

УДК 52-854

МАГНИТОСФЕРНАЯ СУББУРЯ: СРЫВ МАГНИТОПЛАЗМЕННОГО РАВНОВЕСИЯ КАК НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ БИФУРКАЦИЯ

© 2012 г. А. П. Кропоткин

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына,
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва

e-mail: apkrop@dec1.sinp.msu.ru

Поступила в редакцию 08.02.2011 г.

После доработки 30.05.2011 г.

Быстрое начало суббури — суббуревой “взрыв” принято ассоциировать с моментом потери устойчивости магнитоплазменного равновесия в геомагнитном хвосте. Изучаются теоретически и проверяются экспериментально (в настоящее время — в проекте THEMIS) возможности запуска такого процесса либо из приземной части плазменного слоя, либо из более удаленной, сильно вытянутой в хвост его части. В первом случае возникающее возмущение должно иметь вид баллонной моды, во втором это — тиринг-возмущение. Однако в обоих случаях такая потеря устойчивости — быстрый срыв равновесия, сменяющий медленную, квазистатическую эволюцию конфигурации, — может происходить только как нелинейный процесс. С учетом конкретных свойств конфигурации и возможных в ней возмущений, мы указываем, почему таким процессом не может быть предложенная ранее “суббуревая детонация”. Показано, что подходящей математической моделью является нелинейная динамическая бифуркация, происходящая на малом временном масштабе, с задержкой относительно момента прохождения маргинально устойчивого состояния.

ВВЕДЕНИЕ

К динамике развития магнитосферной суббури приковано внимание исследователей уже на протяжении десятилетий. Магнитосферно-ионосферная плазменная система чрезвычайно сложна, и эти усилия все еще не привели к созданию достоверной физической картины. Один из центральных вопросов, остающийся дискуссионным: в какой временной последовательности происходят явления в ближней и в удаленной частях геомагнитного хвоста при суббуревом “взрыве”, из какой части хвоста процесс запускается? Считается, что этим двум возможностям соответствуют два различных физических механизма первоначального, запускающего суббурю процесса — срыва равновесия в хвосте. В первом случае этот механизм основан на возмущениях типа баллонной моды, а во втором — типа тиринг-моды. Современные экспериментальные исследования, направленные на выяснение этого вопроса, сосредоточены вокруг проекта THEMIS.

Наряду с этой нерешенной проблемой, важнейший вопрос состоит в том, какова же природа самого срыва равновесия как “быстрого” процесса в нелинейной динамической системе магнитосфера — ионосфера. Такие быстрые процессы чередуются с процессами медленной, квазистатической эволюции, т.е. в системе чередуются периоды медленного накопления (магнитной) энергии в хвосте и периоды быстрого диссипативного сброса этой энергии (loading — unloading). Вообще такая ситуация типична для многих нелинейных диссипативных динамических систем.

Медленная вариация равновесия в геомагнитном хвосте на фазе зарождения суббури сама по себе не способна привести систему в сильно неустойчивое состояние, которое могло бы проявляться в резком суббуревом начале — брейкапе. Ключевой для решения проблемы является нелинейная динамика системы. Когда в ходе квазистатической эволюции системы на фазе зарождения она приблизилась к состоянию маргинальной устойчивости (т.е. состоянию с *бесконечно малым* инкрементом линейной неустойчивости, что отвечает — в линейном приближении — бесконечно медленной, а не быстрой эволюции), она попадает в зону так называемой *катастрофы* равновесных состояний. Конкретный тип маргинальной моды — баллонная или тиринг-мода, и конкретный характер последующего быстрого нелинейного процесса — динамической траектории в зоне этой катастрофы, т.е. ход временной эволюции параметров системы, а также соответствующие короткие характерные времена, могут быть различными.

Медленная, квазистатическая вариация равновесия на фазе зарождения суббури приводит к формированию тонкого ТС и малой по протяженности переходной области между квазидипольными и вытянутыми в хвост силовыми линиями [Kropotkin and Lui, 1995]. Именно в этой переходной области может развиваться баллонное возмущение. Такая конфигурационная неустойчивость на внутреннем краю плазменного слоя генерирует волну разрежения [Kropotkin, 1972], распространяющуюся в центральную область хвоста. Там магнитное возмущение оказывается доста-

точным, чтобы возникла нейтральная линия и затем — пересоединение [Lui, 1996].

Применительно к баллонному возмущению на околоземном краю плазменного слоя в геомагнитном хвосте была разработана модель так называемой “суббуревой детонации” [Hurricane et al., 1997; Fong et al., 1999; Hurricane et al., 1999; Wilson and Cowley, 2004]. Рассматриваются возмущения, поперечный масштаб которых намного меньше, чем продольный. Тогда продольная структура возмущения вдоль силовой линии находится как удовлетворяющая резонансному альвеновскому условию. Находятся собственные значения частоты — инкременты и определяется возможность неустойчивости в линейном приближении. Уравнение баллонной моды можно решать для отдельных силовых линий, одна за другой. Но отдельная силовая линия не может перемещаться, не увлекая соседних силовых линий. И уравнением “детонации” определяется, как именно выглядит эта нелинейная связь между силовыми линиями, т.е. определяется структура возмущения поперек силовых линий, а также и эволюция системы во времени.

В последующем теория и моделирование для баллонной моды получили дальнейшее развитие. Была построена МГД линейная теория и проведено моделирование для реалистичной модели исходного равновесия с областью $\beta \sim 1$ [Cheng and Zaharia, 2004]. Исследованы низкочастотные кинетические моды при $\beta \sim 1$ и их взаимосвязь [Norton et al., 2001, Crabtree et al., 2003]. Наконец, проведено нелинейное МГД моделирование и выявлены последовательные фазы развития возмущений [Zhu et al., 2007; Zhu et al., 2008].

Нелинейное уравнение “суббуревой детонации” предсказывает сингулярность — бесконечный рост амплитуды возмущения за конечное время, т.е. срыв равновесия выглядит как взрывная неустойчивость. Однако, в противоречии с идеей “суббуревой детонации”, в прямом МГД моделировании сингулярность на конечном времени не обнаружена. Найдено, что возмущение остается конечным в течение всей линейной и нелинейной фазы, даже с некоторым уменьшением скорости роста по сравнению с линейной фазой.

В данной работе мы предлагаем объяснение этой неудачи с идеей “суббуревой детонации”. Проведя в разд. 2 анализ существующих отличий реальной системы от модели, ведущей к “суббуревой детонации”, мы показываем, что и для срыва равновесия в баллонной моде адекватным в реалистичской конфигурации оказывается представление о *динамической бифуркации*, предложенное нами впервые в работах [Кропоткин и др., 2002а, 2002б] применительно к тиринг-возмущению. Такая динамическая бифуркация рассмотрена в разд. 3 и 4. В заключительном разд. 5 проведено обсуждение полученных

результатов, с обращением к понятиям о “вынужденном” и “спонтанном” пересоединении.

2. ПОЧЕМУ ОТ ИДЕИ СУББУРЕВОЙ ДЕТОНАЦИИ НУЖНО ОТКАЗАТЬСЯ В ПОЛЬЗУ ДИНАМИЧЕСКОЙ БИФУРКАЦИИ?

2.1. Проблема малого масштаба по u : фазовое перемешивание при перестройках конфигурации

Согласно теории суббуревой детонации, пространственная структура возмущения в направлении поперек силовых линий эволюционирует к очень узкому пальцеобразному виду. Неустойчивость начинается в некоторой локальной области. При малой амплитуде оказываются существенными два разных нелинейных эффекта. Одна из этих нелинейностей (взрывная нелинейность) приводит к взрывному нарастанию моды и формированию на ней узких пальцеобразных структур поперек поля. А другая нелинейность (квазилинейный эффект) приводит к выполаживанию профиля и распространению возмущения в область линейной устойчивости. Но область линейной устойчивости на самом деле оказывается метастабильной, благодаря взрывной неустойчивости. По мере того, как “пальцы” расширяются, они приводят к дестабилизации метастабильной области, т.е. в плазме происходит “детонация”.

Как видно, квазилинейный эффект сильно зависит от степени когерентности возмущения на соседних силовых линиях: профиль выполаживается только при условии этой когерентности. Но такая ситуация может легко нарушаться. При малом масштабе поперечной неоднородности возмущения легко нарушается фазировка возмущений на соседних участках, разделенных расстоянием $\approx k_y^{-1} = O(n^{-1})$, где n — азимутальное волновое число. Дело в том, что имеется дополнительный фактор: необходимо учитывать, что неустойчивость возникает на фоне продолжающейся эволюции всей конфигурации, которая характеризуется скоростями поперечного смещения $v_{\text{conv}} \ll V_A$.

Что требуется, чтобы условие продольного альвеновского резонанса вдоль магнитной силовой трубки сохранялось несмотря на ее деформацию с изменением длины, происходящую при крупномасштабной эволюции конфигурации? Для этого деформация должна быть очень медленной: характерное время смещения трубки, происходящее со скоростью v_{conv} в поперечном направлении на величину порядка ее поперечного масштаба — поперечной длины волны $2\pi/k_y$, должно быть велико по сравнению с характерным временем $\tau_A = L/V_A$, где L — продольный пространственный масштаб силовой линии:

$$\frac{2\pi}{k_y V_{\text{conv}}} \gg \frac{L}{V_A}$$

Если же выполняется противоположное неравенство,

$$\frac{V_{\text{conv}}}{2\pi V_A} k_y L \gg 1, \quad (2.1)$$

то резонансное условие на данной силовой линии оказывается нарушенным. А значит, нарушается и фазировка возмущений на соседних силовых линиях. Таким образом, относительно быстрая крупномасштабная перестройка, удовлетворяющая условию (2.1), способна нарушать механизм нарастания мелкомасштабных возмущений с $k_y L \gg 1$.

Мы видим, что нелинейная неустойчивость мелкомасштабных возмущений оказывается подавленной в нестационарной системе геомагнитного хвоста, при ее эволюции, происходящей в фазе зарождения суббури.

2.2. Тонкая переходная область: поверхностная волна. Дискретный спектр возмущений на промежуточных масштабах вместо континуума по x

Мелкомасштабные возмущения, о которых речь шла выше и для которых разрабатывалась теория линейной и нелинейной неустойчивости в цитированных выше работах, имеют непрерывный спектр; можно говорить, что они образуют континуум колебаний отдельных силовых линий.

Ситуация выглядит совершенно иной, если обратиться к мезомасштабным возмущениям, с поперечным масштабом порядка нескольких R_E . В конце фазы зарождения между квазидипольной и вытянутой в хвост областями равновесной конфигурации на ночной стороне имеется относительно *резкая граница*, толщина которой $\delta \sim 1R_E$. Тогда в этой области (где и следует ожидать возникновения нелинейной неустойчивости на баллонных модах, из-за развивающегося здесь высокого радиального градиента давления), для мезомасштабных возмущений *вместо континуума* колебаний силовых линий имеем *дискретный набор* собственных колебаний. В радиальном направлении это непроникающие (evanescent) волны, их амплитуда убывает $\sim \exp(-kr)$ с удалением от границы, т. е. они все имеют *вид поверхностной волны* в этом направлении. А в азимутальном направлении имеется дискретный набор мод с разными масштабами $\sim 2\pi/k_y$ (большими, порядка неск. R_E). При этом для поверхностных мод имеем соответственно $k \sim k_y$. Применительно именно к такой ситуации может быть модифицирована теория динамической бифуркации. Основы этого подхода, но в применении к тиринг-возмущениям токового слоя, были впервые изложены в

работах [Кропоткин, и др., 2002а, б]. Подход может быть использован и здесь, поскольку в описанной выше постановке с математической точки зрения мы имеем ту же ситуацию. Этому общему подходу и получаемым в нем результатам относительно срыва равновесия посвящен следующий разд. 3.

3. МОДЕЛЬ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ БИФУРКАЦИИ ДЛЯ СРЫВА РАВНОВЕСИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ С ДИСКРЕТНЫМ СПЕКТРОМ ВОЗМУЩЕНИЙ

Мы приведем здесь краткую сводку результатов, относящихся к этой модели. Более полное изложение теории дано в работе [Kropotkin and Trubachev, 2010].

3.1. Линейный анализ вблизи точки маргинальной устойчивости

Рассмотрим распределенную систему, динамика которой зависит от параметра Λ . Эта динамика может быть представлена некоторым оператором \hat{D} , действующим в пространстве (\mathbf{r}, t) на векторное поле $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ и дополнительно зависящим от времени через его зависимость от $\Lambda(t)$:

$$\hat{D}(\mathbf{A}(r, t), \mathbf{r}, t; \Lambda(t)) = 0; \quad (3.1)$$

при этом задача должна быть дополнена соответствующими граничными условиями.

При каждом *фиксированном* значении Λ имеются некоторые равновесные состояния системы, вообще говоря, как устойчивые, так и неустойчивые. В общем случае линеаризованная версия системы, описывающая малое глобальное отклонение $\mathbf{a}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{a}(\mathbf{r})e^{-pt}$ от равновесного состояния $\mathbf{A}_0(\mathbf{r})$ (т.е. решение линеаризованной задачи (3.1) при некотором фиксированном значении Λ), приводит к характеристическому уравнению $P(p; \Lambda) = 0$, где P – некоторый полином от p . Степень полинома определяется числом степеней свободы; это число может быть большим и даже бесконечным. Корни $p_m(\Lambda)$ характеристического уравнения образуют спектр собственных значений системы; совместно с заданными граничными условиями они определяют и пространственную структуру соответствующих (ортонормированных) собственных функций $f_m(\mathbf{r}; \Lambda)$. Общее решение может быть записано как линейная комбинация $\mathbf{a}(\mathbf{r}, t; \Lambda) = \sum \mathbf{a}_m(0; \Lambda) f_m(\mathbf{r}; \Lambda) e^{-p_m(\Lambda)t}$, где значения $\mathbf{a}_m(0)$ определяются начальными условиями.

3.2. Динамическая эволюция маргинальной моды

В реальной ситуации, с медленно меняющимся параметром Λ , для возможных флуктуаций со структурой, отличной от структуры маргинальной моды, медленное изменение Λ оказывается несущественным: флуктуация полностью исчезает раньше, чем Λ успеет существенно измениться.

Совершенно иное поведение имеет флуктуация со структурой, близкой к структуре маргинальной моды, для которой $p_m(\Lambda) = 0$. Такая структура может быть определена путем решения соответствующей вариационной задачи для заданного оператора $\hat{D}(A(r, t), r, t; \Lambda)$, см., например, [Schindler et al., 1973]. Пусть маргинальная мода появляется при $\Lambda = \Lambda_*$; $\mathbf{f}_{\mu,*}(\mathbf{r})$ — ортонормированные собственные функции, отвечающие $\Lambda = \Lambda_*$. Для каждого t возмущение $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ представим разложением именно по этому базису. Коэффициенты разложения — амплитуды линейной задачи

$$\xi = (\xi_1, \dots, \xi_\mu, \dots),$$

ξ_1 — амплитуда маргинальной моды. Введем обозначение $\xi_1 \equiv a$. Для маргинальной “медленной” моды получим следующее нелинейное динамическое уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \\ &= -\gamma_1(\Lambda(t))a + B_{11}^{(1)}a^2 + C_{111}^{(1)}a^3 + \sum_{\mu} B_{1\mu}^{(1)}a\xi_{\mu} = \\ &= -\gamma_1(\Lambda(t))a + \left(B_{11}^{(1)} + \sum_{\mu} \frac{\beta_{\mu 1} B_{1\mu}^{(1)}}{\gamma_{\mu}} \right) a^2 + \\ &+ \left(C_{111}^{(1)} + \sum_{\mu} \frac{B_{11}^{(\mu)} B_{1\mu}^{(1)}}{\gamma_{\mu}} \right) a^3. \end{aligned}$$

Коэффициент линейного члена может быть представлен в виде

$$-\gamma_1(\Lambda(t)) = \Gamma(t - t_1).$$

Тогда нелинейное уравнение, описывающее динамику маргинальной моды, в краткой записи выглядит так:

$$\frac{da}{dt} = \Gamma(t - t_1)a + \kappa a^2 + \mu a^3. \quad (2.2)$$

3.3. Катастрофа равновесия

Рассмотрим в окрестности маргинальной точки $\Lambda = \Lambda_*$ множество стационарных решений: $da/dt = 0$. Каково полное множество таких равновесий при $\Lambda - \Lambda_* \rightarrow 0$? Полагая в (3.2) левую часть равной нулю, видим, что при каждом фиксированном Λ в окрестности маргинальной точки существует по крайней мере, одно, а именно,

тривиальное, $a = 0$, равновесие. Однако при изменении Λ в этой окрестности может происходить изменение полного числа возможных состояний равновесия. Таким образом, имеем простейший, одномерный случай особенности на множестве гладких отображений, порождающем структурно устойчивое множество равновесий, т. е. катастрофу равновесий [Арнольд, 1984, Постон и Стюарт, 1978]. Дополнительные состояния равновесия, существующие наряду с тривиальным состоянием $a = 0$ и отличные от него, имеют пространственную структуру подобную структуре маргинальной моды, пока соответствующие им значения $a \neq 0$ остаются достаточно малыми. Необходимо проанализировать множество таких равновесий, возникающих в ситуации общего положения, но при Λ близком к Λ_* .

Конкретный тип катастрофы может быть определен по конкретному виду бифуркации в точке $\Lambda = \Lambda_*$. Трансформация состояния равновесия $a = 0$ из устойчивого в неустойчивое происходит при бифуркации типа обмена устойчивостью. Такая бифуркация невозможна в случае катастрофы типа складки; так что мы имеем здесь единственную альтернативу, а именно, катастрофу типа сборки. Это дает нам ценную и вполне общую информацию относительно всех состояний равновесия, существующих в окрестности маргинальной точки. Общее утверждение состоит в том, что множество равновесий дается кубичной формой, такой как $\gamma_1 a + \kappa a^2 + \mu a^3 = 0$. Отсылая за подробностями к статье [Kropotkin and Trubachev, 2010], приведем здесь конечные результаты анализа. Они иллюстрируются на рис. 1. Множество равновесий $da/dt = 0$ на плоскости (γ_1, a) представляет собой совокупность прямой линии $a = 0$ и параболы $\gamma_1 + \kappa a + \mu a^2 = 0$. По мере возрастания γ_1 , начиная с отрицательных значений, сначала, в точке (1), появляется пара новых параболических ветвей — одна устойчивая, а другая неустойчивая, — в добавление к существующему равновесному состоянию $a = 0$, так что оно становится метастабильным. Далее, в точке (2), при $\gamma_1 = 0$, состояние $a = 0$ становится неустойчивым, но зато появляется еще одна устойчивая ветвь. Здесь и происходит бифуркация обмена устойчивостью, в которой, как уже сказано, обеспечивается превращение равновесия $a = 0$ из устойчивого в неустойчивое.

Таким образом, результат построенной нами приближенной теории, выражающийся в уравнении (3.2) для динамической нелинейной эволюции, имеет более общее и строгое математическое обоснование в следующем смысле. Если эта эволюция представляет собой совокупность квазистатических изменений, перемежающихся с

быстрыми “перескоками” системы с одной равновесной ветви на другую, то эти квазистатические изменения и эти ветви вблизи маргинальной точки даются в ситуации общего положения простой катастрофой типа сборки, показанной на рис. 1.

4. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ БИФУРКАЦИЯ В ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЕ

Но имеет ли действительно нелинейная динамика характер совокупности квазистатических изменений, перемежающихся с быстрыми “перескоками”? Для одномерной задачи, к которой мы свели нашу проблему, положительный ответ на этот вопрос дает математическая теория динамических бифуркаций, построенная в последние десятилетия [Нейштадт, 1987, 1988; Нейштадт, 2007; Berglund and Kunz, 1999; Berglund, 1999]. Для нашего конкретного случая нетрудно проанализировать решения уравнения (3.2).

Для малых a , т. е. вблизи бифуркации при $t - t_0 \rightarrow 0$, оказывается достаточным рассмотреть решение упрощенного, укороченного уравнения, с отброшенным членом третьего порядка. Его решение может быть записано в виде

$$A = -\frac{e^{\tau^2/2}}{\tau} \int_{\Theta} e^{\eta^2/2} d\eta$$

где введены обозначения: $\tau = \sqrt{\Gamma}(t - t_1)$ и $A = (\kappa/\sqrt{\Gamma})a$. Для $|\Theta| \gg 1$

$$A \approx \frac{1}{-\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Theta} e^{-(\tau^2 - \Theta^2)/2}} \quad (4.1)$$

Легко также найти асимптотические формулы для $|\tau^2 - \Theta^2| \leq 1$, для $\tau^2 - \Theta^2 \gg 1$ и $\tau^2 - \Theta^2 \ll -1$ и затем построить интегральные кривые. На рисунке 2 представлены интегральные кривые сразу для полного, неукороченного уравнения; они стремятся к равновесным асимптотам, показанным штрихом. На рисунке 2(a) приведены решения для разных начальных значений $A(0)$ при фиксированном коэффициенте R в кубичном по A члене, а на рисунке 2(б) показана зависимость вида решения от величины этого коэффициента – при фиксированном начальном условии.

Для нас интересны “быстрые” части решения, с характерными временами намного меньшими, чем временной масштаб квазистатической эволюции τ_1 . Нормировочный временной масштаб есть $\Gamma^{-1/2} = |(d\gamma_1/dt)|_*^{-1/2} \sim \gamma_m^{-1/2} \tau_1^{1/2}$; здесь $\gamma_m \sim |(d\gamma_1/dt)|_* \tau_1$ – типичное значение линейного инкремента нарастания.

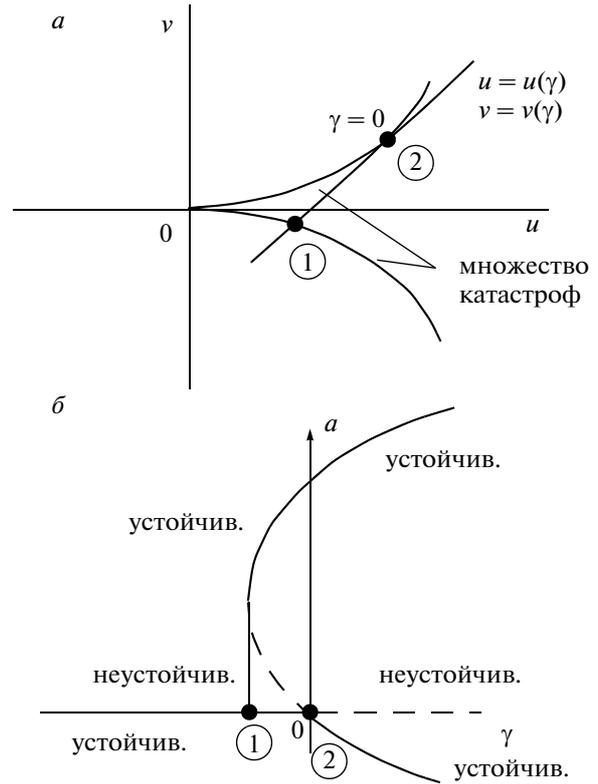


Рис. 1. Равновесия вблизи точки маргинальной устойчивости.

Решение нашего нелинейного уравнения не может характеризоваться единственным временным масштабом, как это имеет место в случае линейной теории. Однако, и здесь оказывается возможным и полезным выделить некоторые характеристики с размерностью времени. Одна из таких характеристик – время задержки, “затягивания” скачка,

$$T = |\Theta| \Gamma^{-1/2}.$$

Как видим, однако, эта характеристика зависит от величины начального возмущения. При малых $A(0) = A_0$ имеем $A_0 = \Theta e^{-\Theta^2/2}$, так что T определяется из формулы

$$\frac{\kappa}{\sqrt{\Gamma}} A(0) = T \sqrt{\Gamma} \exp(-\Gamma T^2/2).$$

Как видно из выражения (4.1), быстрое, взрывоподобное изменение A происходит при $\tau \approx |\Theta|$, если $|\Theta| \gg 1$. Длительность этого скачка – вторая временная характеристика, и она оценивается как

$$\Delta t \sim |\Theta|^{-1} \Gamma^{-1/2}.$$

При больших временах задержки скачка, т.е. для меньших начальных возмущений, мы получаем меньшие длительности самого скачка. При $\tau \rightarrow \Theta$

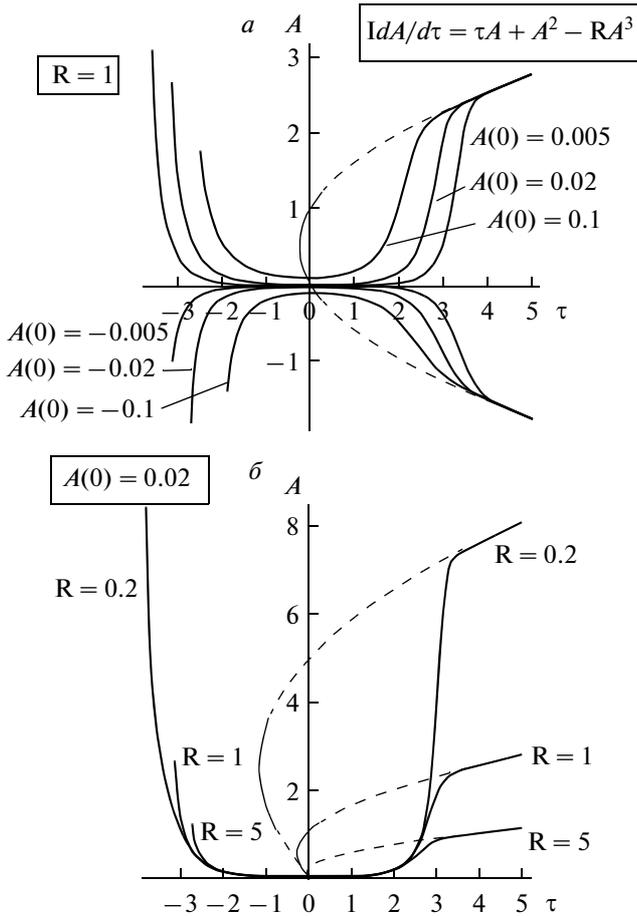


Рис. 2. Интегральные кривые.

решение имеет характер взрывной неустойчивости: $A \approx 1/(\Theta - \tau) \rightarrow \infty$ при $\tau \rightarrow \Theta$. Ясно, что если учесть член третьего порядка, то вместо особенности мы получаем быстрый переход на временном масштабе Δt .

Заметим здесь еще, что конкретный механизм нелинейности оказывается малосущественным: характерные временные масштабы T и Δt зависят от коэффициента в нелинейном члене лишь примерно логарифмически.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В этой работе мы обосновали подход к проблеме суббурового срыва равновесия в магнитосферно-ионосферной плазменной системе, основанный на представлении о динамической бифуркации. Это представление оказывается пригодным в силу соотношений пространственных масштабов возмущений, позволяющих трактовать их как имеющие дискретный спектр, как показано в разделе 2. Анализ задачи с дискретным спектром приводит, для возмущений вблизи точки маргинальной устойчивости, к эффективной одномер-

ной системе, для которой и существует развитая теория динамической бифуркации. В динамическом поведении системы имеются быстрые фазы, чередующиеся с фазами медленной, квазистатической эволюции. Мы выяснили, что такое поведение возникает как результат действия двух следующих факторов: (1) квазистатическая эволюция может подводить систему вплотную к состоянию, маргинально устойчивому относительно возбуждения некоторой крупномасштабной (глобальной) собственной моды; (2) на этой стадии эволюции с необходимостью вступает в игру нелинейность, внутренне присущая такому типу возмущения.

При этом можно видеть хорошо известные общие особенности, присущие поведению нелинейных диссипативных динамических систем [Nicolis and Prigogine, 1977; Хакен, 1980]. Быстрая нелинейная эволюция системы во времени определяется уравнением динамики “управляющего параметра” (3.2); им является амплитуда единственной специфической (маргинальной) пространственной моды. Можно сказать, что система демонстрирует малоразмерностное поведение. С другой стороны, в динамическом уравнении для этой маргинальной моды существенны нелинейные члены, т.е. учитывается конечность ее амплитуды. Но при этом приходится учитывать и нелинейные члены, содержащие сомножителем эти конечные амплитуды маргинальной моды, в динамических уравнениях для других, сильно затухающих мод. Этим выражается известное “подчинение” затухающих мод.

Мы проанализировали здесь и основные особенности самой фазы быстрой эволюции: связь между длительностью скачка и временем задержки — “затягивания” скачка; (приблизительно логарифмическую) зависимость от уровня начального возмущения.

Наш анализ позволяет по-новому взглянуть на давно обсуждаемую проблему “вынужденного” и “спонтанного” магнитного пересоединения. Мы находим, что это две стороны одного и того же явления.

“Спонтанное” пересоединение как тиринг-неустойчивость токового слоя (ТС) возможно только в ситуации “мгновенного приготовления” неустойчивого равновесия. Реалистическая картина медленной, квазистатической эволюции, предшествующей “взрывной” фазе, противоположна этой гипотетической ситуации. Происходит квазистатическое утоньшение ТС, и это может трактоваться как “вынужденная” перестройка системы. Но при достижении критической малой толщины ТС происходит *нелинейная динамическая бифуркация* — быстрый процесс, переводящий систему в новое состояние, с новыми нейтральными линиями и одним или несколькими магнитными островами. И все же для описания этого *нелинейного*

процесса оказывается в определенной степени пригодной теория *линейной* тиринг-неустойчивости, т.е. “спонтанного” *пересоединения*, — как отдельный “кирпичик” такого описания. Это выражается, во-первых, в том, что пространственная структура возмущения отвечает *маргинальной моде* такой неустойчивости. Во-вторых, линейный по амплитуде возмущения член в уравнении, описывающем динамическую бифуркацию, имеет тот же вид, что и соответствующее слагаемое в уравнении линейной неустойчивости для маргинальной моды. При этом, однако, величина коэффициента в линейном члене, т.е. величина инкремента неустойчивости, теперь не постоянна, а является медленной функцией времени, проходящей через ноль, от отрицательных значений к положительным.

Дальнейшая эволюция вновь образовавшейся квазиравновесной конфигурации, с новой нейтральной линией, происходит уже на относительно большом временном масштабе и может описываться как *вынужденное стационарное магнитное пересоединение*: темп пересоединения определяется не процессами в окрестности нулевой линии, а внешними условиями — процессами крупномасштабной перестройки хвостовой конфигурации [Kuznetsova and Hesse, 2001].

Работа поддержана грантом РФФИ № 09-05-00410.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Арнольд В.И. Теория катастроф, ВИНТИ, М., 1984.
- Кротокин А.П., Трубачев О.О., Шиндлер К. Нелинейные механизмы суббурового взрыва в геомагнитном хвосте. // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 42. № 3. С. 291–300. 2002а.
- Кротокин А.П., Трубачев О.О., Шиндлер К. Суббуровое начало: быстрая перестройка геомагнитного хвоста, обусловленная взрывным нарастанием уровня турбулентности // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 42. № 3. С. 301–310. 2002б.
- Нейштадт А.И. О затягивании потери устойчивости при динамических бифуркациях. I. // Дифференциальные уравнения. Т. 21. С. 2060–2067. 1987.
- Нейштадт А.И. О затягивании потери устойчивости при динамических бифуркациях. I. // Дифференциальные уравнения. Т. 22. С. 226–233. 1988.
- Нейштадт А.И. Затягивание потери устойчивости при динамических бифуркациях. // Нелинейные волны—2006. — Нижний Новгород: ИПФ РАН, С. 461–476. 2007.
- Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения, М.: Мир, 1978.
- Хакен Г. Синергетика, М.: Мир, 1980.
- Berglund N, Kunz H. Memory effects and scaling laws in slowly driven systems. // J. Physics A. V. 32. P. 15–39. 1999.
- Berglund N. Dynamic bifurcations: hysteresis, scaling laws and feedback control. // Prog. Theor. Phys. Suppl. V. 139. P. 325–336. 2000.
- Cheng C.Z., Zaharia S. MHD ballooning instability in the plasma sheet. // Geophys. Res. Lett. V. 31. L06809. doi: 10.1029/2003GL018823. 2004.
- Crabtree C., Horton W., Wong H.V., Van Dam J.W. Bounce-averaged stability of compressional modes in geotail flux tubes. // J. Geophys. Res. V. 108(A2). P. 1084. doi:10.1029/2002JA009555. 2003.
- Fong B.H., Cowley S.C., Hurricane O.A. Metastability in magnetically confined plasmas. // Phys. Rev. Letters. V. 82 (23). P. 4651–4654. 1999.
- Horton W., Wong H. V., Van Dam J. W., Crabtree C. Stability properties of high-pressure geotail flux tubes. // J. Geophys. Res. V. 106(A9). P. 18803–18822. doi: 10.1029/2000JA000415. 2001.
- Hurricane O.A., Fong B.H., Cowley S.C. Nonlinear magnetohydrodynamic detonation: Part I. // Phys. Plasmas. V. 4 (10). P. 3565–3580. 1997.
- Hurricane O.A., Fong B.H., Cowley S.C., Coroniti F.V., Kennel C.F., Pellat R. Substorm detonation. // J. Geophys. Res. V. 104(A5). P. 10221–10231. 1999.
- Kropotkin A.P. On the physical mechanism of the magnetospheric substorm development. // Planetary and Space Science. V. 20. P. 1245–1258. 1972.
- Kropotkin A.P., Lui A.T.Y. Quasi-static evolution of the magnetosphere: the substorm growth phase. // J. Geophys. Res. V. 100(A9). P. 17231–17240. 1995.
- Kropotkin A.P., Trubachev O.O. Dynamics of explosive-like reconfiguration in a driven nonlinear system. // Направлено в Physica D: Nonlinear Phenomena, ноябрь 2010
- Kuznetsova M.M., Hesse M. Collisionless reconnection supported by nongyrotropic pressure effects in hybrid and particle simulations. // J. Geophys. Res. V. 106(A3). P. 3799–3810. 2001.
- Lui A.T.Y. Current disruption in the Earth’s magnetosphere: observations and models. // J. Geophys. Res. V. 101. P. 13067–13076. 1996.
- Nicolis G., Prigogine I. Self-organization in nonequilibrium systems. John Wiley and Sons. New York. 1977.
- Schindler K., Pfirsch D., Wobig H. Stability of two-dimensional collision-free plasmas. // Plasma Physics. V. 15. P. 1165–1184. 1973.
- Wilson H.R., Cowley S.C. Theory for explosive ideal magnetohydrodynamic instabilities in plasmas. // Phys. Rev. Letters. V. 92(17). P. 175006(1–4). 2004.
- Zhu P., Sovinec C.R., Hegna C.C., Bhattacharjee A., Germaschewski K. Nonlinear ballooning instability in the near-Earth magnetotail: Growth, structure, and possible role in substorms. // J. Geophys. Res. V. 112. A06222. doi:10.1029/2006JA011991. 2007.
- Zhu P., Bhattacharjee A., Raeder J., Germaschewski K., Hegna C.C. Initiation of ballooning instability by reconnection in the near-Earth plasma sheet: modeling and analysis of a THEMIS event. // ICS-9. V. 1. ICS9-A-00152. 2008.