно найти в работе [Сидоренков, 2002]. Там же приводятся результаты спектрального анализа 350-летнего ряда средних годовых значений. Указывается на наличие максимума спектральной плотности для периодов около 70 лет и проявление слабых колебаний с периодами 33, 22 и 6 лет. Спектр был получен как преобразование Фурье автокорреляционной функции. Как видно из представленного авторами графического материала, использование дискретного преобразования Фурье для получения оценок спектральной плотности не позволяет получить хорошее разрешение в низкочастотной области для временного ряда ФСВЗ. В упомянутой выше работе [Jin and Thomas, 1977] для получения оценок спектральной плотности был использован метод максимальной энтропии. Но и в этом случае фактически был получен ряд гармоник с периодами, кратными 11 годам. Для выделения иных, кроме кратных, квазипериодических составляющих в данной работе нами была использована аппроксимационная реализация спектрального анализа в ее классическом варианте [Страхов и Керимов, 1999].

3. ТРЕНД И ГАРМОНИЧЕСКИЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Для корректного решения задачи выделения квазипериодических составляющих необходимо вернуться к проблеме исключения низкочастотного тренда. Как уже упоминалось выше, использование в качестве тренда линейной или квадратичной функции приводит к возникновению крайних эффектов и оказывает влияние на получаемые параметры аппроксимирующей функции. В то же время по палео- и археомагнитным данным известно, что во временных изменениях магнитного момента можно выделить длинноволновые составляющие в широком диапазоне периодов. На этом основании нами было принято решение искать тренд в виде некоторого отрезка длинноволновой составляющей с неизвестным периодом.

Представим искомый тренд в виде гармонического колебания

$$f(t, M_0, A, T, \varphi_0) = M_0 + A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right),$$

где t — текущий момент времени, а в качестве параметров рассматриваются: M_0 — уровень, относительно которого происходит колебание, A — амплитуда, T — период и φ_0 — фаза колебания на 1900 год. Введение такого параметра, как уровень M_0 , связано с тем, что искомое колебание может происходить на фоне других еще более длинноволновых составляющих, изменением которых на рассматриваемом интервале времени мы пренебрегаем. Для получения оценок параметров использовался, упомянутый выше аппроксимационный подход в его классическом варианте, когда поиск осуществляется в помощью простого перебора, а в качестве критерия выбора используется корреляционный дискриминатор. Очевидно, что для ряда длиной в 110 лет поиск параметров длинноволновой составляющей представляет собой некорректную задачу. Можно было бы не придавать форме тренда большого значения, поскольку его вычитание в задаче спектрального анализа — это необходимая, но формальная процедура, но в данном случае мы пытаемся построить тренд, который может отражать некоторый физический процесс. И прежде чем применить этот подход к реальным временным рядам, мы провели его тестирование на модельных сигналах.

В качестве модели нами были построены 6 отрезков синусоид с одним и тем же периодом 360 лет и одними и теми же амплитудой и уровнем, сопоставимыми с параметрами главного диполя. Отличались эти отрезки начальной фазой колебания: две фазы роста, две фазы убывания и два экстремума. На рисунке 3а приведены четыре варианта, значительно отличающиеся по фазе,

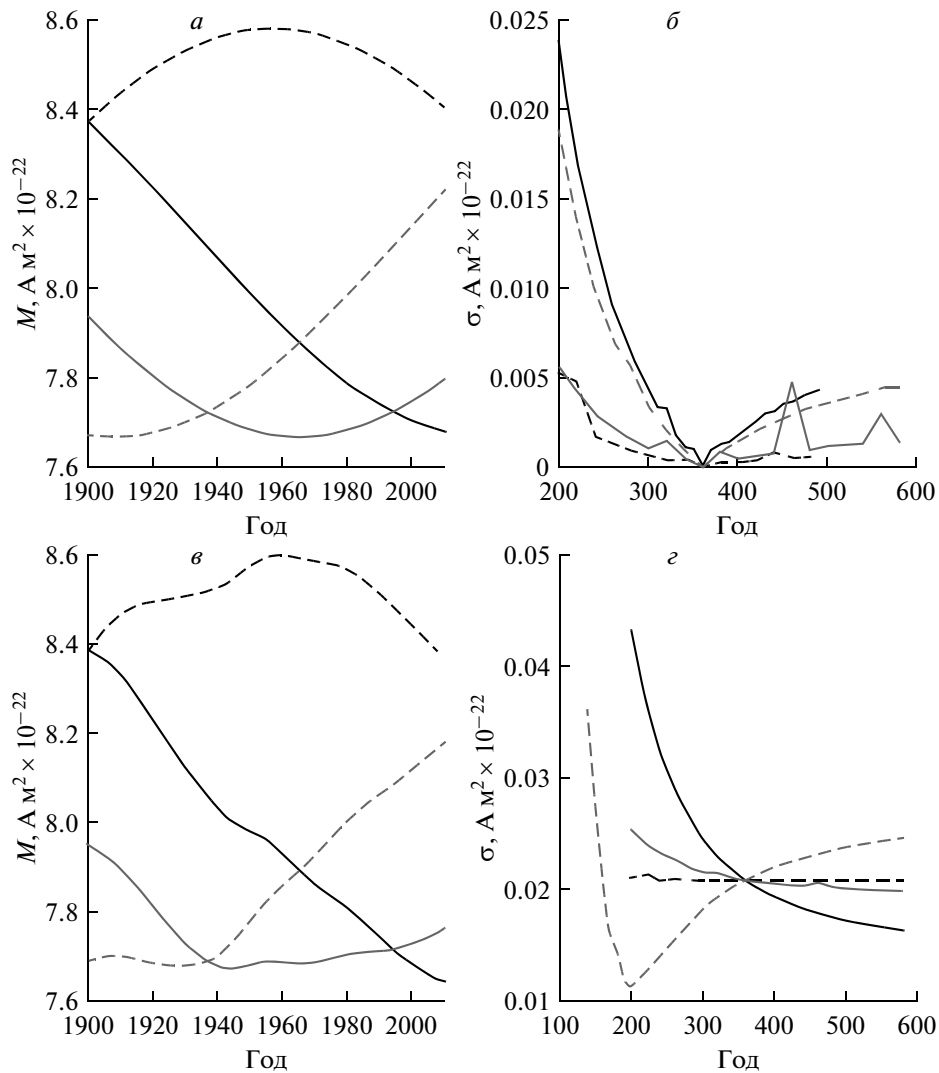


Рис. 3. Гармонический анализ модельных сигналов: *а* – модельные сигналы без шума; *б* – дисперсионные кривые, полученные для моделей “*а*”; *в* – модельные сигналы, осложненные шумом; *г* – дисперсионные кривые, полученные для моделей “*в*”. Типы линии модельного сигнала и соответствующей дисперсионной кривой совпадают.

еще два не приводятся, чтобы не перегружать рисунки. Модели были рассчитаны для интервала в 110 лет с шагом 5 лет (в соответствии со временным рядом для изменения величины ММГД). В качестве возможных периодов рассматривался ряд от 120 до 1200 лет. Для каждого значения периода решалась задача аппроксимации и были получены оценки остальных параметров. Поскольку в данном случае остаток от аппроксимации не представляет собой некоррелированный случай процесс, в качестве критерия выбора параметров использовался минимум дисперсии этого остатка. Первоначально поиск велся в широком диапазоне возможных значений параметров, затем область поиска минимума сжималась с одновременным уменьшением шага по параметрам. Конечная дисперсионная кривая строилась в зависимости от периода. В результате в этом идеальном

случае было получено, что минимум дисперсионной кривой приходится на заданный период, но для разных начальных фаз выраженность этого минимума неодинакова. Полученные зависимости дисперсионных кривых показаны на рис. 3б теми же типами линий, что и анализируемые отрезки на рис. 3а. Исследуемая нами зависимость от времени величины ММГД в наибольшей степени подобна варианту, соответствующему фазе убывания (показана черным цветом), для этой модели дисперсионная кривая выглядит убедительно.

Анализ влияния шума на решение задачи проводился в несколько этапов. Для начала рассматривался случайный шум, который, как оказалось, несильно влияет на получаемые оценки параметров сигнала. На следующем этапе тестирования в качестве шума к длиннопериодным отрезкам до-

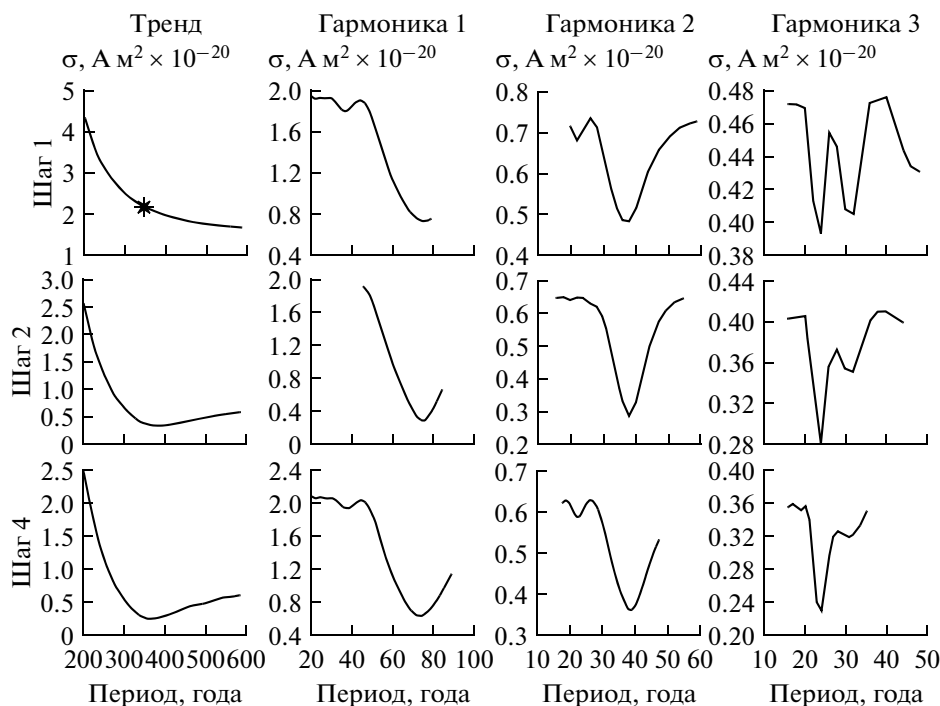
Таблица 1. Гармонический состав модели и результат интерпретации

T , Года	M_0 , Ам ² × 10 ⁻²²	A , Ам ² × 10 ⁻²²	φ_0 , рад	T , года	M_0 , Ам ² × 10 ⁻²²	A , Ам ² × 10 ⁻²²	φ_0 , рад
68		0.028	1.152	71		0.028	1.370
38		0.009	5.271	38		0.008	5.096
24		0.004	5.917	24		0.004	5.690
360	8.123	0.456	2.565	360	8.125	0.461	2.560

бавлялась сумма трех синусоид, с разными периодами, меньшими длины ряда, и разными амплитудами и фазами. В первых четырех столбцах таблицы 1 приведены параметры одного из вариантов модели шума. Для этого варианта на рис. 3в показаны те же, что и на рис. 3а, отрезки длинноволновой составляющей, но с добавлением шума. В результате решения аппроксимационной задачи были получены дисперсионные кривые, сильно отличающиеся для разных фаз заданного длинноволнового отрезка (рис. 3з). Видно, что в этом случае, даже если минимум выделяется на кривой дисперсии, он уже не приходится на заданный период. В то же время дисперсия остатка, соответствующая периоду 360 лет, практически одинакова для всех кривых и соответствует дисперсии заданного коротковолнового шума. Это позволило предположить, что за счет снижения уровня шума можно улучшить разрешение метода. Поскольку заданный нами шум не представляет собой случайный некоррелированный сигнал, для снижения его

уровня предлагается разложить его на гармонические составляющие с минимальной ошибкой.

В первую очередь, для нас был важен вариант модели, наиболее близкий к изменению величины ММГД. Дисперсионная кривая для этого случая показана на рис. 4 в блоке тренд–шаг 1. В качестве первичной оценки периода длинноволнового тренда было выбрано значение, соответствующее точке изменения асимптотики. На рисунке 4 эта точка помечена звездочкой. В качестве начальных оценок всех параметров длинноволновой составляющей были взяты значения, полученные для этого периода. По этим параметрам вычислялась оценка тренда, который затем вычитался из исходного модельного сигнала. Полученный остаток также аппроксимировался синусоидой. Причем дисперсионная кривая характеризовалась наличием нескольких минимумов разной глубины (рис. 4, блок гармоника 1 – шаг 1). Оценка гармонической составляющей строилась по параметрам, соответствующим самому глубокому минимуму. Эта сину-

**Рис. 4.** Разложение сигнала на гармонические составляющие для модельного сигнала.

соида суммировалась с ранее полученной, и вычислялся следующий остаток, который анализировался тем же способом. Эта операция выполнялась до тех пор, пока дисперсия остатка оставалась меньше амплитуды аппроксимирующей синусоиды. Дисперсионные кривые для второй и третьей гармонических составляющих приведены в соответствующих блоках рис. 4.

Для построения итерационного процесса полученная сумма коротковолновых гармонических составляющих принималась за оценку шума, и вычиталась из исходного ряда. Для нового остатка проводилась аппроксимация отрезком длинноволновой составляющей. Затем повторялись все описанные выше операции, в ходе которых уточнялись параметры коротковолновых составляющих. Реальная стабильность набора периодов достигалась на 4–5 шаге.

Как видно из рис. 4, уже после первого шага в дисперсионной кривой, определяющей тренд, начинает появляться минимум, который с каждым шагом становится все более и более выраженным. Аналогичные результаты получены и для трех гармонических составляющих, добавленных в модель (рис. 4). Видно, что для второй и третьей гармоник минимум дисперсионной кривой совпадает с заданным периодом, и только минимум, получаемый для модельной составляющей с периодом 68 лет (первая гармоника), остается размытым. Фактически он смещается в область больших периодов. Это можно объяснить тем, что к гармонической составляющей с периодом 68 лет примешивается кратная 38 годам 76-летняя составляющая, и их вклады с трудом поддаются разделению.

Полученные в результате итерационного процесса параметры гармонических составляющих модельного примера из таблицы 1 приведены в последних четырех столбцах той же таблицы. За исключением периода в 68 лет, для всех остальных гармонических составляющих, включая тренд, периоды получены правильные, максимальная ошибка по линейным параметрам не превышает 0.2%, максимальная ошибка оценки фазы составила 0.2 рад. Хотя в ряде модельных случаев не удалось получить в точности заданные значения параметров, мы полагаем, что достигнутый уровень ошибок не является принципиальным препятствием для применения метода к реальным временным рядам. Фактически, полученные ошибки определяют минимальную погрешность метода.

Предложенная нами методика не подменяет собой спектральный анализ, но фактически позволяет уйти от получения набора кратных гармоник и тем самым преодолеть ограничения в низкочастотной области, связанные с недостаточной длиной исходного ряда.

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ММГД И ФСВЗ

Описанная выше методика была применена нами для анализа временных рядов изменения величины ММГД и ФСВЗ. Для величины ММГД временной ряд по структуре, как уже упоминалось выше, схож с модельным, анализ которого показан на рис. 4. Следуя описанным выше шагам, нами были получены параметры отрезка длинноволнового тренда и выделены три квазигармонические составляющие. Соответствующие дисперсионные кривые показаны на рис. 5 аналогично модельному примеру. Можно видеть, что характер дисперсионных кривых и их изменение от шага к шагу сохраняется. Но в отличие от модельного примера в остатке сохраняются слабые колебания, которые могли бы быть интерпретированы как квазипериодические составляющие. Однако амплитуда аппроксимирующей гармоники оказалась сравнимой с дисперсией остатка, поэтому дальнейший анализ нами не проводился.

Временной ряд ФСВЗ почти в полтора раза длиннее, и для определения периода длинноволнового тренда выраженный минимум был получен с первого шага, а уже начиная со следующего шага положение этого минимума практически стабилизировалось. Однако флуктуации скорости вращения представляют собой более сложный по структуре сигнал, характеризующийся наличием высокочастотных составляющих и признаков нестационарного процесса. Все это существенно влияет на сходимость предложенного нами итерационного процесса. Фактически мы можем получить только среднюю за весь рассматриваемый интервал времени амплитуду гармонической составляющей, в то время как эта амплитуда очевидно меняется. Таким образом, к более высокочастотному остатку частично примешивается уже выделенная гармоническая составляющая. Плохая сходимость процесса затрудняет оценку амплитуд, но стабильность периодов и фаз достигается за те же 5–6 шагов, хотя и с большим уровнем дисперсии остатка. Проведенные дальнейших шагов не оказало существенного влияния на результат. Поскольку целью нашей работы являются исследование фазовых соотношений, мы ограничились полученными средними значениями амплитуд. Результаты гармонического анализа изменения величины ММГД и ФСВЗ представлены в таблице 2.

Анализ таблицы 2 показывает, что в гармоническом разложении и того, и другого процесса присутствуют близкие по периодам составляющие. Для амплитуд гармоник, за исключением тренда, характерно примерно одинаковое убывание с уменьшением периода. Сравнивая соответствующие гармоники, можно оценить фазовый сдвиг для каждой из них. Если полученный сдвиг

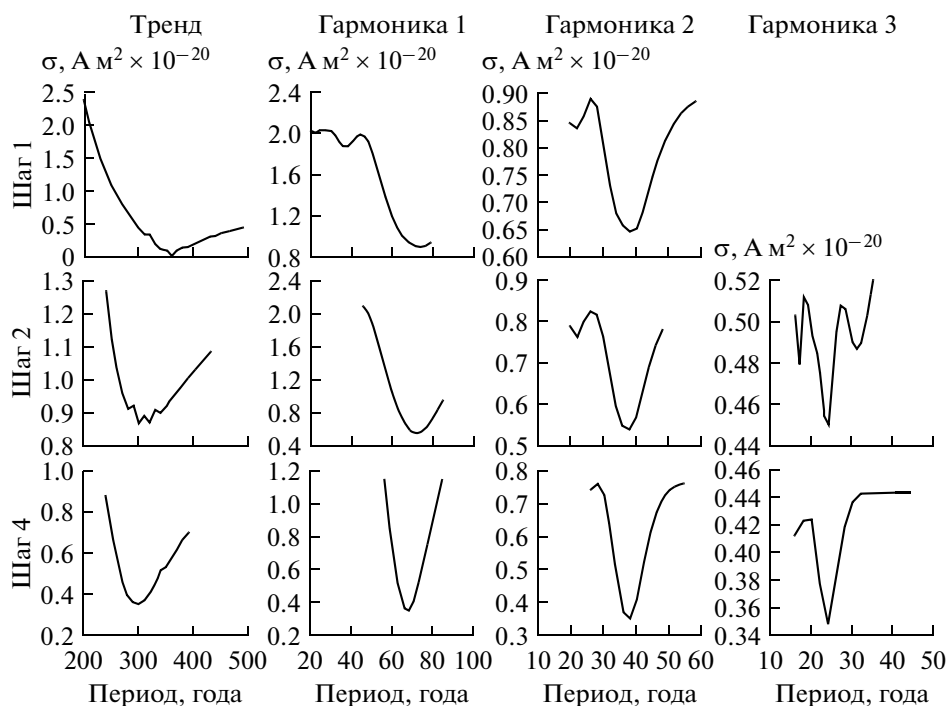


Рис. 5. Изменение дисперсионных кривых в процессе разложения на гармонические составляющие изменения величины ММГД.

по фазе определяется запаздыванием изменения величины ММГД по отношению к ФСВЗ, то можно было бы ожидать, что это запаздывание будет примерно одинаковым для всех периодов. Однако полученный нами сдвиг по фазе для разных гармоник сильно отличается и, кроме того, увеличивается с уменьшением периода. Эта закономерность аналогична воздействию на сигнал некоторого фильтра, в качестве которого в данном случае может служить проводящая мантия. Исследование возможной роли мантии как фильтра было проведено нами в рамках простейшей однослойной модели.

5. ПРОВОДИМОСТЬ МАНТИИ

Влияние проводящих свойств мантии на наблюдаемые на поверхности Земли изменения магнитного поля рассматривались многими авторами. Так, в модели Рикитаки [Rikitaki, 1953] изменение проводимости с глубиной имело вид ступеньки.

Брагинский и Фишман [1977а, 1977б] рассматривали модель электропроводности, сосредоточенной в тонком слое вблизи границы ядро-мантия. Кроме того, исследовались промежуточные модели: несколько слоев с разной проводимостью и радиально изменяющаяся проводимость.

Для получения оценок проводимости мантии использовались, в том числе, и данные о вековых вариациях геомагнитного поля. В работе [Головков и др., 1971] рассматривалась пространственная структура 60-летней вариации. На основе данных магнитных обсерваторий, расположенных на разной широте, была получена оценка проводимости $\sigma = 90$ См/м. В работе Калугина и Ротановой [1986], которые также рассматривали распределение амплитуд и фаз 60-летних вариаций, значение проводимости вблизи границы ядро-мантия оценены как 900–2800 См/м. Для средних значений проводимости в рамках однослойной модели были получены оценки 150–200 См/м [Головков и Коломейцева, 1983].

Таблица 2. Параметры гармоник, выделенных для изменении величины ММГД и ФСВЗ

	T , Года	A , Ам ² × 10 ⁻²²	φ_0 , рад		T , Года	A , рад/с × 10 ¹²	φ_0 , рад
Магнитный момент	300	0.3428	2.1	Скорость Вращения	280	1.059	3.4
	68	0.0276	1.3		68	0.879	3.9
	38	0.0087	5.3		32	0.42	2.7
	24	0.0039	6.0		22	0.266	3.9

В данной работе при моделировании мы использовали несколько наиболее вероятных значений проводимости мантии в диапазоне $\sigma = 100\text{--}600$ См/м. В качестве источника нами был принят неподвижный радиальный диполь, расположенный на границе ядро-мантия. Магнитный момент $M(t)$ этого диполя изменяется по синусоидальному закону относительно некоторого среднего значения $M_{\text{ср}}$ амплитудой $M_{\text{амп}}$

$$M(t) = M_{\text{амп}} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + M_{\text{ср}}.$$

Поле такого источника, наблюдаемое на поверхности Земли, вследствие влияния проводимости мантии будет отличаться от вычисленного по обычному закону геометрического убывания. Следуя работе [Головков и др., 1971], будем использовать выражения для компонент поля в сферической системе координат для непроводящей среды:

$$\begin{aligned} H_{nr} &= (n+1)\rho^{-n-2}i_n P_n(\cos\theta), \\ H_{n\theta} &= (-\rho^{-n-2})i_n \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta}, \quad H_{n\varphi} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\rho = \frac{r}{R} > 1$, и для проводящей среды:

$$\begin{aligned} H_{nr} &= -(n+1)n\rho^{-1}f_n(\rho, p)P_n(\cos\theta), \\ \theta H_{n\theta} &= \frac{-\rho^{-1}\partial[\rho f_n(\rho, p)]}{\partial\rho} \frac{\partial P(\cos\theta)}{\partial\theta}, \\ H_{n\varphi} &= 0, \quad \rho < 1, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} f_n &= \rho^{-1/2}C_n I_{n+1/2}(kR\rho), \quad 0 < \rho < 1/2 \\ f_n &= \rho^{-1/2}A_n I_{n+1/2}(kR\rho) + B_n K_{n+1/2}(kR\rho), \\ & \quad 1/2 < \rho < 1 \end{aligned}$$

$I_{1+1/2}(kR\rho)$ и $K_{1+1/2}(kR\rho)$ – модифицированные функции Бесселя; $k^2 = 4\pi\mu\sigma p$, p – временной оператор, R – радиус проводящей части; граница ядро-мантия предполагается при $\rho = 1/2$.

Коэффициенты C_n, A_n, B_n определяются из граничных условий тогда

$$\begin{aligned} i_n &= \frac{MR^{-3}\sqrt{2}(2n+1)n}{x\sqrt{i}} \times \\ & \times \frac{I_{n+1/2}(x\sqrt{i})}{I_{n-x\sqrt{i}}(2x\sqrt{i})}, \quad x = \sqrt{2\pi R\sqrt{\sigma/T}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Теперь по (1) можно вычислить поле источника на поверхности Земли. В рассматриваемой нами модели принято, что $R = 0.94R_{\text{земли}}$. Это связано с

необходимостью учета относительно низкой по сравнению с мантией электропроводности земной коры.

Вычисления проводились при разных значениях проводимости мантии, величины магнитного момента, а также амплитуды и частоты его изменения. Для каждого набора параметров было вычислено пространственное распределение компонент поля диполя на поверхности Земли в интервале времен $t \in [0, 1.3T]$, определяемом периодом колебаний величины магнитного момента T , с шагом не менее 60-ти точек на период. Затем для каждого момента времени решалась обратная задача. Оценки параметров диполя рассчитывались по методике, разработанной нами ранее для определения параметров источников, аппроксимирующих ГМПЗ. Хотя в рамках рассматриваемой модели, в силу полной симметрии задачи, можно было бы принимать во внимание только изменение величины магнитного момента, задача решалась нами в общем виде относительно всех 6-ти параметров. Это связано с тем, что под влиянием проводящей мантии пространственная структура компонент поля, вычисленная на поверхности Земли, искажается и отличается от поля радиального диполя.

Симметрия задачи, как оказалось, обеспечивает стабильность угловых параметров диполя. Для величины магнитного момента и расстояния от центра Земли до диполя были получены временные зависимости $\tilde{M}(t)$ и $\tilde{R}(t)$, соответственно. И той, и другой зависимостям с небольшими отклонениями можно было сопоставить гармоническое колебание, для которого легко определялись период, амплитуда и фаза. Значимость отклонений от синусоидальности возрастала с уменьшением периода и увеличением проводимости, что определило порог наших вычислений и фактически порог тех периодов колебаний диполя на границе ядро-мантия, которые при данной проводимости еще могут восприниматься на поверхности Земли как гармонические. Следует отметить, что остаток от аппроксимации пространственного распределения поля на поверхности Земли дипольным полем не допускает дальнейшей интерпретации. Этот результат не имеет особого значения в рамках данной задачи, но принципиально важен для оценки методики, которая была нами разработана для разделения вкладов источников разного уровня в пространственную структуру ГМПЗ [Демина и Фарафонова, 2004]. Действительно, это означает, что локальные аномалии, проявляющиеся в остатках, получаемых после вычитания вкладов уже выделенных диполей из исходного поля, не могли быть порождены искажениям, обусловленными влиянием мантии.

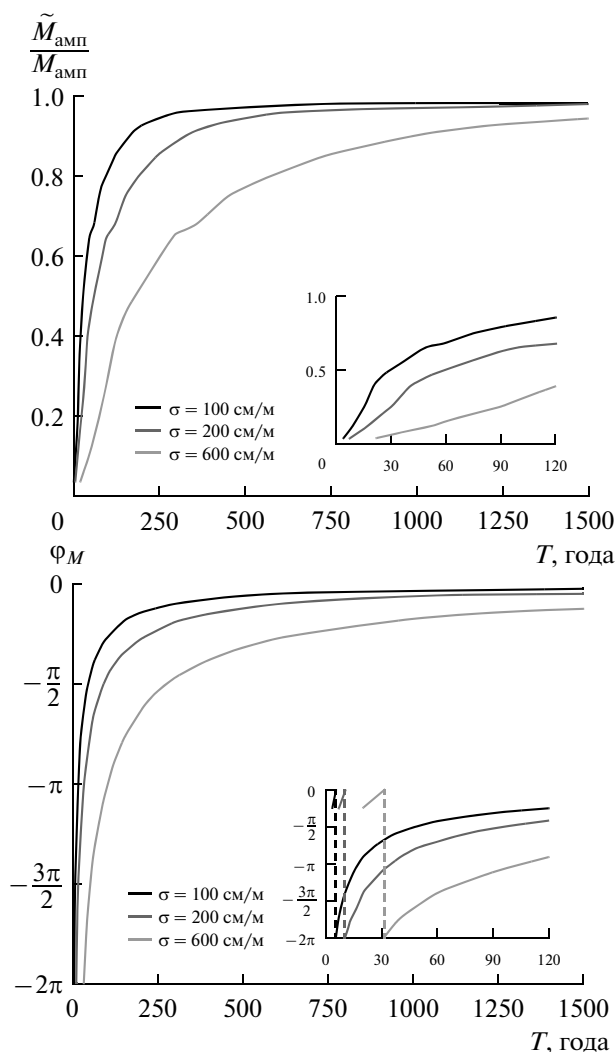


Рис. 6. Амплитудная (сверху) и фазовая (снизу) характеристики мантии как фильтра для разных значений проводимости мантии.

Если рассматривать проводящую мантию как некий фильтр, то можно построить амплитудную $\tilde{M}_{амп}(T)/M_{амп}(T)$ и фазовую φ_M характеристики этого фильтра для разных значений проводимости мантии. Результаты показаны на рис. 6. Периоды меньше 120 лет вынесены во врезку. Видно, что при значениях проводимости 100–200 См/м амплитуда колебаний заметно убывает для периодов, меньших 250-ти лет. С ростом проводимости этот порог смещается в сторону больших периодов. Аналогичный результат получен для сдвига по фазе. Причем, можно видеть, что при некотором соотношении периода и проводимости этот сдвиг по фазе превышает 2π . Однако влияние проводящей мантии сказывается не только на амплитуде и фазе колебаний величины магнитного момента, но и на оценке глубины источника. Нами получено, что искажения, которые вносит

проводящая мантия в пространственную структуру компонент поля диполя, при интерпретации приводят к фиктивному периодическому смещению его положения в радиальном направлении. Период колебаний глубины источника совпадает с периодом колебаний магнитного момента. Фаза колебаний R не совпадает ни с фазой колебания модельного диполя на границе ядро-мантия, ни с фазой колебания магнитного момента источника, полученного в результате аппроксимации поля, наблюдаемого на поверхности Земли.

Зависимость фазы от периода и проводимости схожа с аналогичной зависимостью, полученной для величины ММГД. Кривая зависимости амплитуды фиктивных колебаний от периода характеризуется наличием максимума. Эта амплитуда мала для коротких периодов, затем быстро растет, достигает максимума при определенном соотношении периода и проводимости (≈ 0.3 год \cdot м/См) и затем плавно убывает. Причем было получено, что значение этого максимума зависит только от относительной величины амплитуды колебания модельного диполя и растет практически пропорционально относительной амплитуде. Этот результат был получен нами для диапазона амплитуд, составляющих от 10% до 40% от среднего уровня. Кроме того, было получено, что фиктивные колебания местоположения диполя происходят практически относительно первоначально заданной глубины. В то время как ранее за известный результат принималось, что влияние мантии приводит к “всплытию” диполя, как это было сформулировано в работе [Рикитаки, 1968].

6. ОЦЕНКА СРЕДНЕЙ ПРОВОДИМОСТИ МАНТИИ

Выше на основе анализа взаимной корреляционной функции основной, общий для двух рассматриваемых зависимостей период был оценен как 60–70 лет. Для такого периода полученный сдвиг в 30 лет соответствует фазовому сдвигу $\approx \pi$, что, согласно расчетам (рис. 6), соответствует проводимости порядка 300 См/м. Это значение не противоречит оценкам средней проводимости, полученным ранее другими авторами. На этом основании можно предположить, что реально оба анализируемых процесса происходят практически синхронно, а наблюдаемый на поверхности Земли фазовый сдвиг изменения величины ММГД обусловлен влиянием проводящей мантии. В этом случае значения фазовых сдвигов гармонических составляющих величины ММГД и ФСВЗ с близкими периодами можно использовать для получения оценки средней проводимости мантии.

Воспользуемся тем фактом, что согласно формуле (2) амплитудно-фазовая характеристика проводящей мантии определяется отношением периода к проводимости T/σ . Фазовые характе-

ристики, полученные для различных проводимостей (рис. 6), можно перестроить как зависимость сдвига по фазе от отношения T/σ , просто поделив периоды T на σ . Соответствующая кривая, зависящая только от отношения T/σ (а потому одна), приведена на рис. 7.

Анализируя таблицу 2, можно вычислить разность фаз близких по периоду гармонических составляющих. При этом следует учесть, что фазовая характеристика проводящей мантии для небольших периодов характеризуется переходом через 2π . Полученные значения приведены в таблице 3. Теперь на основе зависимости, приведенной на рис. 7, можно определить значения T/σ для полученных сдвигов фаз и, зная период, получить оценку проводимости. Соответствующие значения приведены в таблице 3.

Неполное совпадение периодов гармонических составляющих, выделенных для двух сравниваемых процессов, приводит к ошибке в определении сдвига по фазе. Эта ошибка не может быть оценена непосредственно из дисперсионных кривых, но, если исходить из результатов моделирования, она может составлять более 0.2 рад. По этой причине мы не включили в рассмотрение длинноволновую составляющую, так как для больших периодов фазовая характеристика выходит на асимптоту, и небольшая ошибка в определении фазы приводит к значительной ошибке в оценке проводимости. Как следует из таблицы 3, полученные по разным гармоническим составляющим значения проводимости не противоречат друг другу. Для периода в 68 лет значение σ практически совпадает со значением, полученным выше из анализа взаимной корреляционной функции. После осреднения в качестве оценки проводимости имеем $\sigma = 270 \pm 20$ См/м.

7. ВОЗМОЖНАЯ ОБЩАЯ ВНЕШНЯЯ ПРИЧИНА АНАЛИЗИРУЕМЫХ ПРОЦЕССОВ

Тот факт, что сравнительный анализ разных гармонических составляющих дает схожие результаты, говорит в пользу предположения о решающем влиянии проводимости мантии на сдвиг по фазе между изменением величины ММГД и ФСВЗ. В этом случае полученные близкие по периодам квазигармонические составляющие анализируемых процессов могут происходить практически синфазно и представлять собой отклик на одно и то же внешнее воздействие. В частности, эти колебания могут быть результатом влияния приливного воздействия. Сравним полученные нами гармонические составляющие с результатами спектрального анализа динамики избытка осадков у берегов наиболее северной части Южной Америки (Cariaco Basin) [Black et al., 2009]. Хотя авторы анализируют, в первую очередь, высокочастотные составляющие, в работе приведе-

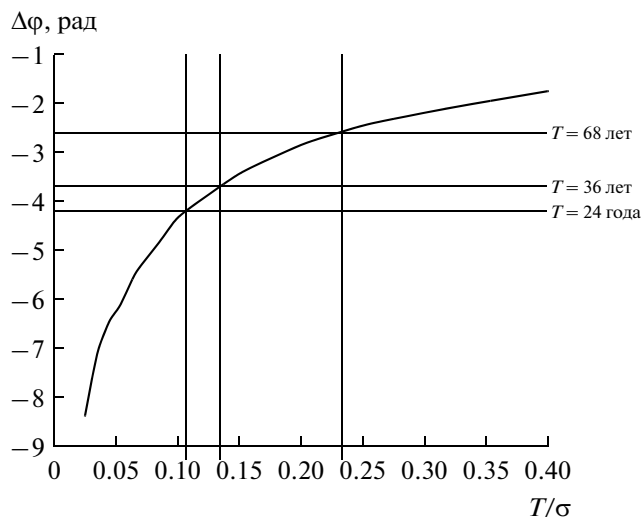


Рис. 7. Получение оценки проводимости мантии по фазовому сдвигу разных гармонических составляющих. Черная жирная линия – обобщенная фазовая характеристика, перестроенная от отношения T/σ с учетом перехода через 2π ; прямые, параллельные оси T/σ , отражают фазовый сдвиг, полученный для соответствующей гармонической составляющей; вертикальные прямые – определяют значение T/σ .

ны и максимумы спектра, полученные ими в области низких частот. Во-первых, можно отметить, что самая длинноволновая значимая составляющая получена ими в окрестности 270 лет, что по значению близко к периоду длинноволнового тренда, выделенному нами для изменения величины ММГД и ФСВЗ. Затем можно отметить два близких максимума в области периодов 50–70 лет. Аналогичные периоды выделены нами и для анализируемых сигналов. Среди более коротких периодов определяющую роль играют гармоники с периодами порядка 22 и 18 лет. Составляющие с периодами порядка 32–38 лет выражены существенно слабее. Таким образом, все выделенные нами гармоники находят свое отражение в спектре приливных колебаний. Следует отметить, что в упомянутой работе проведен анализ данных, полученных для наиболее северной части Южной Америки. А поскольку амплитуды приливов зависят и от географического положения места наблюдения, то полученные соотношения амплитуд спектральных составляющих могут

Таблица 3. Сдвиг по фазе и соответствующая оценка проводимости

T , года	$\Delta\varphi_0$, рад	Проводимость, См/м
68	-2.6	295
38	-3.7	287
24	-4.2	233

отражать, в том числе, и региональные особенности приливного воздействия.

8. ВЫВОДЫ

Для временных рядов изменения величины ММГД и ФСВЗ выделены по три квазипериодических составляющих с близкими по значениям периодами 68 лет, 38 лет и 32 года, 24 и 22 года, соответственно. Амплитуды этих гармоник для обоих процессов синхронно убывают с уменьшением периода. В качестве тренда получены параметры отрезков длинноволновой составляющей с периодами 300 и 280 лет, соответственно.

На основе сравнения фазового сдвига близких по периодам гармонических составляющих анализируемых процессов с построенными в рамках однослойной модели амплитудной и фазовой характеристиками мантии получена оценка ее средней проводимости $\sigma = 270 \pm 20$ См/м. Сделан вывод о решающем влиянии на фазовый сдвиг проводимости мантии. В свою очередь это означает, что близкие по периодам квазигармонические составляющие анализируемых процессов могут происходить практически синфазно и представлять собой отклик на одно и то же внешнее воздействие. В частности, эти колебания могут быть результатом влияния приливного воздействия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Брагинский С.И., Фишман В.М. Экранирование магнитного поля в мантии при электропроводности, сосредоточенной вблизи границы с ядром // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 17. № 5. С. 907–915. 1977а.
- Брагинский С.И., Фишман В.М. 60-летние вариации геомагнитного поля и электропроводность мантии // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 17. № 5. С. 916–926. 1977б.
- Головков В.П., Коломейцева Г.И., Бердичевский М.Н., Ротанова Н.М. Об определении электропроводности Земли по данным о вековых вариациях геомагнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 11. № 6. С. 1127–1129. 1971.
- Головков В.П., Коломейцева Г.И. О простой оценке электропроводности нижней мантии Земли // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 23. № 5. С. 876–877. 1983.
- Горшков В.Л. Исследование межгодовых вариаций скорости вращения Земли // Астрономический сборник. Т. 44. № 6. С. 519–529. 2010.
- Демина И.М., Фарафонова Ю.Г. Дипольная модель главного магнитного поля Земли в XX веке // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 44. № 4. С. 565–570. 2004.
- Демина И.М., Фарафонова Ю.Г., Сас-Ухрыновский А., Велкер Е. Мировые аномалии главного магнитного поля Земли и динамическая модель их источников // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 46. № 1. С. 135–144. 2006.
- Демина И.М., Никитина Л.В., Фарафонова Ю.Г. Вековые вариации главного магнитного поля Земли в рамках динамической модели его источников // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 48. №4. С. 567–575. 2008а.
- Демина И.М., Королева Т.Ю., Фарафонова Ю.Г. Аномалии векового хода главного геомагнитного поля в рамках иерархической дипольной модели // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 48. №6. С. 849–858. 2008б.
- Калугин В.И., Ротанова Н.М. Проводимость нижней мантии Земли по данным об экранировании сферических гармоник 60-летних вариаций // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 26. № 2. С. 292–298. 1986.
- Рикитаки Т. Электромагнетизм и внутреннее строение Земли. Л.: Недра, 331 с. 1968.
- Сидоренков Н.С., Свиренко П.И. Мониторинг момента импульса зональных ветров атмосферы // Труды Гидрометцентра СССР. Вып. 316. С. 19–25. 1991.
- Сидоренков Н.С. Мониторинг общей циркуляции атмосферы // Труды Гидрометцентра России. Вып. 331. С. 12–41. 2000.
- Сидоренков Н.С. Физика нестабильности вращения Земли. М.: Физматлит, 380 с. 2002.
- Страхов В.Н., Керимов И.А. Аппроксимационная реализация спектрального анализа в гравиметрии и магнитометрии // Основные проблемы теории интерпретации гравитационных и магнитных полей. Сборник научных трудов. М.: ОИФЗ РАН. С. 183–206. 1999.
- Black D.E., Hameed S., Peterson L.C. Long-term tidal cycle influences on a Late-Holocene clay mineralogy record from the Cariaco Basin // Earth and Planetary Science Letters. V. 279. P. 139–146. 2009.
- Brower D. A study of the changes in the rate of rotation of the Earth // Astronomical journal. V. 57. № 5. P. 125–146. 1952.
- Jin R.S., Thomas D.M. Spectral line similarity in the geomagnetic dipole field variations and length of day fluctuations // J. Geophys. Res. V. 82. P. 828–834. 1977.
- Mc Carthy D.D., Babcock A.K. The length of day since 1656 // Phys. Earth Plan. Int. V. 44. P. 281–292. 1986.
- Rikitaki T. Geomagnetic secular variation and motion of Earth's core // Geofis. pura appl. V. 26. P. 30–40. 1953.
- Stephenson F.R., Morrison L.V. Long term changes in the rotation of the Earth: 700 B. C to A.D. 1980 // Phil. Trans. Roy. Soc. London. V. A313. P. 47. 1984.
- Vestine E.H. On variations of the geomagnetic field, fluid motions and the rate of the Earth's rotation // J. Geophys. Res. V. 58. № 2. P. 127–145. 1953.
- Vestine E.H., Kahle A.B. The westward drift and geomagnetic secular change // Geophys. J. R. Astr. Soc. V. 15. P. 29–37. 1968.