

УДК 550.384

ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ МАСШТАБИРОВАНИЕ ГЕОДИНАМО

© 2013 г. С. В. Старченко

*Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн
им. Н.В. Пушкова, РАН (ИЗМИРАН), г. Троицк (Московская обл.)*

e-mail: sstarchenko@mail.ru

Поступила в редакцию 26.12.2011 г.

После доработки 19.06.2012 г.

По результатам анализа величины доступной для геодинамо энергии, физических закономерностей и наблюдательных данных определены типичные масштабы, скорости и магнитные поля в жидком ядре Земли. В работе обосновано, что генерация геомагнитного поля происходит преимущественно в режиме, когда магнитная сила Лоренца уравновешена силой плавучести Архимеда и силой вращения Кориолиса, а сила инерции значительно меньше этих сил. Полученные при этом характерные периоды позволяют прояснить физическую природу не только вековых геомагнитных вариаций, но и джерков. В другом, менее вероятном для современной Земли режиме основной баланс сил определяют инерция и плавучесть, а магнитное поле не оказывает существенного влияния на типичную скорость и масштаб конвекции. Такой режим может, по-видимому, реализоваться в жидком ядре Земли при инверсиях или экскурсах, а так же в недрах Меркурия, Марса, Урана и Нептуна.

DOI: 10.7868/S0016794013020156

1. ВВЕДЕНИЕ

Цель этой работы – определение основных динамических состояний соответствующих скоростям и магнитным полям в жидком ядре Земли или в недрах других планет. Предполагаем, что эти недра имеют высокую проводимость и вращаются достаточно быстро для доминирования силы Кориолиса над вязкими силами. Аргументы основаны на стандартных уравнениях для планетарной конвекции и магнетизма, см. [Braginsky and Roberts, 1995; Starchenko and Jones, 2002]. Считаем, что магнитное динамо работает за счет конвекции движимой тепломассопереносом, который доминирует над диффузией в недрах планеты. Исходные соотношения и допущения определены в следующем разделе 2.

Если магнитное поле оказывает сравнительно малое обратное влияние на порождающую его конвекцию, то баланс сил определяется силой плавучести Архимеда и силой инерции. Этот баланс контролируется доминирующей, но не совершающей работы силой вращения Кориолиса. Соответствующее состояние назовем ИАК (Инерция–Архимед–Кориолис) состоянием. В разделе 3 и заключении обосновано, что такое состояние маловероятно в жидком ядре современной Земли, но может реализоваться при геомагнитных инверсиях/экскурсах или в глубинных недрах других планет и лун.

Когда динамо генерирует достаточно сильное магнитное поле, как в Земле, то доминирует МАК (Магнетизм–Архимед–Кориолис) состояние Бра-

гинского [1967]. При этом энергия магнитного поля на два–три порядка превосходит кинетическую энергию. В разделе 4 сделана оценка типичного гидромагнитного масштаба с использованием уравнения магнитной индукции. Это позволило определить типичные для МАК состояния масштабы, скорости и ускорения, и физически аргументировать простейшую оценку геомагнитного поля в ядре, которую ранее обосновывали преимущественно соображениями размерности.

2. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Везде далее пренебрегаем эффектами, обусловленными молекулярной вязкой, тепловой и диффузионной диссипациями и малыми по сравнению с турбулентными эффектами, которые определяются адвекцией, инерционной и/или магнитной нелинейностью. Такой подход позволяет получить оценки типичных или характерных масштабов, скоростей и магнитных полей без учета плохо известных коэффициентов переноса в недрах планет и крупных лун.

Примем, что ядро Земли имеет проводимость $\sigma = 5 \times 10^5$ См/м [Glatzmaier and Roberts, 1997; Старченко, 2011]. Достаточно уверенно оцениваемые параметры – скорость вращения планеты $\Omega = 7 \times 10^{-5}$ /сек и толщина ее жидкого ядра $H = 2260$ км.

Из общепринятых соотношений вместе с интегральными энергетическими оценками [Starchenko and Jones, 2002] для тепловой и концентрационной мощности источников конвекции легко

вывести без потери общности одну простейшую суммарную:

$$IA = W. \quad (1)$$

Здесь V – типичная радиальная скорость конвекции; A – типичное ускорение Архимедовой силы плавучести, а W – суммарная мощность источников конвекции на единицу веса жидкого ядра планеты или луны. Из известных оценок для теплопереноса в ядре Земли [Lister and Buffett, 1995; Braginsky and Roberts, 1995; Starchenko and Jones, 2002; Olson and Christensen, 2006; Thorne et al., 2008] получаем $W = (1.2 \pm 0.8) \times 10^{-12}$ Вт/кг. Умножая W на массу жидкого ядра $M = 2 \times 10^{24}$ кг, имеем $WM = (2.4 \pm 1.6) \times 10^{12}$ Вт мощности суммарно передаваемых конвекции.

В отличие от работ [Starchenko and Jones, 2002; Christensen and Aubert, 2006], оценим точнее влияние силы Кориолиса, которая, будучи сравнима с силой Архимеда, была ими оценена грубо как $\Omega V = A$. Для получения более точной оценки возьмем ротор от стандартного уравнения движения (см., например, уравнение (2) из работы [Starchenko and Jones, 2002]). Полученное уравнение устанавливает равенство ротора от доминирующего ускорения Кориолиса $\Omega \partial \mathbf{V} / \partial z$ и ротора от ускорений, обусловленных силами Архимеда, Лоренца, инерции и вязкости (высота z отсчитывается от экваториальной плоскости вдоль оси вращения). Приравняв по порядку величины $\Omega \partial \mathbf{V} / \partial z$ к ротору от ускорения Архимеда $\nabla \times \mathbf{A}$, получаем

$$\Omega V / H = A / d. \quad (2)$$

Оценка (2) получена в предположении доминирования вращения, при котором течение почти двумерное [Braginsky and Roberts, 1995; Glatzmaier and Roberts, 1997; Старченко, 1999]. При этом зависимость по высоте z настолько слаба, что в левой части (2) в оценке производной может быть использована толщина сферического слоя планеты H , а в правой части для оценки ротора использован малый типичный масштаб конвекции $d \ll H$. Этот масштаб определен далее непосредственно из физических оценок в отличие от [Starchenko and Jones, 2002], которые d грубо приравнивали к $0.03H$ согласно численным расчетам. Схематически структура конвекции в ядре Земли изображена на рисунке вместе с величинами Ω , H , d и V .

3. СОСТОЯНИЕ ИАК С БАЛАНСОМ ИНЕРЦИИ И ПЛАВУЧЕСТИ

При слабом влиянии магнитного поля на порождающую его конвекцию в ИАК режиме уско-

рение инерции $(\mathbf{V} \times \nabla) \mathbf{V}$ сравнимо с ускорением Архимеда \mathbf{A} , что приводит к оценке

$$V^2 / d = A. \quad (3)$$

Система (1–3) имеет для масштаба d , ускорения A и скорости V [Rhines, 1975] решение

$$d = (WH^3 / \Omega^3)^{1/5}, \quad A = (W^3 \Omega / H)^{1/5}, \quad (4)$$

$$V = (W^2 H / \Omega)^{1/5}.$$

Используя общеизвестные достоверные параметры и среднее значение мощности W , приведенные в предыдущем разделе, получим для ядра Земли:

$$d = 8 \text{ км}, \quad V = 2 \text{ мм/с}, \quad A = 0.5 \text{ нм/с}^2.$$

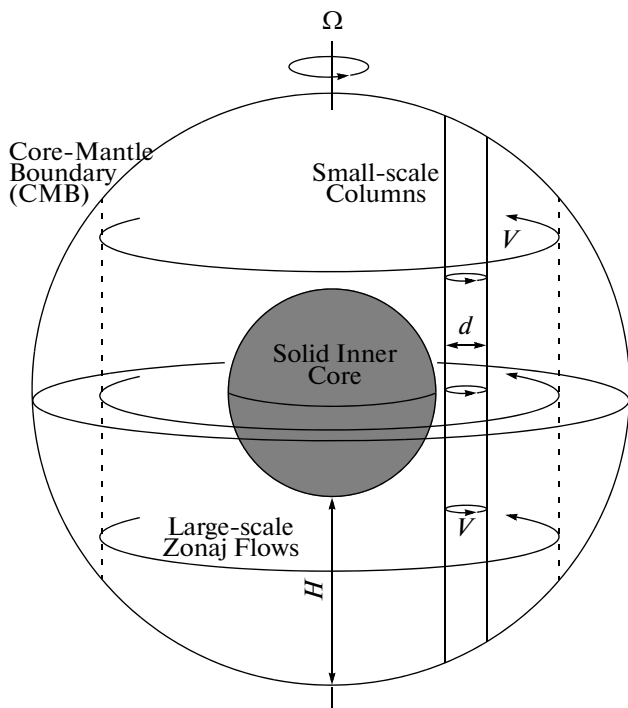
При ИАК балансе магнитное ускорение $\mathbf{B} \times \nabla \times \mathbf{B} / \mu \rho$ не больше ускорения инерции:

$$B^2 / (\mu \rho d) \leq V^2 / d \Rightarrow B_{\max} = \sqrt{\mu \rho} V. \quad (5)$$

Здесь B – типичное магнитное поле в рассматриваемом ядре планеты или луны, ρ – средняя плотность ее ядра, а B_{\max} – максимально возможное B . Разделив начало (5) на левую часть (3) получим отношение средней магнитной энергии к кинетической или инерционной энергии. В моделях планетарного динамо, находящихся в ИАК состоянии, эти энергии обычно сравнимы [Glatzmaier and Roberts, 1997; Christensen and Tilgner, 2004; Christensen and Aubert, 2006], но типичные параметры конвекции (4) не зависят от магнитного поля.

Экстраполируя наблюдаемое геомагнитное поле до границы с ядром, получаем, что среднее геомагнитное поле имеет величину порядка 0.4 мТл у границы ядро-мантия, а в глубине ядра возможны и большие величины [Starchenko and Jones, 2002; Christensen and Aubert, 2006]. Используя, для усиления аргументов, этот нижний предел 0.4 мТл в (5) вместе с d из (4), уже получаем величину магнитного ускорения порядка 1.6 нм/с², которое не меньше, а больше инерционного ускорения, и противоречит ИАК-типу динамо. Вместе с тем, следует отметить, что уменьшение величины магнитного поля всего вдвое уже может привести к реализации ИАК баланса вблизи границы ядро-мантия из-за квадратичной зависимости в (5).

Таким образом, вышеописанный ИАК баланс невозможен в ядре современной Земли, но может долговременно реализоваться в таких планетах Земной группы, где генерация магнитного поля достаточно слаба или полностью подавлена. Так же ИАК баланс мог или может кратковременно или частично реализоваться в ядре Земли, когда геомагнитное поле было или будет достаточно слабым – например, во время инверсий или экскурсов, на ранней или поздней стадии эволюции



Схематическая структура конвекции в ядре Земли. CMB – граница ядро–мантия, Ω – угловая скорость вращения планеты и ядра, H – толщина жидкого ядра, Solid Inner Core – твердое внутреннее ядро, Large-scale Zonal Flows – крупномасштабные потоки с типичной радиальной скоростью V , Small-scale Columns – мелкомасштабные конвективные колонки диаметром порядка d и примерно с той же скоростью V .

Земли и во время эпох пониженного геомагнитного поля. В современную эпоху ИАК гидромагнитное динамо может иметь место в недрах Меркурия [Christensen, 2006], Урана и Нептуна [Ruzmaikin and Starchenko, 1991]. Марс, Луна и другие крупные Земле подобные луны планет гигантов вращаются достаточно быстро, чтобы к ним можно было уверенно применить соотношения (3–4). Венера же вращается настолько медленно, что применимость соотношений (3–4) к ней становится пограничной, т.к. d из (4) сравним с H для Венеры при ее угловой скорости $\Omega = 3 \times 10^{-7}/\text{с}$ и W для Земли из (1).

4. МАК СОСТОЯНИЕ С СИЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

В МАК состоянии магнетизм доминирует над инерцией и вместо (3) имеем

$$B^2/(\mu\rho d) = A. \quad (6)$$

Чтобы замкнуть МАК систему оценочных уравнений (1–2), (6) для четырех переменных (d , V , A , B), необходима еще одна оценка, которую выведем из еще не использованного уравнения

магнитной индукции. В МАК состоянии естественно считать, что магнитная генерация настолько сильна, что вектор магнитной индукции почти параллелен вектору скорости, но такая параллельность может нарушаться там, где генерация не так сильна.

Во вращающихся быстро планетах и лунах отступление от параллельности скорости и магнитного поля будет, прежде всего, в направлениях вдоль оси вращения, где типичный масштаб H сравним с масштабом системы, см. рисунок. В перпендикулярных же к оси вращения направлениях типичный масштаб d гораздо меньше H и генерация интенсивнее. Соответственно, оцениваем отвечающий за генерацию член уравнения магнитной индукции как

$$|\nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B})| \sim VB/H. \quad (7)$$

Магнитная диссипация, как и генерация, наиболее интенсивна на малых масштабах, поэтому отвечающий за диссипацию член уравнения индукции оценим как обычно:

$$|\nabla \times \nabla \times \mathbf{B}| / (\mu\sigma) \sim B/(\mu\sigma d^2). \quad (8)$$

Поскольку (7) должно компенсировать (8), получаем искомую замыкающую оценку:

$$d = H/\sqrt{Rm}. \quad (9)$$

Здесь $Rm = \mu\sigma VH$ – магнитное число Рейнольдса. Формально оценку (9) подтверждают численные и лабораторные модели [Christensen and Tilgner, 2004].

Решая выведенную систему из алгебраических уравнений (1–2), (6) и (9) для Земли и тех планет и лун, которые находятся в МАК состоянии, получим набор соотношений, ранее не приводившийся в литературе:

$$d = (H\Omega/\mu^2\sigma^2W)^{1/3}, \quad V = (W^2H\mu\sigma/\Omega^2)^{1/3}, \quad (10)$$

$$A = (W\Omega^2/H\mu\sigma)^{1/3}, \quad B = (\rho\Omega/\sigma)^{1/2}.$$

Особо следует отметить последнее простое соотношение для геомагнитного поля B в (10), которое ранее приводилось практически лишь на основании соображений размерности.

Используя приведенные выше достоверные величины параметров и значение удельной мощности источников конвекции (1), окончательно получаем реалистичные значения для жидкого ядра: $d = 80$ км, $V = 0.7$ мм/с, $A = 1.7$ нм/с², $B = 1.3$ мТл. Соответствующее инерционное ускорение из левой части (3) в 300 раз меньше магнитного ускорения в начале (5). Поэтому и типичная кинетическая энергия составит 1/300 от магнитной энергии в ядре Земли.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

В работе обосновано, что генерация геомагнитного поля происходит в МАК режиме Брагинского [1967], когда Магнитная сила Лоренца уравновешена силой плавучести Архимеда и силой вращения Кориолиса. В этом состоянии магнитная сила на два–три порядка превосходит силу инерции. Напротив, если магнитная сила не превосходит силу инерции, то – основными компонентами в балансе сил являются силы инерция и плавучесть. Такой ИАК (Инерция–Архимед–Кориолис) баланс нетипичен для современной Земли, но может реализоваться при геомагнитных инверсиях, экскурсах, или в таких планетах как Меркурий, Марс, Уран и Нептун. При такой же энергетической поддержке ИАК характеризуют более высокие, по сравнению с МАК, скорости конвекции, но ИАК магнитные поля слабее. С использованием физических закономерностей и достоверных наблюдательных данных аналитически оценены типичные масштабы, скорости, ускорения и магнитные поля в МАК и ИАК состояниях, без учета неуверенно оцениваемых параметров в глубинных недрах планет.

Характерные временные периоды при МАК балансе легко оценить из масштаба d и скорости V в (10). Деля d на V , получаем 3 года, что представляет собой минимальный характерный период геодинамо. Отношение же толщины жидкого ядра H к V дает 100 лет, что отвечает порядку величины вековых вариаций. Таким образом, проясняется физическая природа не только наблюдаемых вековых геомагнитных вариаций, присутствующих в современных геомагнитных наблюдениях и в палеомагнитных оценках древнего геомагнитного поля, но и природа наблюдавшихся сравнительно недавно кратковременных джерков. Аналогичные ИАК периодичности, соответствующие (4), не имеют ничего общего с наблюдаемым геомагнитным полем, что является решающим указанием на преимущественное отсутствие ИАК баланса в геодинамо. При этом главные геомагнитные периоды ~ 1 – 10 тыс. лет определяются магнитно-диффузионными процессами [Старченко, 2011], которые одинаково описываются линейными уравнениями как в ИАК, так и в МАК состояниях.

Все известные нам численные модели, претендующие на воспроизведение геодинамо, реализуют ИАК-состояния. Первую модель такого рода построили Glatzmaier and Roberts [1997], а в текущем веке подобных моделей уже сотни, см.

[Christensen and Tilgner, 2004; Christensen and Aubert, 2006]. Наша работа позволяет заключить, что в настоящее время численным моделированием могут быть воспроизведены лишь инверсии, экскурсы или эпохи пониженного геомагнитного поля, но не современного состояния геодинамо.

Автор признателен рецензенту за полезные замечания, способствующие значительному улучшению этой работы. Работа была частично поддержана программой № 22 Президиума РАН и грантом РФФИ № 12-05-00288-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Брагинский С.И. Магнитные волны в ядре Земли // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 7. № 6. С. 1050–1060. 1967.
- Старченко С.В. Суперкритическая конвекция при сверхбыстром МГД-вращении // ЖЭТФ. Т. 115(5). С. 1708–1720. 1999.
- Старченко С.В. Гармонические источники главного геомагнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 51, № 3. С. 412–418. 2011.
- Braginsky S.I., Roberts P.H. Equations governing convection in the Earth's core and the geodynamo // Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics. V. 79. P. 1–97. 1995.
- Christensen U.R., Tilgner A. Power requirement of the geodynamo from ohmic losses in numerical and laboratory dynamos // Nature. V. 439. P. 169–171. 2004.
- Christensen U.R. A deep dynamo generating Mercury's magnetic field // Nature. V. 444. P. 1056–1058. 2006.
- Christensen U.R., Aubert J. Scaling properties of convection-driven dynamos in rotating spherical shells and application to planetary magnetic fields // Geophys. J. Int. V. 166. P. 97–114. 2006.
- Glatzmaier G.A., Roberts P.H. Simulating the geodynamo // Contemporary Physics. V. 38(4). P. 269–288. 1997.
- Lister J.R., Buffett B.A. The strength and efficiency of thermal and compositional convection in the geodynamo // Phys. Earth Planet. Inter. V. 91. P. 17–30. 1995.
- Olson P., Christensen U.R. Dipole moment scaling for convection-driven planetary dynamos // Earth Planet. Sci. Lett. V. 250. P. 561–571. 2006.
- Ruzmaikin A.A., Starchenko S.V. On the origin of Uranus and Neptune magnetic fields // Icarus. V. 93. P. 82–87. 1991.
- Rhines P.B. Waves and turbulence on a beta plane. // J. Fluid Mech. V. 69. P. 417–433. 1975.
- Starchenko S.V., Jones C.A. Typical velocities and magnetic field strengths in planetary interiors // Icarus. V. 157. P. 426–435. 2002.
- Thorne L., Hernlund J., Buffett B.A. Core-mantle boundary heat flow // Nature Geoscience. V. 1. P. 25–32. 2008.