

УДК 550.373

## ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА МАГНИТНОГО ПОЛЯ, ИНДУЦИРОВАННОГО ИНФРАЗВУКОВОЙ ВОЛНОЙ В ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2012 г. С. В. Сёмкин, В. П. Смагин

*Владивостокский государственный университет экономики и сервиса, г. Владивосток*

*e-mail: Lil5@rambler.ru*

Поступила в редакцию 16.09.2010 г.

После доработки: 07.02.2011 г.

Рассмотрено магнитное поле, генерируемое акустической волной, распространяющейся в океаническом волноводе. Исследовано влияние фактора самоиндукции на пространственную структуру этого поля. Показано, что существует диапазон частот, в котором необходимо учитывать самоиндукцию. Показано, что индуцированное поле наиболее существенно при частотах, когда существует только первая нормальная мода. В этом частотном диапазоне получены и проанализированы зависимости индуцированного поля от глубины, частоты, и направления геомагнитного поля.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В Мировом океане существуют процессы, приводящие к генерации звуковых волн в толще воды — например подводные землетрясения, извержения вулканов и подводные взрывы. При определенных условиях может оказаться, что толщина морской воды между дном и свободной поверхностью играет роль волновода, позволяющего акустическим волнам распространиться на большое (100–1000 км) расстояние [У Тон Иль и др., 2005]. Многочисленные наблюдения [Мурти, 1981] свидетельствуют о том, что подводные землетрясения, способные вызывать цунами имеют магнитуду не менее семи баллов. Такие землетрясения одновременно являются и мощным источником короткопериодных (0.5–1.5 с) [Мурти, 1981] звуковых волн в воде. Поскольку эти волны распространяются в проводящей среде в геомагнитном поле, они индуцируют токи, магнитные поля которых могут быть измерены не только в воде, но и над ее поверхностью, где нет самих акустических волн [Конторович, 1961;1962].

В нашей работе [Сёмкин и др., 2008] мы исследовали магнитное поле, индуцированное инфразвуковыми волнами в волноводе, используя квазистатическое приближение, т. е. без учета самоиндукции. Однако есть основания полагать, что самоиндукция может оказаться существенной, особенно при малых частотах. В этой работе мы исследовали влияние самоиндукции, а также более подробно проанализировали пространственную структуру индуцированного поля.

### 2. АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Рассмотрим простую модель океана как акустического волновода постоянной глубины  $H$ , ограниченного сверху свободной поверхностью, а снизу упругим полупространством. Пренебрегая стратификацией морской воды, будем считать ее однородной средой, характеризующейся плотностью  $\rho_0$  и скоростью звука  $c_0$ . Будем полагать, что снизу океан ограничен однородной изотропной средой с плотностью  $\rho_1$  и скоростью звука  $c_1$  причем полагаем, что в этой среде распространяются только продольные акустические волны (так называемая модель “твердой жидкости” [Исакович; 1973]).

Вычисленное в рамках этой модели акустическое давление плоской волны частотой  $\omega$ , распространяющейся в направлении оси  $x$  без диссипации энергии в грунт, равно [Исакович; 1973]:

$$P = -iP_0 e^{ik_z H} \sin k_z (H - z) e^{ik_x x}. \quad (1)$$

(Оси  $x$  и  $y$  системы координат горизонтальны, ось  $z$  направлена вертикально вверх, начало координат находится на дне.) Волновые числа  $k_x$  и  $k_z$  связаны соотношением  $k_x^2 + k_z^2 = k_2^2$ ,  $k = \omega/c_0$ , при этом  $k_z$  является решением уравнения

$$k_z H = \frac{2l-1}{2} \pi + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{(1-n^2)k^2 - k_z^2}}{mk_2}, \quad (2)$$

где  $l = 1, 2, 3, \dots$  — номер нормальной моды,  $m = \rho_1/\rho_0$ ,  $n = c_0/c_1$ ,  $n < 1$ .

Используя (2) и равенство  $\mathbf{v} = \frac{1}{i\rho_0\omega} \text{grad}P$ , вычислим компоненты скорости:

$$\begin{aligned} v_z &= P_0 \frac{e^{ik_z H}}{\rho_0 \omega} k_z \cos k_z (H - z) e^{ik_x x}, \\ v_x &= P_0 \frac{e^{ik_z H}}{\rho_0 \omega} k_x \sin k_z (H - z) e^{ik_x x}, \\ v_y &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

### 3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ, ИНДУЦИРОВАННОЕ АКУСТИЧЕСКИМИ ВОЛНАМИ

Зная поле акустических скоростей  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  можно по закону Ома рассчитать индуцированные токи в морской воде  $\mathbf{j} = \sigma[\mathbf{v}, \mathbf{F}]$  ( $\sigma$  – электропроводность морской воды,  $\mathbf{F}$  – индукция геомагнитного поля), а зная токи, найти индуцированное магнитное поле по закону Био-Савара-Лапласа:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int \frac{[\mathbf{v}(\mathbf{r}'), \mathbf{F}](\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\mathbf{r}'. \quad (4)$$

Решение (4) получено в квазистатическом приближении – без учета каких-либо динамических эффектов. Однако, есть основания полагать, что при инфразвуковых частотах эти эффекты могут оказаться существенными. Рассмотрим задачу об определении индуцированного звуковыми волнами в волноводе магнитного поля с учетом самоиндукции. (Вклад токов смещения на этих частотах пренебрежимо мал, поэтому учет динамических эффектов сводится только к учету самоиндукции.) Тогда уравнение для определения индуцированного поля имеет вид [Савченко и др., 1999]:

$$\mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \sigma \text{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{F}]. \quad (5)$$

В случае, когда скорость  $\mathbf{v}$  является гармонической функцией времени с частотой  $\omega$ , решение (5) так же можно искать в виде гармонической функции с той же самой частотой. Тогда из (5) получим уравнение Гельмгольца

$$i\mu_0 \sigma \omega \mathbf{B} - \nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \sigma \text{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{F}], \quad (6)$$

где через  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{v}$  обозначены теперь амплитуды соответствующих гармонических функций.

Уравнение (6) является уравнением Гельмгольца  $\kappa^2 u - \nabla^2 u = f$  с  $\kappa^2 = i\mu_0 \sigma \omega$  для каждой компоненты вектора  $\mathbf{B}$ . Решение (6) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int \frac{\text{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{F}] e^{-\kappa R}}{R} d\mathbf{r}', \\ R &= |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|. \end{aligned} \quad (7)$$

Преобразуем (7), используя тождество  $\text{rot}(\psi \varphi) = \varphi \text{rot} \psi + [\nabla \varphi, \psi]$  и равенство  $\int \text{rot} \mathbf{A} dV = \oint [d\mathbf{S}, \mathbf{A}]$ , получим

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \times \\ &\times \int \frac{[[\mathbf{v}(\mathbf{r}'), \mathbf{F}], (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] (\kappa |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| + 1) e^{-\kappa |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, для расчета индуцированного поля с учетом самоиндукции, вместо (4) нужно использовать формулу (8).

Можно рассмотреть несколько иной подход к задаче об определении индуцированного поля с учетом самоиндукции, основанный на следующем построении. Представим  $\mathbf{B}$  в виде:

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int \left[ [\mathbf{v}(\mathbf{r}'), \mathbf{F}], \nabla_r \frac{e^{-\kappa R}}{R} \right] d\mathbf{r}', \quad (9)$$

где символом  $\nabla_r$  обозначен дифференциальный оператор, действующий только на координаты вектора  $\mathbf{r}$ . Во-первых, отметим, что дивергенция поля  $\mathbf{B}$ , рассчитанного по формуле (9) равна нулю, как и должно быть для магнитного поля – в этом можно убедиться непосредственным вычислением  $\text{div} \mathbf{B}$  используя тождество  $\text{div}[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = (\mathbf{b}, \text{rot} \mathbf{a}) - (\mathbf{a}, \text{rot} \mathbf{b})$  и учитывая, что вектор  $[\mathbf{v}(\mathbf{r}'), \mathbf{F}]$  не зависит от  $\mathbf{r}$ , а  $\text{rot} \text{grad} \frac{e^{-\kappa R}}{R} \equiv 0$ . Далее, рассмотрим ротор  $\mathbf{B}$ , рассчитанного по формуле (9).

Используя тождества

$$\text{rot}[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = \mathbf{a} \text{div} \mathbf{b} - \mathbf{b} \text{div} \mathbf{a} + (\mathbf{b}, \nabla) \mathbf{a} - (\mathbf{a}, \nabla) \mathbf{b} \text{ и}$$

$$\text{grad}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = [\mathbf{a}, \text{rot} \mathbf{b}] + [\mathbf{b}, \text{rot} \mathbf{a}] + (\mathbf{a}, \nabla) \mathbf{b} + (\mathbf{b}, \nabla) \mathbf{a},$$

и снова учитывая, что дифференцирование по  $\mathbf{r}$  не распространяется на  $[\mathbf{v}(\mathbf{r}'), \mathbf{F}]$  то, что  $\text{rot} \text{grad} \equiv 0$ , получим

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{B} &= -\frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int [\mathbf{v}(\mathbf{r}'), \mathbf{F}] \nabla^2 \frac{e^{-\kappa R}}{R} d\mathbf{r}' + \\ &+ \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int [\mathbf{v}(\mathbf{r}'), \mathbf{F}], \nabla \frac{e^{-\kappa R}}{R} d\mathbf{r}'. \end{aligned}$$

Учитывая теперь, что второй интеграл в этом выражении преобразуется к поверхностному и обра-

щается в ноль при увеличении области интегрирования, а также, то, что  $\nabla^2 \frac{e^{-\kappa R}}{R} = -4\pi\delta(R) + \kappa^2 \frac{e^{-\kappa R}}{R}$ , окончательно получим:

$$\text{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \sigma [\mathbf{v}, \mathbf{F}] - \frac{\kappa^2 \mu_0 \sigma}{4\pi} \int \frac{[\mathbf{v}, \mathbf{F}] \mathbf{e}^{-\kappa R}}{R} d\mathbf{r}'$$

и  $\text{div} \mathbf{B} = 0$ .

Таким образом, индуцированное магнитное поле с учетом самоиндукции можно рассчитать по закону Био-Савара-Лапласа (4) если вместо  $\mathbf{v}(\mathbf{r}')$  использовать  $\mathbf{v} - \frac{\kappa^2}{4\pi} \int \frac{\mathbf{v} \mathbf{e}^{-\kappa R}}{R} d\mathbf{r}'$ . По виду этого выражения можно предположить, что влияние самоиндукции будет незначительным при больших и при малых значениях  $\kappa$  ( $\kappa \rightarrow \infty$  и  $\kappa \rightarrow 0$ ).

Поскольку в рассматриваемом случае все три компоненты индуцированного поля являются гармоническими функциями времени в каждой точке пространства:

$$B_x = B_{x0} \cos(\omega t + \psi_x), \quad B_y = B_{y0} \cos(\omega t + \psi_y),$$

$$B_z = B_{z0} \cos(\omega t + \psi_z), \quad (10)$$

конец вектора  $\mathbf{B}$  описывает в пространстве эллипс.

Длина вектора  $\mathbf{B}$  как функция времени определяется выражением

$$B^2 = B_{x0}^2 (\omega t + \psi_x) + B_{y0}^2 \cos^2(\omega t + \psi_y) + B_{z0}^2 \cos^2(\omega t + \psi_z) \quad \text{или} \quad (11)$$

$$B^2 = \frac{1}{2} (C_0 + C_1 \cos 2\omega t - C_2 \sin 2\omega t),$$

где  $C_0 = B_{x0}^2 + B_{y0}^2 + B_{z0}^2$ ,  $C_1 = B_{x0}^2 \cos 2\psi_x + B_{y0}^2 \cos 2\psi_y + B_{z0}^2 \cos 2\psi_z$  и

$$C_2 = B_{x0}^2 \sin 2\psi_x + B_{y0}^2 \sin 2\psi_y + B_{z0}^2 \sin 2\psi_z.$$

Для дальнейшего нам потребуется выразить параметры этого эллипса — направляющие косинусы нормали к плоскости, в которой лежит эллипс, его полуоси и эксцентриситет через амплитуды  $B_{i0}$  и начальные фазы  $\psi_i$  ( $i = x, y, z$ ). Вектор нормали  $\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{B}, \dot{\mathbf{B}}]}{[\mathbf{B}, \dot{\mathbf{B}}]} \left( \dot{\mathbf{B}} = \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)$ , а компоненты вектора  $[\mathbf{B}, \dot{\mathbf{B}}]$  равны  $[\mathbf{B}, \dot{\mathbf{B}}]_i = B_{j0} B_{k0} \sin(\psi_j - \psi_k)$ , где  $i, j, k$  есть циклическая перестановка  $x, y, z$ . В те моменты времени, когда скалярное произведение  $(\mathbf{B}, \dot{\mathbf{B}})$  обращается в ноль, вектор  $\mathbf{B}$  проходит

полуоси эллипса. Это условие приводит к соотношению

$$B_{x0}^2 \sin(2\omega t + 2\psi_x) + B_{y0}^2 2\sin(2\omega t + 2\psi_y) + B_{z0}^2 2\sin(2\omega t + \psi_z) = 0 \quad \text{или} \quad (12)$$

$$C_1 \sin 2\omega t + C_2 \cos 2\omega t = 0.$$

Находя длину вектора  $\mathbf{B}$  при выполнении этого условия, получим полуоси  $B_1$  и  $B_2$  эллипса

$$B_{1,2}^2 = \frac{1}{2} (C_0 \pm \sqrt{C_1^2 + C_2^2}) \quad (13)$$

и его эксцентриситет  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon^2 = \frac{2\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}{C_0 + \sqrt{C_1^2 + C_2^2}}. \quad (14)$$

Направления полуосей в пространстве можно найти, подставив в (10) значения  $\omega t$ , определяемые условием (12).

#### 4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ НОРМАЛЬНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ МОД

Подставляя (3) в (8) получим связь между компонентами  $B_i$  индуцированного поля  $\mathbf{B}$  в точке с координатами  $(0, 0, h)$  и компонентами  $F_j$  геомагнитного поля  $\mathbf{F}$ , которую запишем в матричном виде  $B_i = D_{ij} F_j$ , где

$$D_{ij} = \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int \frac{G_{ij}(\kappa R + 1) e^{-\kappa R} dx' dy' dz'}{R^3}, \quad (15)$$

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} v_z(h-z') & 0 & -v_x(h-z') \\ 0 & -v_x x' + v_z(h-z') & 0 \\ v_z x' & 0 & -v_x x' \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Следовательно, величина и направление индуцированного поля определяется величиной и направлением  $\mathbf{F}$  и ненулевыми компонентами матрицы  $D_{ij}$ . Поскольку коэффициенты  $G_{ij}$  не зависят от  $y'$ , представим  $D_{ij}$  в следующем виде:

$$D_{ij} = \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int G_{ij} \Omega(\rho') dx' dy',$$

где  $(\rho'^2) = x'^2 + (h-z')^2$  и

$$\Omega(\rho') = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\kappa \sqrt{\rho'^2 + y'^2 + 1}) e^{-\kappa \sqrt{\rho'^2 + y'^2}}}{(\rho'^2 + y'^2 + 1)^{3/2}} dy'.$$

Вводя в последнем интеграле новую переменную  $\chi$  соотношением  $\text{tg} \chi = y'/\rho'$ , получим

$$\Omega(\rho') = \frac{2W(\kappa\rho')}{\rho'^2},$$

$$W(\kappa\rho') = \int_0^{\pi/2} (\kappa\rho' + \cos\chi) \exp\left(-\frac{\kappa\rho'}{\cos\chi}\right) d\chi.$$

Вводя теперь вместо  $\kappa\rho'$  вещественную переменную  $a = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}} \sqrt{x'^2 + (h-z')^2}$  запишем коэффициенты  $D_{ij}$  в следующем виде:

$$D_{ij} = \frac{\mu_0\sigma}{2\pi} \int G_{ij} \frac{W(a)}{x'^2 + (h-z')^2} dx' dz', \quad (17)$$

$$W(a) = \int_0^{\pi/2} ((1+i)a + \cos\chi) \exp\left(\frac{-(1+i)a}{\cos\chi}\right) (d\chi). \quad (18)$$

Если индуцированное магнитное поле рассчитывать без учета самоиндукции – по формуле (4), то выражения для коэффициентов  $D_{ij}^p$  получаются аналогичными (17):

$$D_{ij}^p = \frac{\mu_0\sigma}{2\pi} \int G_{ij} \frac{1}{x'^2 + (h-z')^2} dx' dz', \quad (19)$$

Для  $D_{ij}$ , определяемых формулами (16), интегрирование в (19) можно выполнить аналитически [Сёмкин и др., 2008]: при  $h > H$  (точка наблюдения над поверхностью моря)

$$D_{11}^p = A \frac{k_z}{k^3} (k_x e^{-k_x(h-H)} - e^{-k_x h} (k_x \cos k_z H - k_z \sin k_z H)),$$

$$D_{33}^p = A \frac{k_x}{k^3} (k_x e^{-k_x(h-H)} - e^{-k_x h} (k_x \sin k_z H + k_z \cos k_z H)),$$

$$D_{33}^p = iD_{11}^p, \quad D_{13}^p = -iD_{33}^p, \quad D_{22}^p = D_{11}^p + D_{33}^p,$$

а при  $h < H$  (точка наблюдения под поверхностью моря):

$$D_{11}^p = A \frac{k_x}{k^3} (k_x e^{-k_x(H-h)} - e^{-k_x h} \times (k_x \cos k_z H - k_x \sin k_z H) - 2k_z \sin k_z (H-h)),$$

$$D_{13}^p = A \frac{k_x}{k^3} (-k_z e^{-k_x(H-h)} - e^{-k_x h} \times (k_x \sin k_z H - k_x \cos k_z H) + 2k_z \cos k_z (H-h)),$$

$$D_{31}^p = A \frac{k_z}{k^3} (-k_x e^{-k_x(H-h)} - e^{-k_x h} \times (k_x \cos k_z H - k_z \sin k_z H) + 2k_x \cos k_z (H-h)),$$

$$D_{33}^p = A \frac{k_x}{k^3} (-k_z e^{-k_x(H-h)} + e^{-k_x h} \times (k_x \sin k_z H + k_z \cos k_z H) + 2k_x \sin k_z (H-h)),$$

$$D_{22}^p = D_{11}^p + D_{33}^p, \quad A = \frac{\mu_0\sigma P_0 e^{ik_x H}}{2\rho_0 c_0}. \quad (21)$$

При  $h = H$  формулы (20) и (21) совпадают и приводят к следующим значениям коэффициентов матрицы  $D_{ij}^p$ :

$$D_{11}^p = A \frac{k_z}{k^3} (k_x - e^{-k_x H} (k_x \cos k_z H - k_z \sin k_z H)),$$

$$D_{13}^p = A \frac{ik_x}{k^3} (k_z - e^{-k_x H} (k_x \sin k_z H - k_z \cos k_z H)), \quad (22)$$

$$D_{31}^p = iD_{13}^p, \quad D_{13}^p = -iD_{33}^p, \quad D_{22}^p = D_{11}^p + D_{33}^p.$$

Для расчета магнитного поля с учетом самоиндукции, необходимо использовать формулы (17)–(18), и аналитическое интегрирование не представляется возможным. Для численного интегрирования (17) удобно перейти в этом интеграле к полярным координатам с центром в точке наблюдения:  $x' = r \sin\varphi$ ,  $h - z' = r \cos\varphi$ :

$$D_{ij} = \frac{2A}{\pi} \int_{\pi}^{\infty} Z_{ij}(r) W(|\kappa|r/\sqrt{2}) dr, \quad (23)$$

$$r_0 = \begin{cases} 0, & h < H \\ h - H, & h \geq H \end{cases}$$

где

$$Z_{11}(r) = k_z \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos\varphi \cos\{k_z(r\cos\varphi - (h-H))\} \times \cos(k_x r \sin\varphi) d\varphi,$$

$$Z_{13}(r) = ik_x \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos\varphi \sin\{k_z(r\cos\varphi - (h-H))\} \times \cos(k_x r \sin\varphi) d\varphi,$$

$$Z_{31}(r) = ik_z \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin\varphi \cos\{k_z(r\cos\varphi - (h-H))\} \times \sin(k_x r \sin\varphi) d\varphi,$$

$$Z_{33}(r) = -k_z \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \sin \{k_z(r \cos \varphi - (h - H))\} \times \\ \times \sin(k_x r \sin \varphi) d\varphi, \\ Z_{22}(r) = Z_{11}(r) + Z_{33}(r).$$

$$\text{Здесь } \varphi_1 = \begin{cases} 0, & r < h \\ \arccos \frac{h}{r}, & r \geq h \end{cases}, \text{ а } \varphi_2 = \arccos \frac{h - H}{r}$$

$$\text{при } h > H \text{ и } \varphi_2 = \begin{cases} \pi, & r < H - h \\ \pi - \arccos \frac{H - h}{r}, & r > H - h \end{cases}, \text{ при}$$

$h < H$ .

Введем углы  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющие ориентацию вектора  $\mathbf{F}$  геомагнитного поля следующим образом:

$$F_x = F_0 \sin \alpha \cos \beta, \quad F_y = F_0 \sin \alpha \sin \beta, \quad F_z = F_0 \cos \alpha.$$

Подставляя эти выражения в формулу  $B_i = D_{ij} F_j$ , вычислим амплитуды компонент индуцированного поля по координатным осям  $B_{i0}$  и начальные фазы  $\psi_i$  из соотношений:

$$B_{x0} e^{i\psi_x} = F_0 (\sin \alpha \cos \beta + D_{13} \cos \alpha),$$

$$B_{y0} e^{i\psi_y} = F_0 D_{22} \sin \alpha \cos \beta,$$

$$B_{z0} e^{i\psi_z} = F_0 (D_{31} \sin \alpha \cos \beta + D_{33} \cos \alpha). \quad (24)$$

Таким образом, расчет величины и направления индуцированного звуковой волной магнитного поля сводится к вычислению коэффициентов  $D_{ij}$ . В квазистатическом приближении эти коэффициенты могут быть рассчитаны аналитически по формулам (20)–(22), а при расчете с учетом самоиндукции – численно, по формулам (23). Далее, задавшись определенными значениями углов  $\alpha$  и  $\beta$ , характеризующих широту места и угол между направлениями звуковой волны и горизонтальной составляющей геомагнитного поля, можно определить амплитуды и начальные фазы колебаний компонент индуцированного поля по формулам (24). Следовательно, пространственно-временная структура индуцированного поля определяется в нашей модели четырьмя параметрами – частотой звуковой волны  $\omega$ , вертикальной координатой точки наблюдения  $h$  (от которых зависят коэффициенты  $D_{ij}$ ) и углами  $\alpha$  и  $\beta$ . (Конечно, в модели есть и другие параметры – глубина океана  $H$ , а так же плотность и скорость звука в донных породах и в воде. Но эти параметры мы полагали постоянными во всех дальнейших расчетах.)

Как уже говорилось в конце предыдущего пункта, конец вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$  в любой точке описывает в пространстве эллипс, полуоси и эксцентриситет которого могут быть вычислены по формулам (13)–(14). Эти величины, в соответствии со сказанным выше, являются функциями четырех параметров –  $\omega$ ,  $h$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ .

Выберем единицы измерения  $B$ ,  $\omega$  и  $h$  следующим образом. За единицу магнитной индукции возьмем  $b_0 = \frac{2|A|F_0}{\pi} = \frac{\mu_0 \sigma P_0 F_0}{\pi \rho_0 c_0}$ . Численное значение  $b_0$  можно определить, задавшись конкретной

величиной  $P_0$ . Возьмем ее равной  $10^2$  Па, что по порядку величины соответствует наблюдаемым акустическим давлениям на расстояниях порядка нескольких сотен километров от места землетрясения, которое было источником звуковых волн [У Тон Иль и др., 2005]. Тогда, приняв  $\sigma = 4$  сим/м,  $c_0 = 1.5 \times 10^3$  м/с, получим  $b_0 \times 10^{-10} F_0$ . В качестве единицы циклической частоты  $\omega$  возьмем частоту  $\omega_s = \mu_0 \sigma c_0^2 \approx 11.3$  рад/с. Эта величина является характерной для магнитных полей, индуцированных гидроакустическими процессами в морской воде [Савченко и др., 1999]. Соответственно, волновые числа будем измерять в единицах  $k_s = \omega_s / c_0$ , а за единицу длины примем  $l_s = 1/k_s \approx 132.6$  м.

Глубину океана  $H$  примем  $7.5l_s \approx 1000$  м, а величины  $m = \rho_1 / \rho_0$  и  $n = c_0 / c_1$  соответственно равными 3 и 0.5. Кроме того, будем учитывать в расчетах только первую акустическую моду ( $l = 1$ ).

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ВЫВОДЫ

Поведение поля с глубиной существенно различно для случаев  $h < H$  (под поверхностью воды) и  $h > H$  (над поверхностью). Под поверхностью, зависимости от глубины величин, характеризующих поле – компонент, большой и малой полуоси и т. д. имеют сложный, немонотонный вид. Над поверхностью величины, характеризующие индукцию магнитного поля, монотонно падают с высотой по экспоненциальному закону. При расчете в квазистатическом приближении, как это видно из формул (20), величина поля уменьшается с высотой пропорционально  $\exp(-k_x(\omega)(h - H))$ . Если же рассчитывать поле с учетом самоиндукции, по формулам (23), оказывается, что и в этом случае величина поля уменьшается с высотой по экспоненциальному закону  $\exp(-K(\omega)(h - H))$ . Следовательно, над поверхностью воды, направления большой и малой полуосей и эксцентриситет (14) не зависят от высоты, как при расчете в квазистатическом приближении, так и при расчете с

учетом самоиндукции. На рис. 1 представлены графики функций  $k_x(\omega)$  (сплошная линия) и  $K(\omega)$  (пунктирная линия). Видно, что эти зависимости близки к линейным,  $K(\omega) > k_x(\omega)$  при всех  $\omega$ , а с ростом частоты, разница между ними уменьшается.

Таким образом, пространственно-временная структура поля над поверхностью воды полностью определяется структурой поля на самой поверхности. Кроме того, наш расчет показал, что при больших ( $\omega > 3$ ) частотах учет самоиндукции не приводит, как и следовало ожидать, к существенному изменению величины поля, рассчитанного в квазистатическом приближении. Что касается величины поля, то она, как видно из рис. 1, падает (над поверхностью воды) с ростом частоты практически по экспоненциальному закону. Значит, наибольшая величина поля должна наблюдаться при наименьших возможных для данного волновода частотах звуковых волн - вблизи границы существования первой волноводной моды. Одновременно, именно в этой области частот наиболее существенно влияние самоиндукции на величину индуцированного поля. Поэтому, мы подробно рассмотрели поле на поверхности при частоте звуковой волны 0.3 (граница первой волновой моды равна 0.24 при принятых нами параметрах волновода).

На рисунке 2 представлены зависимости максимальной величины (большой полуоси) амплитуды индуцированного поля, в зависимости от  $\beta$  - угла между направлениями звуковой волны и горизонтальной составляющей геомагнитного поля (при значении  $\alpha = \pi/3$ ). Из рисунка видно, что индуцированное поле, рассчитанное в квазистатическом приближении (сплошная линия) периодически по  $\beta$  с периодом  $\pi$ , в то время, как поле, рассчитанное с учетом самоиндукции (пунктирная линия) периодически с периодом  $2\pi$ . Как и следовало ожидать, величина поля, рассчитанная в квазистатическом приближении в целом больше, чем при учете самоиндукции. Однако, есть области значений  $\beta$  - вблизи  $\pi/2$  и  $3\pi/2$ , - где поле, рассчитанное с учетом самоиндукции, оказывается больше поля, вычисленного в квазистатическом приближении.

Что касается направления большой полуоси в пространстве, - то есть такого направления, проекция на которое индуцированного поля имеет максимальную амплитуду, то тут наш расчет приводит к следующим результатам. Угол между осью  $z$  и большой полуосью обозначим  $\alpha_m$ , а угол между осью  $x$  (направлением звуковой волны) и проекцией большой полуоси на горизонтальную плоскость -  $\beta_m$ . Величины, относящиеся к расчету поля в квазистатическом приближении, будем записывать с дополнительным индексом "р". На рисунке 3 приведены графики  $\Phi_m(\beta)$  (пунктирная линия) и  $\beta_m^p(\beta)$  (сплошная линия). Из рисунка

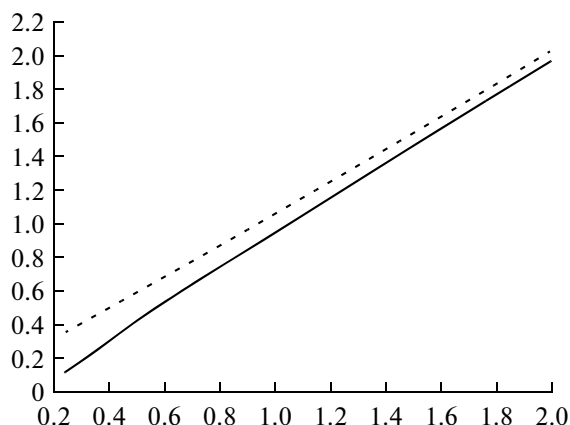


Рис. 1. Графики зависимости от частоты  $\omega$  (в единицах  $\omega_s = \mu_0 \sigma c_0^2 \approx 11.3$  рад/с) величин  $K(\omega)$  (пунктирная линия) и  $k_x(\omega)$  (сплошная линия) (в единицах  $k_s = \omega_s/c_0$ ).

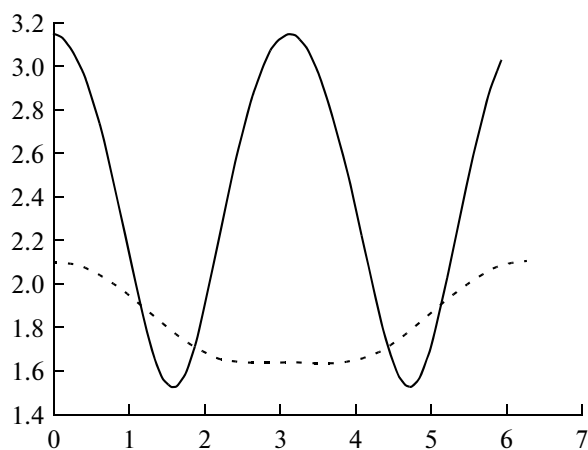


Рис. 2. Зависимости от угла  $\beta$  (в радианах) максимальных амплитуд индуцированного поля в квазистатическом приближении  $B_{1p}$  (сплошная линия) и с учетом самоиндукции  $B_1$  (пунктирная линия) (в единицах  $b_0 = \frac{\mu_0 \sigma P_0 F_0}{\pi \rho_0 c_0}$ ).

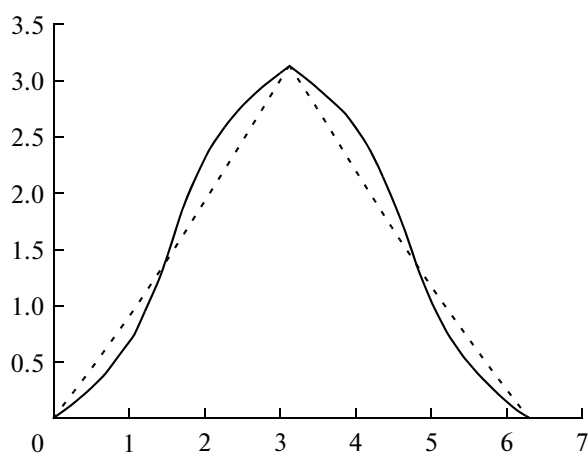


Рис. 3. Зависимости от угла  $\beta$  (в радианах) углов (в радианах)  $\beta_m$  (пунктирная линия) и  $\beta_m^p$  (сплошная линия).

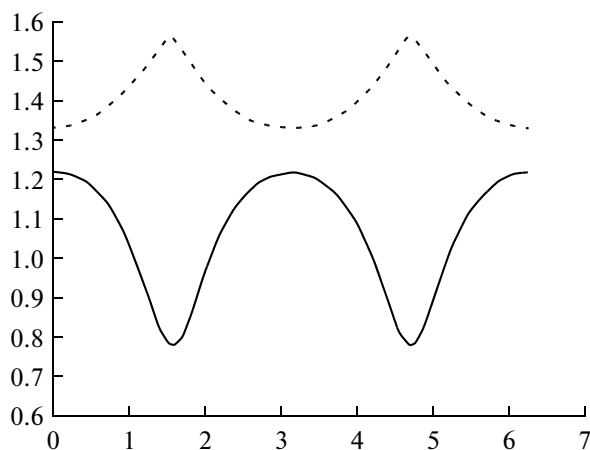


Рис. 4. Зависимости от угла  $\beta$  (в радианах) углов (в радианах)  $\alpha_m$  (пунктирная линия) и  $\alpha_m^p$  (сплошная линия).

ка видно, при учете самоиндукции  $\beta_m$  практически совпадает с  $\beta$  — такое совпадение имеет место и для других малых (0.24–0.5) частот. Это означает, что большая полуось лежит в вертикальной плоскости, проходящей через вектор геомагнитного поля. В то время, как для квазистатического приближения зависимость  $\beta_m^p$  от  $\beta$  имеет более сложный вид, хотя для малых частот  $\beta_m^p$  остается вблизи  $\beta$ . Зависимость углов  $\alpha_m$  и  $\alpha_m^p$  от  $\beta$  показана на рис. 4.

Кроме того, влияние самоиндукции проявляется в изменении формы эллипса, характеризующего колебания индуцированного поля. На рис. 5 показан эксцентриситет эллипса при учете самоиндукции (пунктирная линия) и без — сплошная линия. Видно, что для поля, рассчитанного с учетом самоиндукции, колебания происходят практически вдоль большой полуоси — эксцентриситет близок к единице. А для поля, рассчитанного в квазистатическом приближении, эксцентриситет колеблется от 0.7.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, структура магнитного поля, индуцированного инфразвуковой волной в океаническом волноводе, определяется главным образом частотой звуковой волны и направлением ее распространения относительно магнитного меридиана. Эта структура имеет следующие характерные особенности. Над поверхностью океана поле убывает с высотой по экспоненциальному закону, не меняясь по направлению. Ниже поверхности, поле сложным образом зависит от глубины.

Чем ниже частота звуковой волны, тем больше (при одинаковой амплитуде акустического давле-

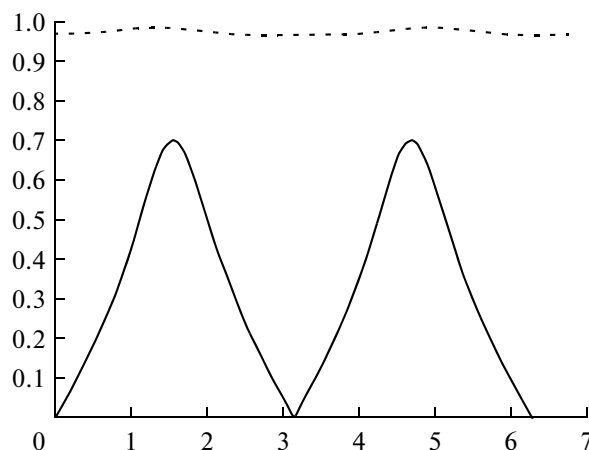


Рис. 5. Зависимости от угла  $\beta$  (в радианах) эксцентриситетов  $\epsilon$  (пунктирная линия) и  $\epsilon^p$  (сплошная линия).

ния) величина индуцированного поля. При этом, влияние эффекта самоиндукции на величину индуцированного поля наиболее существенно при малых акустических частотах. При частотах более 5 Гц, влияние самоиндукции пренебрежимо мало. При частотах меньших этого значения, влияние самоиндукции становится существенным. В целом, учет самоиндукции приводит к уменьшению величины поля, по сравнению с рассчитанной в квазистатическом приближении. Однако, в некоторых ситуациях, поле в квазистатическом приближении оказывается меньше, чем при учете эффекта самоиндукции.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Конторович В.М.* О магнитогидродинамическом эффекте в океане // Докл. АН СССР. Сер. геофиз. 137. № 3. С. 576–579. 1961.
- *Конторович В.М.* Магнитная гидродинамика океана. / В кн.: Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы. Рига: Изд-во АН Латв. ССР, С. 171–177. 1962.
- *Мурти Т.С.* Сейсмические морские волны цунами / Л.: Гидрометеоздат, 448 с. 1981.
- *Савченко В.Н., Смагин В.П., Фонарев Г.А.* Вопросы морской электродинамики / Владивосток, ВГУЭС.; 208 с., 1999.
- *Сёмкин СВ., Смагин В.П., Савченко В.Н.* Магнитное поле инфразвуковой волны в океаническом волноводе // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 48. № 3. С. 332–335. 2008.
- *Исакович М.А.* Общая акустика / М.: Наука. 496 с. 1973.
- *Тон Иль У, Табояков А.А., Храмушин В.Н.* Методические разработки прогноза сильных землетрясений гидроакустическими методами (использование сейсмогидроакустической локация местоположения очагов землетрясений // Морские исследования и технологии изучения природы Мирового океана. Вып. 1 : сб. ст. / ред. выпуска В.Н. Храмушин. — Владивосток: ДВО РАН. 192 с. 2005.