УДК 550.385.37

# ХАРАКТЕР ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНЫХ ОБЛАСТЯХ МАГНИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

© 2012 г. Л. В. Козак<sup>1</sup>, С. П. Савин<sup>2</sup>, В. П. Будаев<sup>2, 3</sup>, В. А. Пилипенко<sup>2, 4</sup>, Л. А. Лежен<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Киевский университет им. Т. Шевченко, г. Киев, Украина
<sup>2</sup>ΦГБУ науки Институт космических исследований РАН, г. Москва
<sup>3</sup>РНЦ "Курчатовский институт" г. Москва
<sup>4</sup>ΦГБУ науки Институт физики Земли РАН, г. Москва
e-mail: kozak@mail.univ.kiev.ua; pilipenko\_va@mail.ru
Поступила в редакцию 02.06.2010 г.
После доработки 20.07.2011 г.

Проведено исследование статистических особенностей флуктуаций магнитного поля и потока ионов в пограничных областях магнитосферы Земли на разных временных масштабах по измерениям спутника Интербол. Изучались изменения формы и параметров функции плотности вероятности для периодов нахождения спутника, как в плазме солнечного ветра, так и в разных областях магнитослоя и в турбулентном погранслое (ТПС) на внешней границе полярного каспа. В качестве характеристики эволюции на разных временных шкалах исследовались изменения высоты максимума функции плотности вероятности  $P_0$  и значение эксцесса (kurtosis). Было найдено два асимптотических режима  $P_0$  которые характеризуются разными степенными законами. Для анализа характера турбулентных процессов было проведено исследование структурных функций разных порядков и изучены типы диффузионных процессов в разных областях, определяемые характером зависимости обобщенного коэффициента диффузии от времени. Для областей магнитослоя, ТПС, и полярного каспа получен рост коэффициента диффузии со временем – супердиффузия. В форшоковой области перед главной ударной волной турбулентные процессы описываются колмогоровской моделью классической диффузии.

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Магнитосфера Земли не является изолированной от солнечного ветра (СВ) областью, через ее лобовую часть и геомагнитный хвост идет поступление энергии и импульса и происходит обмен веществом с СВ. Именно эти процессы определяют состояние околоземного космического пространства. Спутниковые эксперименты показывают, что в превращении кинетической энергии солнечного ветра в энергию заряженных частиц и электромагнитного поля внутри магнитосферы особую роль играют пограничные области магнитосферы [Narita and Glassmeier, 2005; Onsager and Thomsen, 1991; Shevyrev and Zastenker, 2005]: ударная волна (УВ), магнитослой (МС) – турбулентная область между ударной волной и границей магнитосферы) и собственно граница магнитосферы – магнитопауза. На магнитопаузе, в свою очередь, выделяют: полярный касп и турбулентный пограничный слой (ТПС) на его внешней границе, а также пограничный слой на границе геомагнитного хвоста и др. Все эти области характеризуются высоким уровнем электромагнитной турбулентности, пересоединением магнитных полей, интенсивными конвективными движениями и локальным ускорением частиц. Именно эти процессы на границе и определяют трансформацию и поступление энергии и импульса во внутренние области магнитосферы. При этом MC оказывается не просто однородной турбулентной областью, а структурированным образованием со сложной динамикой, которая определяется как внешними параметрами CB и межпланетного магнитного поля (ММП), так и внутренними процессами [Плазменная гелиогеофизика, 2008].

Энергия сверхзвукового потока солнечной плазмы (альвеновское число Маха  $M_{\rm A} \ge 1$ ) и вмороженного в нее поля при резком торможении на УВ переходит не только в тепло, но и в энергию пульсаций плазмы и магнитного поля в МС. Механизмы возбуждения турбулентности и волн в форшоке (ФШ, возмущенной области перед УВ) и МС – разные. Волновая активность в ФШ является результатом кинетического эффекта - неустойчивости пучка отраженных от УВ протонов. Природа неустойчивостей в МС связана с неравновесностью горячей анизотропной плазмы, при этом турбулентные пульсации, которые возбуждаются в MC, зависят от ориентации ММП [Narita and Glassmeier, 2005; Chugunova et al. 2008]. Турбулентность солнечного ветра детально изучена в работах [Marsch et al., 1997; Riazantseva et al., 2005; Riazantseva et al., 2007; Рязанцева и Застенкер, 2008].

Исследование статистических свойств пограничных слоев позволяет определить роль турбулентных процессов во взаимодействии потоков плазмы с магнитными препятствиями, будь то поля планет, звезд или лабораторных ловушек, и выявить реальные механизмы превращения энергии в бесстолкновительной плазме. В данной работе на основе измерений спутника Интербол выделяются характерные турбулентные области в пограничных слоях магнитосферы Земли и находятся их статистические характеристики, определяющие процессы переноса через плазменные границы.

### 2. СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЫ

Поскольку развитая турбулентность характеризуется большим количеством степеней свободы и нелинейно взаимодействующих мод, многомасштабной структурой и случайными пульсациями скоростей и полей, то для описания турбулентной среды обычно применяют методы статистической физики и теории вероятности. Для того, чтобы описать случайный процесс, необходимо определить функцию распределения вероятности плазменных параметров, а также моменты этой функции распределения. Наиболее часто распределение вероятностей амплитуд флуктуаций удовлетворяет Гауссовому (нормальному) закону распределения с быстро убывающими корреляциями. Однако в теории вероятности известны и другие законы распределения, которые могут описать случайные процессы с дальними корреляциями. Функция распределения таких процессов не всегда описывается известными математическими функциями и рядами, а для многих типов случайных процессов известен лишь способ аппроксимации их функций распределения.

Классический подход к исследованию статистических свойств турбулентного потока заключается в расчете структурных функций с локальным масштабом l (статистических моментов функции распределения) разных порядков. В инерционном диапазоне при больших числах Рейнольдса теория Колмогорова [1941] (К41) предсказывает гауссову статистику однородной изотропной турбулентности и степенную зависимость для структурной функции  $S_q(l) \sim l^{\zeta(q)}$ . Постулировав зависимость структурных функций только от масштаба и скорости диссипации энергии, Колмогоров [1941] вывел закон для спектра потока энергии  $E_k \sim k^{-5/3}$  в зависимости от волно-

вого числа k. Данный закон относительно хорошо описал спектр развитой изотропной гидродинамической турбулентности, однако более точные измерения турбулентного потока показали отличие показателя степени от 5/3, а именно  $\gamma = 1.71 \pm 0.02$ [Фрик, 2003]. Это связано с наличием структурной неоднородности турбулентного процесса (перемежаемостью) [Новиков, Стюарт, 1964]. Случайные пульсации в среде с перемежаемостью имеют функцию распределения, которая отличается от распределения Гаусса. Исследование статистических симметрий турбулентности, самоподобных (автомодельных) и фрактальных свойств среды позволяет получить информацию о характере зависимости структурных функций от времени или пространства (скейлингах), не прибегая к детальному рассмотрению конкретных условий ее возбуждения. Рассмотрение автомодельных свойств турбулентности привело к созданию нескольких моделей развитой турбулентности гидродинамических систем: β-модель, *р*-модель, лог-Пуассоновская модель и другие [Будаев, 2008; Marsch et al., 1997].

Следует отметить, что для описания плазмы в сильном магнитном поле используется подход, когда динамика в плоскости поперек магнитного поля может рассматриваться в рамках двумерной модели. Примером данной модели, является двумерная модель МГД-турбулентности Ирошникова-Крейчнана [Kraichnan, 1965], которая очень часто рассматривается для интерпретации свойств турбулентности краевой плазмы.

Несмотря на то, что в теории турбулентности развиты аналитические методы, они, все еще, не достигают такой же степени детальности и точности, как полуэмпирические каскадные модели, которые базируются на статистических методах. Особенно это касается описания турбулентности с перемежаемостью, поскольку перемежаемость является не только результатом неоднородной турбулентности, но и сама неоднородность также распределена хаотично.

## 3. ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФЛУКТУАЦИЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЫ

В рамках данной работы был использован набор разных методик, которые базируются на анализе функции распределения флуктуаций и ее моментов.

3.1. Анализ функции распределения флуктуаций магнитного поля. Для классического случайного процесса функция плотности вероятности амплитуд флуктуаций удовлетворяет нормальному (Гауссовому) распределению. Пространственный спектр турбулентных процессов (аномальная

диффузия, хаотический перенос в потоках жидкости и др.) часто описывается распределением Леви. Характеристическая функция  $L_{\alpha}(k, \gamma)$  которого имеет вид [Consolini, et al., 2005]:

$$\ln L_{\alpha}(k,\gamma) = -\gamma |k|^{\alpha} (1 + i\delta\omega(\alpha,k)),$$

где  $\alpha \in (0.2]$  — индекс, который определяет форму кривой,  $\delta \in [-1.1]$  — параметр, который определяет симетрию кривой,  $\gamma > 0$  — параметр масштаба, и

$$\omega(\alpha, k) = \begin{cases} \operatorname{sign}(k) \operatorname{tan}\left(\frac{\alpha \pi}{2}\right), & \leftrightarrow \alpha \neq 1, \\ \left(\frac{2}{\pi}\right) \operatorname{ln}|k|, & \leftrightarrow \alpha = 1. \end{cases}$$

Для симетричного Леви распределения ( $\delta = 0$ ) при рассмотрении флуктуаций во времени, обратным Фурье преобразованием характеристической функции получим функцию распределения:

$$L_{\alpha}(t,\gamma) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \exp(-\gamma k^{\alpha}) \cos(kt) dk.$$

При  $\alpha = 1$  из симметричного распределения Леви получаем распределение Коши, а при  $\alpha = 2$  – распределение Гаусса. Для всех этих распределений зависимость максимума распределения плотности вероятности  $P_0$  от временного масштаба ( $\tau$ ) можно аппроксимировать степенной зависимостью  $P_0(\tau) \sim \tau^{-S}$ . При этом для Гауссового распределения показатель S = 0.5, а для распределения Леви S > 0.5.

Для турбулентности с перемежаемостью наличие значительных флуктуаций на крыльях распределения возникает благодаря избытку энергии крупномасштабных возмущений, которые генерируются внешним источником или границами течений. При этом функция распределения вероятности флуктуаций потока и магнитного поля на малых масштабах имеет широкие негауссовые "крылья", а на больших масштабах (больше, чем размер турбулентных вихрей) распределение становится близким к Гауссовому. Изучение изменения высоты максимума функции плотности вероятности флуктуаций магнитного поля на разных временных масштабах использовалось, например, для определения характера турбулентности в хвосте магнитосферы в период распада поперечного тока [Consolini et al., 2005; Козак и Луи, 2008].

*3.2. Эксцесс.* Значение эксцесса (kurtosis) определяется через моменты второго и четвертого порядка формулой [Закс, 1976]:

$$\chi(\tau) = \frac{S_4(\tau)}{(S_2(\tau))^2} - 3,$$

где  $S_q(\tau) = \langle |X(t + \tau) - X(t)|^q \rangle$  – структурная функция *q*-го порядка [Benzi et al., 1993],  $\langle ... \rangle$  – усреднение данных по времени,  $\tau$  – временной масштаб (сдвиг по времени), X(t) – исследуемый параметр. Для нормального распределения  $\chi(\tau) = 0$ . Распределение с более острой вершиной имеет положительное значение  $\chi(\tau)$ , а более плоское, чем нормальное распределение, характеризуется отрицательным значением  $\chi(\tau)$ .

Обычно различают два типа возможных отклонений от нормального распределения [Закс, 1976]:

Одна из ниспадающих ветвей удлинена, распределение асимметрично.

 Максимум расположенный выше или ниже, чем у нормального распределения.

Величина эксцесса является одним из способов отображения характера перемежаемости, который, однако, не позволяет сделать количественного сравнения степени и механизма перемежаемости процесса. Если значение эксцесса на разных временных масштабах остается постоянным, то это указывает на отсутствие перемежаемости.

**3.3.** Расширенное самоподобие (ESS анализ). Для конкретизации типа турбулентных процессов проводится анализ особенностей структурных функций (моментов функции плотности вероятности) разных порядков в соответствии с временным интервалом для ряда данных X(t) — так называемый поиск расширенного самоподобия (Extended Self-similarity, ESS-анализ). Структурные функции высоких порядков позволяют охарактеризовать свойства неоднородности на малых масштабах процесса. Зависимость структурной функции от сдвига по времени т предполагается степенной

$$S(\tau) \sim \tau^{\zeta(q)}$$
.

В случае полностью однородной изотропной Колмогоровской 3D турбулентности значения экспоненты задается соотношением  $\zeta(q) = q/3$  [Frisch et al., 1978], а для модели Ирошникова-Крейчнана, описывающей турбулентность плазмы в сильном магнитном поле,  $\zeta(q) = q/4$  [Kraichnan, 1965; Будаев, 2008].

Турбулентность с перемежаемостью детально описывается лог-Пуассоновской моделью, в которой рассматривается стохастический мультипликативный каскад. В основе такой модели лежит предположение о существовании степенных законов, связанных с автомодельными симметриями турбулентного процесса, то есть свойством масштабной инвариантности. В лог-Пуассоновский модели Ше-Левека-Дюбрюль скейлинг



Рис. 1. Значения модуля магнитного поля 16 июня 1996 года, спутник "Интербол-1".

структурных функций [Dubrulle, 1994] имеет степенной вид с показателем:

$$\zeta(q) = (1 - \Delta)\frac{q}{3} + \frac{\Delta}{1 - \beta} \left[1 - \beta^{\frac{q}{3}}\right]$$

Индекс  $\beta$  характеризует степень перемежаемости ( $\beta = 1$  для неперемежаемой однородной развитой турбулентности, например, в колмогоровской К41 модели),  $\Delta$  – параметр, связанный с геометрией диссипативных структур и краевыми эффектами. В модели Ше-Левека-Дюбрюль турбулентности с перемежаемостью ( $\beta < 1$ ) логарифм энергии диссипации  $\varepsilon_l$  подчиняется распределению Пуассона (что дало название модели лог-Пуассоновская):

$$P(y,\mu) = \frac{\mu^{y}e^{-\mu}}{\Gamma(y+1)},$$
 где  $y = \frac{\ln \varepsilon_{l}}{\ln \beta}.$ 

Распределение Пуассона используется для описания случайных, взаимно независимых событий за единицу времени, длины, площади и объема (изолированных событий в континууме), и полностью характеризуется параметром  $\mu > 0$ . Для 3D изотропной турбулентности в работе [She and Leveque, 1994] в лог-Пуассоновской модели было предложено значение параметров  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL* модель).

*ESS* анализ заключается в определении относительного значения показателя экспоненты для разного порядка структурных функций. В общем случае, для *q*-го и *p*-го порядка предполагается соотношение:

$$S_q(\tau) \sim S_p(\tau) \tau^{\zeta(q)/\zeta(p)}.$$

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ том 52 № 4 2012

### 4. ДАННЫЕ НАБЛЮДЕНИЙ И ОБЩИЕ СВОЙСТВА СОБЫТИЯ

Для апробации описанных выше статистических методов были проанализированы измерения магнитного поля и потока ионов на спутнике Интербол для 16 июня 1996 г. (рис. 1) и для 23 июня 1998 г. (рис. 2). Частота опроса при измерениях магнитного поля в первом событии составляла 16 Гц, а во втором – 4 Гц. В данных потока ионов (частота опроса 1 Гц) для обоих событий присутствуют разрывы и выбросы, поэтому эти данные использовались только для *ESS* анализа.

Во время события 16.06.1996 г. спутник, двигаясь из СВ, прошел через ФШ (13:50–14:35 UT), и с 14:35 до 14:50 UT дважды пересек УВ. Затем спутник прошел через МС и в 16:30 UT, пересек магнитопаузу и вошел в магнитосферу. Несмотря на то, что выделенные для этого события закономерности наблюдаются не при всех пролетах, они являются достаточно типичными.

Условия в солнечном ветре и ММП характеризуются параметрами: скорость  $V \sim 340$  км/с, динамическое давление  $P \sim 2.8$  нПа, альвеновское число Маха  $M_A \sim 9.5$ . При переходе из СВ в МС уровень флуктуаций поля и потока плазмы резко изменился:

 в плазме CB уровень флуктуаций сравним с точностью измерения магнитометров (~0.1 нТл);

– в ФШ области дисперсия вариаций поля и плазмы, нормированная на текущее среднее значение, составляет  $\delta B_{\nu}/B \sim 0.3$ ,  $\delta B/B \sim 0.2$ ,  $\delta F/F \sim 0.2-0.3$ ;

– сразу после пересечения УВ уровень флуктуаций возрастает в несколько раз по сравнению с ФШ и составляет  $\delta B_{\nu}/B \approx \delta B/B \approx \delta F/F \sim 0.5$ ;

— в глубине MC уровень флуктуаций падает до  $\delta B/B \sim \delta F/F \sim 0.1-0.2$ .



**Рис. 2.** Измерения модуля магнитного поля за 23 июня 1998, спутник "Интербол-1" (*a*). Измерения *Ву*-компоненты магнитного поля за 23 июня 1998, спутник "Интербол-1" (*б*).

Событие 23.06.1998 г. показано на рис. 2, где рассмотрены изменение модуля магнитного поля B, его  $B_y$ -компоненты (в GSM системе координат). Максимальный уровень флуктуаций (~0.6 нТл) отвечает моменту вхождения спутника из МС в область каспа – ТПС (03:50–05:00 UT). В дальнейшем, при прохождении непосредственно в каспе (05:00–05:50 UT), уровень флуктуаций уменьшается до 0.3 нТл.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

5.1. Особенности функции плотности вероятности флуктуаций. Для исследования особенностей функции плотности вероятности флуктуаций магнитного поля 16 июня 1996 года выбирался сдвиг по времени т, кратный 0.0625 сек. Анализировались статистические свойства абсолютного значения вариаций магнитного поля  $dB = B(t + \tau) - B(t)$  в разных областях околоземного пространства и для разных временных масштабов. К сожалению, несмотря на большую частоту опроса, интервалы пересечения УВ и постшоковой области оказались очень короткими для статистически достоверного анализа, поэтому результаты приводятся только для CB, ФШ и МС в целом.

Зависимость значения максимума функции распределения плотности вероятности флуктуаций магнитного поля  $P_0(\tau)$  от сдвига по времени  $\tau$  для этого события показана на рис. 3. Экспериментальные точки аппроксимировались прямой  $P_0(\tau) \sim \tau^{-s}$ . Для малых временных масштабов от 0.0625 сек до 1 сек линейная аппроксимация по-



**Рис. 3.** Значение максимума функции распределения плотности вероятности флуктуаций магнитного поля P(0) от шага по времени в логарифмическом масштабе в CB, ФШ и МС. Экспериментальные точки апроксимируются прямой. Для пунктирной линии: CB –  $s \sim 0.54$ , ФШ –  $s \sim 0.83$ , МС –  $s \sim 0.99$ . Для непрерывной линии: CB –  $s \sim 0.5$ , ФШ –  $s \sim 0.44$ , МС –  $s \sim 0.59$  (16 июня 1996 года, спутник "Интербол-1").

казана пунктирной линией, а для больших масштабов от 1 сек до 8 сек — непрерывной линией. Из графика отчетливо видно, что значение степени *s* отличается для плазмы CB и MC. Так, для малых временных масштабов: в CB (12:00–12:50 UT)  $s \sim 0.54$ , в ФШ (13:50–14:30 UT)  $s \sim 0.83$ , и в MC (15:10–16:20 UT)  $s \sim 0.99$ . Для временных масштабов  $\tau > 1$  с: в CB  $s \sim 0.5$ , в ФШ  $s \sim 0.44$ , в MC  $s \sim 0.59$ .

Таким образом, во всем интервале исследуемых масштабов для плазмы CB распределение близко к Гауссовому. Наличие Гауссового распределения на малых временных масштабах для спокойного CB может быть вызвано тем, что уровень флуктуаций магнитного поля для рассмотренной области сравним с точностью измерения (инструментальная погрешность).

Для ФШ и МС при низких частотах (большие временные масштабы) распределение близко к Гауссовому. В то же время, на высоких частотах (малых масштабах) распределение отклоняется от нормального и отвечает распределению Коши. Излом зависимости наблюдается вблизи временного сдвига ~1 сек.

Анализ функции распределения флуктуаций для события 23 июня 1998 г. не проводился из-за малой дискретности измерений (4 Гц).

5.2. Сопоставление значений эксцесса. При определении значения эксцесса флуктуаций магнитного поля строились зависимости функции  $M(z) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n(\tau)$ 

$$K(\tau) = \chi(\tau) + 3 = \frac{S_4(\tau)}{S_2(\tau)^2}$$
от масштабного параметра

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ том 52 № 4 2012

 $\tau$ , где сдвиг по времени был кратным 0.0625 сек. Значения эксцессов для плазмы CB, ФШ и МС для события 16.06.1996 г. представлены на рис. 4*a*. Для CB значения  $K(\tau)$  колеблются около 3, что соответствует нормальному распределению. Для области ФШ и МС  $K(\tau)$  на малых масштабах близка к 20, при  $\tau \sim 1$  сек эксцесс резко падает, а при  $\tau > 2$  с выходит на значение близкое к 3. "Завал" значений для области ФШ при малых  $\tau$  можно объяснить инструментальной погрешностью наблюдений.

Таким образом, для ФШ и МС на малых временных масштабах мы имеем распределение с более острой вершиной и широкими крыльями, чем у нормального распределения. Полученные зависимости согласуются с результатами, полученными в предыдущем подпункте.

Значения эксцесса для события 23 июня 1998 г. для модуля магнитного поля (рис. 46) и  $B_y$ -компоненты (рис. 4e) значительно отклоняются от Гауссового распределения на малых временных масштабах ( $\tau < 4$  сек).

**5.3.** *Результаты ESS анализа.* При *ESS* анализе рассмотрены области ФШ (рис. 5), МС (рис. 6), ТПС (03:50–05:00 UT) (рис. 7, рис. 9) и каспа (05:00–05:50 UT) (рис. 8, рис. 10).

Для события 16.06.1996 г. на рис. 5 и рис. 6 дано отношение степени структурной функции *q*-того порядка к степени третьего порядка для ФШ и MC, соответственно. Крестиками даны экспериментальные результаты по магнитному полю, ромбы соответствуют экспериментальным ре-



Рис. 4. Зависимость величины эксцесса от масштабного параметра т для флуктуаций магнитного поля в разных областях магнитосферы: СВ (солнечный ветер), МС (магнитослой), ФШ (форшоковая область). 16 июня 1996 года, спутник "Интербол-1" (*a*). Зависимость величины эксцесса от масштабного параметра т для флуктуаций абсолютного значения магнитного поля в разных областях магнитосферы (23 июня 1998, спутник "Интербол-1"): (*b*): *I* – ТПС, *2* – касп. Зависимость величины эксцесса от масштабного параметра т для флуктуаций *By*-компоненты магнитного поля в разных областях магнитосферы (23 июня 1998, спутник "Интербол-1"): (*b*): *I* – ТПС, *2* – касп.

зультатам по потоку ионов, пунктирная линия показывает значение, рассчитанное по формуле лог-Пуассоновской каскадной (*SL*) модели турбулентности, непрерывная линия соответствует модели K41. *ESS* анализ демонстрирует перемежаемость турбулентных процессов в MC, хорошо описываемых лог-Пуассоновской *SL* каскадной моделью, а ФШ описывается моделью K41 однородной изотропной 3D турбулентности. При этом результаты по вариациям потока ионов и магнитного поля близки между собой.

Результаты *ESS* анализа для события 23.06.1998 г. флуктуаций модуля магнитного поля *B*, *B*<sub>y</sub>-компоненты и потока ионов *F* в ТПС показаны на рис. 7*a* 



**Рис. 5.** Отношение степени структурной функции *q*-того порядка к степени третьего порядка, 16 июня 1996 года, спутник "Интербол-1". Крестиками отмечены экспериментальные данные по магнитному полю, ромбами – экспериментальные результаты по потоку ионов для области ФШ, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуасоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/3 (K41) ( $\tau_{max} = 16\Delta\tau$ , ( $\Delta\tau = 0.0625$ )).



**Рис. 6.** Отношение степени структурной функции *q*-того порядка к степени третьего порядка, 16 июня 1996 года, спутник "Интербол-1". Крестиками отмечены экспериментальные данные по магнитному полю, ромбами – экспериментальные результаты по потоку ионов для области МС, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуасоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/3 (K41) ( $\tau_{max} = 16\Delta \tau$ , ( $\Delta \tau = = 0.0625$ )).

и рис. 76, а в каспе — на рис. 8a и рис. 86, соответственно. Поскольку при анализе эксцессов наибольшее отличие от Гауссового процесса наблюдалось во временном интервале 0-4 с, максимальное значение сдвига по времени выбиралось равным 4 с.

Отличие в результатах анализа для модуля магнитного поля и  $B_{\nu}$ -компоненты указывает на неизотропность процессов в ТПС и каспе. В ТПС из анализа флуктуаций B видно существенное отклонение как от модели Колмогорова, так и лог-Пуассоновской *SL* модели, а в каспе — каскад по  $B_v$  и *F* описывается моделью K41.

Сравнение экспериментальных результатов с моделью Ирошникова-Крейчнана (q/4) проведено при анализе отношения степени структурной

КОЗАК и др.



**Рис.** 7. Отношение степени структурной функции *q*-того порядка к степени третьего порядка, 23 июня 1998 года, спутник "Интербол-1" – (*a*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для модуля магнитного поля в ТПС, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$ (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению q/3 (K41). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), (ттах = 4 сек). Отношение экспоненциального значения структурной функции *q*-того порядка к третьему порядку (*б*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для *By*-компоненты магнитного поля, ромбы – значения по потоку ионов в ТПС, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/3 (K41). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), (ттах = 4 сек).



**Рис. 8.** Отношение экспоненциального значения структурной функции *q*-того порядка к третьему порядку (*a*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для модуля магнитного поля при нахождении КА в каспе, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/3 (K41). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), (ттах = 4 сек). Отношение экспоненциального значения структурной функции *q*-того порядка к третьему порядку (*b*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для *By*-компоненты магнитного поля, ромбы – значения для потоков ионов при нахождении КА в каспе, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/3 (K41). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), (ттах = 4 сек).

функции *q*-того порядка к степени четвертого порядка. Результаты для *B* в ТПС показаны на рис. 9*a*, а для  $B_y$ -компоненты — на рис. 9*б*. Для каспа данные представлены на рис. 10*a* и рис. 10*б*, соответственно. Для  $B_y$ -компоненты магнитного поля в ТПС и каспе для значений *q* < 7 наблюдается со-

ответствие с моделью Ирошникова-Крейчнана, а при q > 7 данные ближе к *SL* модели, хотя разница между моделями слишком мала для количественных выводов.

*5.4. Определение типа диффузионных процессов.* В результате *ESS*-анализа из экспериментально



**Рис. 9.** Отношение экспоненциального значения структурной функции *q*-того порядка к четвертому порядку (*a*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для модуля магнитного поля в ТПС, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/4 (ИК). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), (ттах = 4 сек). Отношение экспоненциального значения структурной функции *q*-того порядка к четвертому порядку (*b*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для *By*-компоненты магнитного поля в ТПС, пунктирная линия соответствует значению рассчитаны для *By*-компоненты магнитного поля в ТПС, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле логпуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению рассчитанному по формуле логпуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению рассчитанному по формуле логпуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению рассчитаны для *B* – соответствует значению рассчитаному по формуле логпуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/4 (ИК). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), (ттах = 4 сек).



**Рис. 10.** Отношение экспоненциального значения структурной функции *q*-того порядка к четвертому порядку (*a*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для модуля магнитного поля при нахождении КА в каспе, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/4 (ИК). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), ( $\tau max = 4$  сек). Отношение экспоненциального значения структурной функции *q*-того порядка к четвертому порядку (*b*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для *By*-компоненты магнитного поля при нахождении КА в каспе, пунктирная линия соответствует значению *q*/4 (ИК). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), ( $\tau max = 4$  сек). Отношение экспоненциального значения структурной функции *q*-того порядка к четвертому порядку (*b*). Крестиками отмечены результаты рассчитаны для *By*-компоненты магнитного поля при нахождении КА в каспе, пунктирная линия соответствует значению рассчитанному по формуле лог-пуассоновской каскадной модели для  $\beta = \Delta = 2/3$  (*SL*). Непрерывная линия соответствует значению *q*/4 (ИК). ( $\Delta \tau = 0.25$ ), ( $\tau max = 4$  сек).

полученных зависимостей мы можем определить параметры  $\beta$  и  $\Delta$  как для области MC, так и для областей каспа. Важным является тот факт, что, зная данные параметры, мы можем найти зависимость от сдвига во времени обобщенного коэффициента диффузии  $D_f(\tau)$  В классическом случае такая зависимость отсутствует, в случае супердиффузии  $D_f(\tau)$  растет со временем, для субдиффузии – падает. Обобщенный коэффициент диффузии определяется через параметры  $\beta$  и  $\Delta$  скейлингом:  $D_f \sim \tau^{K(-1)}$ , где в общем случае $K(q) = q - \zeta(3q)$ , а  $K(-1) = \Delta(1/\beta - 1)$ . Для классической диффузии зависимость от времени отсутствует и K(-1) = 0, в случае супердиффузии K(-1) > 0, а при K(-1) < 0 имеем субдиффузионный процесс [Chechkin et al., 2002; Savin et al., 2008].

КОЗАК и др.

| Дата             | Положение спутника                | β    | $\Delta$ | <i>K</i> (-1) | Тип диффузионного процесса |
|------------------|-----------------------------------|------|----------|---------------|----------------------------|
| 16 июня, 1996 г. | Форшок, $ \mathbf{B}  q = 9$      | 1.02 | 0.95     | 0             | диффузия                   |
|                  | $\Phi$ оршок, $Fq = 9$            | 0.85 | 0.33     | 0.06          | диффузия                   |
|                  | Магнитослой, $ \mathbf{B}  q = 9$ | 0.30 | 0.32     | 0.75          | супердиффузия              |
|                  | Магнитослой, <i>F q</i> = 9       | 0.79 | 0.93     | 0.25          | супердиффузия              |
| 23 июня, 1998 г. | TITC, $ \mathbf{B}  q = 6$        | 0.99 | 0.57     | 0.75          | супердиффузия              |
|                  | TITC, $By q = 9$                  | 0.66 | 0.71     | 0.27          | супердиффузия              |
|                  | TITC, $Fq = 9$                    | 0.74 | 0.94     | 0.33          | супердиффузия              |
|                  | Касп, $ B , q = 6$                | 0.93 | 0.71     | 0.38          | супердиффузия              |
|                  | Касп, $By q = 9$                  | 0.71 | 0.97     | 0.02          | диффузия                   |
|                  | Касп, $Fq = 9$                    | 0.87 | 0.93     | 0.14          | супердиффузия              |

Параметры диффузионных процессов в переходных областях магнитосферы Земли

Экспериментально определенные параметры  $\beta$  и  $\Delta$ , а также рассчитанные значения обобщенного коэффициента диффузии и тип диффузии представлены в таблице. Из таблицы видно, что для ФШ области и *B*<sub>v</sub>-компоненты магнитного поля в каспе имеет место диффузионный процесс, а во всех других рассмотренных случаях супердиффузионный. Полученные данные о скейлинге обобщенного коэффициента диффузии при использовании магнитных данных характеризуют транспортные процессы, связанные с пространственно-временной структурой магнитной турбулентности. Супердиффузионный характер флуктуаций потока ионов означает усиление переноса солнечной плазмы из МС в магнитосферу.

### 6. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Использованный набор методик для определения статистических свойств флуктуаций показал разную природу турбулентности в ФШ, МС, ТПС и каспе. ФШ область заполнена когерентными колебаниями магнитного поля и потока [Shevyrev and Zastenker, 2005]. При пересечении УВ не только растет интенсивность флуктуаций, но изменяется и их структура: в постшоковой области преобладают почти изотропные колебания, где магнитное поле демонстрирует сильные флуктуации, как по величине, так и по направлению. Вариации поля и плазмы в этой области интенсивны, но низкокогерентны.

В глубине MC магнитное поле, в основном, флуктуирует по величине. Амплитуда флуктуаций в MC сразу же после пересечения УВ в несколько раз превышает амплитуду флуктуаций в невозмущенном СВ или ФШ. Характер турбулентного потока плазмы в MC не связан непосредственно с турбулентностью в CB и, в значительной степени, является проявлением внутренних процессов в MC [Shevyrev and Zastenker, 2005].

Исследование функции плотности вероятности флуктуаций магнитного поля показало, что структура турбулентности на высоких частотах (малых временных масштабах) и на низких частотах отличается. Можно отметить следующие характерные особенности турбулентности при переходе из СВ через ФШ вглубь МС. В СВ амплитуда флуктуаций минимальна, зависимость максимума функции плотности вероятности  $P_0(\tau)$ отвечает Гауссовому распределению. В ФШ и МС мы имеем два асимптотических режима изменения максимума функции плотности вероятности  $P_0(\tau)$ , которые характеризуются разными степенными законами. На больших временных масштабах  $P_0(\tau)$  подобно типичному Гауссовому распределению ( $s \sim 0.5$ ), а для малых временных масштабов наблюдаемые особенности лучше описываются распределением Леви ( $s \sim 1$ ).

Пересечение двух асимптот отвечает значению τ ~ 1 с, что означает наличие критического масштаба в потоке плазмы L\*, разделяющего два разных режима. Их наличие указывает на разные механизмы турбулентности, требующие разных подходов для их описания. По-видимому, для описания процессов с характерным масштабом  $L > L^*$  можно использовать МГД уравнения, а для описания процессов с малыми масштабами L < L\* – электронную МГД или кинетические уравнения. Для типичных условий в MC  $L^* \sim V\tau \sim 100$  км, где V-типичная скорость потока плазмы в MC. Данный масштаб естественно связать с одним из характерных плазменных параметров: с протонным ларморовским радиусом р<sub>і</sub> или ионной инерционной длиной  $\lambda_i$ . Для МС  $\rho_i \sim 100$  км, а  $\lambda_i \sim 50$  км.

Тип турбулентных процессов в разных пограничных областях магнитосферы Земли и на разных временных масштабах удалось определить в

результате проведенного *ESS*-анализа. Оказалось, что мелкомасштабная турбулентность в ФШ, МС, ТПС и каспе существенным образом отличаются: процессы в ФШ описываются колмогоровской моделью однородной изотропной 3D турбулентности, а для плазмы МС и ТПС – лог-Пуассоновской каскадной моделью с параметрами  $\beta = \Delta = 2/3$  Кроме того, получено, что для областей МС, ТПС и полярного каспа имеет место супердифузионный процесс.

Авторы признательны А.Т. Луи и В.Н. Ивченко за полезные обсуждения и Г.Н. Застенкеру за предоставленные спутниковые данные и дискуссии. Работа выполнена при частичной поддержке Международного института космических исследований, Берн, Швейцария (ISSI team 132), а также госконтракта РФ 02.740.11.5064 и гранта РФФИ 11-02-90491.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Будаев В.П. Обобщенная масштабная инвариантность и лог-Пуассоновская статистика турбулентности краевой плазмы в токамаке Т-10 // Физика плазмы. Т. 34. № 9. С. 1–18. 2008.
- Закс Л. Статистическое оценивание // М.: Статистика, 598 с. 1976.
- Козак Л.В., Луи А.Т. Статистический анализ турбулентности плазмы по спутниковым измерениям магнитного поля // Кинематика и физика небесных тел. Т. 24. № 4. С. 72–80. 2008.
- Козак Л.В., Пилипенко В.А., Чугунова О.М., Козак П.Н. Статистический анализ турбулентности форшоковой области и магнитослоя Земли // Космич. исслед. Т.49. № 3. С. 202–212. 2011.
- Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. Т. 30. № 4. С. 299–303. 1941.
- Космическая гелиогеофизика, под ред. Л.М. Зеленого, И.С. Веселовского // М.: Физматлит, Т. 1. 624 с. 2008.
- Новиков Е.А., Стюарт Р.В. Перемежаемость турбулентности и спектр флюктуаций диссипации энергии // Изв. АН СССР. Сер. геофизика. Т. 3. С. 408–413. 1964.
- Рязанцева М.О., Застенкер Г.Н. Перемежаемость флуктуаций плотности солнечного ветра и ее связь с резкими скачками плотности // Космич. исслед. Т. 46. № 1. С. 3–9. 2008.
- Фрик П.Г. Турбулентность: подходы и модели. Ижевск, Институт компьютерных исследований. 23 с. 2003.

- Benzi R., Ciliberto S., Triliccione R., Baudet C., Massaioli F., Succi S. Extended selfsimilarity in turbulent flows // Phys. Rev. V. 48. № 1. P. 112–118. 1993.
- Chechkin A.V., Gorenflo R., Sokolov I.M. Generalized fractional diffusion equations for accelerating subdiffusion and truncated Lévy flights // Phys. Rev. V. 66. 046129. P. 2099–2112. 2002.
- Chugunova O., Pilipenko V., Zastenker G., Shevyrev N. Magnetosheath turbulence and magnetospheric Pc3 pulsations, Proc. of the 7-th International Conference "Problems of Geocosmos" (St. Petersburg, 2008), ed. by V.N. Troyan, M. Hayakawa, and V.S. Semenov // SPb. P. 46–51. 2008.
- Consolini, G., Kretzschmar M., Lui A.T.Y., Zimbardo G., Macek W.M. On the magnetic field fluctuations during magnetospheric tail current disruption: A statistical approach // J. Geophys. Res. V. 110. A07202. doi:10.1029/2004JA010947. 2005.
- Dubrulle B. Intermittency in fully developed turbulence: Log-Poisson statistics and generalized scale covariance // Phys. Rev. Lett. V. 73. P. 959–962. 1994.
- Frisch U., Sulem P.L., Nelkin M. A simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence // Fluid Mech. V. 87. P. 719–736. 1978.
- Kraichnan R.H. Inertial-range spectrum of hydromagnetic turbulence // Phys. Fluids. V. 8. P. 1385–1387. 1965.
- Marsch E., Tu C.-Y. Intermittency, non-Gaussian statistics and fractal scaling of MHD fluctuations in the solar wind // Nonlinear Processes in Geophysics. P. 101– 124. 1997.
- Narita, Y., Glassmeier K.-H. Dispersion analysis of lowfrequency waves through the terrestrial bow shock // J. Geophys. Res. V. 110. A12215, doi:10.1029/ 2005JA011256. 2005.
- Onsager T.G., Thomsen M.F. The Earth's foreshock, bow shock, and magnetosheath // Rev. Geophys. V. 29. P. 998–1007. 1991.
- Riazantseva, M.O., Zastenker G.N., Richardson J.D., Eiges P. Sharp boundaries of small- and middle-scale solar wind structures // J. Geophys. Res. V. 110. A12110, doi:10.1029/2005JA011307.2005.
- Riazantseva, M.O., Khabarova O.V., Zastenker G.N., Richardson J.D. Sharp boundaries of solar wind plasma structures and their relationship to solar wind turbulence // Adv. Space Res. V. 40. P. 1802–1806. 2007.
- Savin S., Amata E., Zelenyi L., Budaev V., Consolini G., Treumann R., Lucek R., Safrankova J., Nemecek Z. High kinetic energy jets in the Earth's magnetosheath: Implications for plasma dynamics and anomalous transport // Письма в ЖЭТФ. V. 87. P. 593–599. 2008.
- She Z., Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence // Phys. Rev. Lett. -72. P. 336-339. 1994.
- Shevyrev N.N., Zastenker G.N. Some features of the plasma flow in the magnetosheath behind quasi-parallel and quasi-perpendicular bow shocks // Planet. Space Science. V. 53. P. 95–102. 2005.