

УДК 533.95

## МЕХАНИЗМ ФОРМИРОВАНИЯ СИЛЬНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ВИХРЕВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПЕРЕХОДНОЙ ОБЛАСТИ МАГНИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

© 2011 г. Г. Д. Абурджания

*Институт прикладной математики им. И.Н. Векуа Тбилисского государственного университета  
им. И.А. Джавахишвили, Институт геофизики им. М.И. Нодия, Тбилисского государственного университета  
им. И.А. Джавахишвили, Тбилиси, Грузия;  
e-mail: aburj@mymail.ge, g.aburjania@gmail.com*

Поступила в редакцию 17.05.2010 г.

После доработки 10.11.2010 г.

Работа посвящена изучению макроскопических последствий присутствия нелинейных вихревых структур в околоземной плазменной диспергирующей среде. В диспергирующих средах сильно локализованные вихревые структуры содержат захваченные частицы и, перемешиваясь в среде, вызывают заметные флуктуации плотности и активизируют процессы переноса, т.е. способны формировать сильную вихревую турбулентность. Турбулентность представляется как газ ансамбля сильно локализованных (поэтому слабозаимодействующих) одинаковых вихрей, составляющих основное состояние. Вихри различных амплитуд располагаются в пространстве случайным образом (из-за столкновения между собой), и для их описания применяется статистический подход. Предполагается, что стационарное турбулентное состояние формируется балансом взаимноконкурирующих эффектов: спонтанного рождения вихрей за счет нелинейного укручения фронта возмущений, перекачки шумов в короткие масштабы и столкновительного или бесстолкновительного затухания возмущений в коротковолновой области. Перекачка шумов по масштабу в инерционном интервале происходит за счет слияния структур при их столкновении. Рассмотрена замагниченная плазменная среда переходной области магнитосферы. Определен новый вид спектра турбулентных флуктуации по волновым числам  $k^{-8/3}$ , который находится в удовлетворительном согласии с спутниковыми наблюдениями в космической плазме. Изучена также диффузия частиц среды на ансамбле вихрей. Установлено, что взаимодействие структур между собой и частицами среды вызывает в среде аномальную диффузию. Эффективный коэффициент диффузии корневым образом зависит от стационарного уровня шумов.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В диспергирующих средах, особенно в космической, астрофизической и лабораторной плазме, достаточно легко генерируются и эволюционируют разнообразные нелинейные локализованные волновые структуры [Петвиашвили и Похотелов, 1989; Horton, 1990; Smyrev et al, 1991; Tu and Marsh, 1997; Sundkvist et al., 2005; Абурджания, 2006]. Важным представляется исследование нелинейных взаимодействий волновых структур между собой и со средой. Нелинейное взаимодействие волновых структур может быть описано либо как взаимодействие локализованных структур, либо как взаимодействие отдельных волновых гармоник. В определенных условиях это взаимодействие приводит к хаотизации фаз структур или волн. В результате хаотической динамики фаз волновых структур возникает макроскопическое движение, обычно называемое турбулентным.

В реальной неоднородной замагниченной плазменной среде наличие пространственных градиентов (равновесной плотности, температуры и др.) поперек магнитного поля приводит к возникнове-

нию в плазме диамагнитных дрейфовых токов. Коллективные движения частиц, возникающие в такой системе благодаря наличию диамагнитных токов, возбуждают в плазме низкочастотные дрейфовые неустойчивости. Действительно, результаты экспериментального исследования спектров низкочастотных флуктуации в магнитосфере [Sahraoui et al., 2004; Sundkvist et al., 2005; Sahraoui et al., 2006; Narita et al., 2007], ионосфере [Lysak, 1990; Chaston et al., 1999; Stasiewicz et al., 2000; Abel et al., 2006] и плазменных экспериментальных установках [Browley and Mazzucato, 1985; Brower et al., 1987; Weissen et al., 1988; Gekelman, 1999] указывают на то, что наблюдаемые колебания конечной амплитуды представляют собой результат развития дрейфово-альвеновской неустойчивости. Одно из проявлений эволюции неустойчивости в замагниченной плазме — это формирование упорядоченных волновых образований или вихревых структур, коллективная активность которых, в конечном счете, может привести к образованию турбулентного состояния [Tu and Marsh, 1997; Horton, 1990; Абурджания, 2006].

Следуя собственной логике развития, теория плазменной турбулентности в шестидесятых годах прошлого века базировалась на модели слабой турбулентности, когда учитывалось слабое взаимодействие между модами вследствие нелинейности. В рамках этой модели удалось решить широкий круг вопросов и объяснить ряд важных нелинейных явлений [Кадоццев, 1964; Галеев и Сагдеев, 1976; Хортон, 1985]. Теория слабой турбулентности строится с помощью разложения исходных уравнений для плазмы по малому параметру — отношению энергии колебаний к полной энергии плазмы.

В неоднородной замагниченной плазме во многих практически интересных случаях область применимости теории слабой турбулентности, к сожалению, ограничена из-за сильной связи мод, и приходится иметь дело с сильной турбулентностью. В частности, именно с сильной турбулентностью связана аномальная диффузия плазмы в магнитном поле. Исходя из этого, в семидесятых годах прошлого века центр тяжести теории плазменной турбулентности постепенно сместился в сторону сильно нелинейных волн и сильно турбулентных состояний [Шапиро и Шевченко, 1984; Goldman, 1984; Петвиашвили и Янков, 1985].

По существующим представлениям, сильная турбулентность в каждой конкретной ситуации представляет собой в той или иной степени совокупность взаимодействующих волн и упорядоченных нелинейных структур (вихрей). В зависимости от соотношения между свободными (слаботурбулентными) волнами и структурами, сильная турбулентность может быть либо преимущественно волновой, либо структурной (вихревой, зернистой) [Diamond and Carreras, 1987]. Причем, структуры более эффективно, чем линейные волны, поглощают свободную энергию плазмы [Dupree, 1972; Waltz, 1985; Sagdeev et al., 1986]. Таким образом, сильнолокализованные вихревые структуры, содержащие захваченные частицы, перемешиваясь в плазме, могут возбуждать сильную турбулентность и повышенный перенос тепла и частиц.

Каноническое представление о турбулентности обычно подразумевает существование трех, определенным образом связанных между собой и средой областей взаимодействия волновых структур. Первый — область источника или генерации, где происходит зарождение относительно крупномасштабных волновых структур. Второй — инерционная область, где осуществляется перекачка энергии возмущений от длинных к коротким масштабам. Как правило, этот процесс трансформации энергии (по масштабам) нелинеен. Третий — область поглощения, где происходит диссипация энергии короткомасштабных структур и, соответственно, нагрев среды. Причем, трансформацию энергии волновых структур в области поглощения можно рассматривать как механизм перехода к

стационарной турбулентности, установления стационарного спектра и нагрева среды. Стационарность в области генерации могут обеспечиваться балансом притока энергии колебаний из-за возбуждения (например, обусловленной какой-либо неустойчивостью) и оттоком ее из-за нелинейной перекачки по спектру; в области поглощения — балансом притока из-за спектральной перекачки и оттоком энергии, из-за поглощения; а в инерционной области — баланс для данной моды может возникать из-за притока и оттока энергии при нелинейной трансформации энергии. В этой области спектр пульсации не зависит от типа неустойчивости (приводящей к возбуждению колебаний), и от вида поглощения [Цытович, 1971; Biskamp, 2003].

Целенаправленное экспериментальное исследование особенностей турбулентного движения, в частности, временного (по частотам) и, особенно, пространственного (по волновым числам) спектров турбулентных возмущений в космической плазме, проведенные до сих пор, практически дали лишь отдельные результаты, иногда даже очень интересные, но без надлежащего выявления причинно-следственных связей между ними. В последние годы в этой области произошел существенный прорыв, что и связано с одновременным запуском четырех спутников под названием “Cluster” в 2002 году [Sahraoui et al., 2004], находящихся друг от друга на расстоянии приблизительно от 100 км до 2000 км и более в магнитосфере. Анализ части наблюдений и измерений в рамках этой экспедиции опубликован в недавних работах [Sahraoui et al., 2004; Sundkvist et al., 2005; Sahraoui et al., 2006; Narita et al., 2007]. Выявлены основные особенности формирования низкочастотного турбулентного состояния в плазме переходного слоя, области ударной волны и высокоширотного каспа. Впервые показано существование относительно мелкомасштабных (бестолкновительного скин-ового размера), ультранизкочастотных (УНЧ) волновых структур (0.1–10 Гц) альвеновского типа. Установлены частотный спектр энергии турбулентных пульсаций вида  $f^{-7/3}$  и новый энергетический спектр по волновым числам —  $k^{-8/3}$ .

Попытке создания теоретической модели стационарной сильной вихревой турбулентности космической плазмы, в частности, создания самосогласованной модели, объясняющей экспериментально наблюдаемые и представленные в работах [Sahraoui et al., 2004; Sundkvist et al., 2005; Sahraoui et al., 2006; Nanta et al., 2007] частотные и пространственные спектры турбулентных пульсаций, и посвящена данная работа.

## 2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ДИНАМИКА ОБРАЗОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР

Полагаем, что равновесное состояние плазменной среды характеризуется плотностью электронов  $n_{e0}$ , однозарядных ионов  $n_{i0}$ , неоднородных вдоль оси  $x$ , ( $\nabla n_{j0} \parallel \mathbf{x}$ ,  $j = e, i$ ), однородной температурой электронов  $T_e$  и ионов  $T_i$  ( $\nabla T_e, \nabla T_i = 0$ ;  $T_e \geq T_i$ ). Неоднородность равновесной плотности ( $n_0(x) = n_{e0}(x) = n_{i0}(x)$ ) поддерживается внешними источниками (например, внешним электрическим полем, объемными силами и т.п.). Равновесное магнитное поле  $\mathbf{B}_0$  считаем однородным и направленным по оси  $z$ , ( $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{z}$ ).

С точки зрения сильной турбулентности, одним из важных типов волн замагниченной как космической [Lysak, 1990; Chaston et al., 1999; Stasiewicz et al., 2000; Sahraoui et al., 2004; Simdkvist et al., 2005; Sahraoui et al., 2006; Abel et al., 2006; Narita et al., 2007], так и лабораторной [Browley and Rtazzucato, 1985; Brower et al., 1987; Weissen et al., 1988; Gekelman, 1999] плазм являются дрейфово-альвеновские непотенциальные низкочастотные (по сравнению с ионной циклотронной частотой  $\omega_{ci} = eB_0/m_i c \gg \omega$ , где  $e$  — заряд электрона,  $m_i$  — масса иона,  $c$  — скорость света,  $\omega$  — частота возмущений) волны, с поперечными длинами волн  $\lambda_{\perp}$  порядка бесстолкновительной скин-длины,  $\lambda_{\perp} = 2\pi/k_{\perp} \sim \lambda_s = c/\omega_{pe}$  (где  $\omega_{pe} = (4\pi e^2 n_0/m_e)^{1/2}$  — плазменная частота) [Кадомцев и Погуце, 1984; Waltz, 1985; Chaston et al., 1999; Gekelman, 1999].

Рассмотрим нелинейное распространение низкочастотных, относительно мелкокомасштабных ( $\lambda_{\perp} \sim \lambda_s = c/\omega_{pe}$ ) альвеновских возмущений в вышеотмеченной неоднородной замагниченной плазме. Выражаем электрическое  $\mathbf{E}$  и магнитные поля  $\mathbf{B}$  возмущений через электростатический потенциал  $\phi$  и  $z$ -компоненту векторного потенциала  $A$ , вводимые соотношениями

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

$$\mathbf{B}_{\perp} = \nabla A_z \times \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

где  $\mathbf{B}_{\perp}$  — вектор поперечной индукции возмущенного магнитного поля,  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор вдоль оси  $z$ . В присутствии неоднородности плотности плазмы:  $\partial n_0/\partial x \neq 0$ , электроны и ионы плазмы участвуют в диамагнитном дрейфе со скоростью  $\mathbf{V}_{Dj} = \mathbf{e}_y (cT_j/q_j B_0) \partial n_0/\partial x$  (где  $\mathbf{e}_y$  — единичный вектор вдоль оси  $y$ ,  $j = e, i$ ,  $q_e = -e$ ,  $q_i = e$ ,  $e$  — элементарный заряд), и альвеновская волна зацепляется с дрейфовой модой. Волны полагаем квазинейтральными. Динамика нелинейных электромагнитных структур альвеновского типа в такой плазме описывается системой уравнений, представленной в работе [Aburjania, 1988]. В ней изучаются вихревые структуры с конечным лармо-

вским радиусом ионов, хотя эволюционные уравнения, используемые в работе [Aburjania, 1988], справедливы и для более мелкокомасштабных возмущений ( $\rho_i \geq \lambda_{\perp} \sim \lambda_s$ , где  $\rho_i = (T_i/m_i \omega_{ci}^2)^{1/2}$  — ларморовский радиус ионов). Ниже мы будем рассматривать волновые процессы с характерным масштабом порядка скин-длины. При этом для ионов справедливо больцмановское распределение и динамические уравнения работы [Aburjania, 1988], описывающие дрейфово-альвеновские структуры с длиной вплоть до скин-длины, сводится к виду:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V_{*e} \frac{\partial A}{\partial y} + c(1 + \tau) \nabla_{\parallel} \phi - \lambda_s^2 \frac{d_0}{dt} \Delta_{\perp} A = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d_0}{dt} \phi + V_{*e} \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{V_{Te}^2}{c\tau} \lambda_s^2 \nabla_{\parallel} \Delta_{\perp} A = 0. \quad (4)$$

Здесь  $V_{*e,i} = \mp c T_{e,i} \mathbf{e}_n / (e B_0)$ ,  $\mathbf{e}_n = \partial \ln n_0(x) / \partial x$ ,  $V_{Te} = (T_e/m_e)^{1/2}$  — тепловая скорость электронов;  $\tau = T_e/T_i$ ;  $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ ;

$$\frac{d_0}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{c}{B_0} [\nabla \phi, \nabla]_z, \quad (5)$$

$$\nabla_{\parallel} = \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{B_0} [\nabla A, \nabla]_z. \quad (6)$$

При получении (3), (4) пренебрежено продольным движением ионов и предполагается, что продольный ток  $j_z$  обусловлен электронами плазмы,  $j_z = -c \Delta_{\perp} A / 4\pi$ .

Уравнения (3), (4) сохраняют интеграл энергии

$$E = \frac{1}{2} \iint [(\nabla A)^2 + \lambda_s^2 (\nabla A)^2 + \lambda_s^{-2} \left( \frac{c}{V_{Te}} \right)^2 \tau (1 + \tau) \phi^2] dr. \quad (7)$$

Таким образом, система уравнений (3)–(7) описывает нелинейную динамику дрейфово-альвеновских волн скин-масштаба в магнитоактивной (магнитосферной, ионосферной, лабораторной) плазме. Нами система будет использована для теоретического обоснования ракетных наблюдений картины развития динамики турбулентности электромагнитных УНЧ волн альвеновского типа в плазменной среде магнитосферы [Sahraoui et al., 2006] и в области ударной волны [Narita et al., 2007].

### 2.1. Спектры линейных волн

Линеаризуя уравнения (3), (4), получаем дисперсионное соотношение

$$(\omega - \omega_{*i}) \left| \omega (1 + k_{\perp}^2 \lambda_s^2) - \omega_{*e} \right| = k_z^2 V_A^2 k_{\perp}^2 \rho_i^2 (1 + \tau). \quad (8)$$

Здесь  $\omega_{*e,i} = k_y V_{*e,i}$  – дрейфовые ионные и электронные частоты,  $k_{\perp} = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ ,  $k_z$  – поперечные и продольные (по отношению к внешнему магнитному полю  $\mathbf{B}_0$ ) волновые числа возмущений,  $V_A = B_0 / \sqrt{4\pi n_0 m_i}$  – скорость Альвена. Уравнение (8) описывает взаимосвязь кинетических альвеновских волн и дрейфовых волн в неоднородной космической плазме. В пренебрежении дрейфовыми эффектами ( $\omega \gg \omega_{*e,i}$ ) уравнение переходит в соотношение

$$\omega^2 = \omega_k^2 / (1 + k_{\perp}^2 \lambda_s^2), \quad (9)$$

где  $\omega_k^2 = (1 + \tau)(k_z V_A k_{\perp} \rho_i)^2$  – квадрат частоты кинетических альвеновских волн. В электростатическом пределе ( $k_z \rightarrow 0$ ) дисперсионное уравнение (8) описывает ионные и электронные дрейфовые волны:

$$\omega_1 = \omega_{*i}, \quad \omega_2 = \omega_{*e} / (1 + k_{\perp}^2 \lambda_s^2). \quad (10)$$

В однородной плазме, в случае  $k_{\perp} = k_z = 0$  из (8) получается решение  $\omega = 0$ , что соответствует зональному течению или зональному магнитному полю.

Частотные и пространственные характеристики дрейфово-альвеновских волн (8)–(10) хорошо коррелируют с выявленной в ракетных наблюдениях [Sahraoui et al., 2006; Narita et al., 2007] частотой (0.1–10 Гц) и характерной длиной ( $k\rho_i > 0.5$ –3.5, и  $\lambda \sim \lambda_s = c/\omega_{pe} < 75$  км) электромагнитных волн альвеновского типа.

Следует заметить, что генерация-раскачка альвеновских возмущений в длиноволновой области в линейном режиме в магнитосфере возможна, например, за счет диссипативной неустойчивости, обусловленной увеличением эффективной вязкости среды при рассеянии высокочастотных волн на частицах [Михайловский и Похотелов, 1975]; за счет низкочастотной модуляционной неустойчивости, обусловленной биением двух внешних высокочастотных электромагнитных волн [Abugjania, 2007], а также из-за температурно-анизотропной (зеркальной) неустойчивости [Sahraoui et al., 2006].

### 2.2. Самоорганизация нелинейных уединенных вихрей

При развитии вышеотмеченных неустойчивостей на линейной стадии амплитуда возмущений экспоненциально растет со временем. С увеличением амплитуды важными становятся нелинейные эффекты, обуславливающие укрупнение фронта волновых возмущений. В диспергирующих средах, каковыми и являются магнитосферная и ионосферная плазмы (см. выражения (8)–(10)), нелинейное увеличение крутизны волны может компенсироваться ее дисперсионным расплыванием. Тогда в среде могут формироваться стационарные уединенные нелинейные волны–вихри,

распространяющиеся без изменения своей формы [Петвиашвили и Похотелов, 1989; Horton, 1990; Абурджания, 2006].

Покажем справедливость этой концепции на примере аналитического решения нелинейных динамических уравнений (3), (4) в стационарном режиме. Для этого введем автономную переменную  $\eta = y - ut + \alpha z$ . Здесь  $u$  – скорость движения вихря вдоль оси  $y$ ,  $\alpha \sim k_z/k$  – характеризует угол наклона вихря к оси  $z$ . Будем искать стационарное решение системы (3), (4) в виде  $A = A(r, \eta)$ ,  $\phi = \phi(r, \eta)$ . Следуя [Abugjania, 1988; Mikhailovskii et al., 1987], переходим к системе волны, вводим полярную систему координат  $r, \theta$  (где  $r = (x^2 + \eta^2)^{1/2}$ ,  $\tan \theta = x/\eta$ ) и разделяем двумерную плоскость  $r, \theta$  на внутреннюю  $r < r_0$  и внешнюю  $r \geq r_0$  области. Тогда регулярное локализованное решение уравнения (3), (4) имеет вид:

$$A(r, \theta) = \frac{V_{Te}}{c} \phi(r, \theta) = -\alpha B_0 r_0 \left[ \frac{v^2 J_1(\gamma r)}{\gamma^2 J_1(\gamma r_0)} - \left(1 + \frac{v^2}{\gamma^2}\right) \frac{r}{r_0} \right] \cos \theta, \quad r < r_0, \quad (11)$$

$$A(r, \theta) = \frac{V_{Te}}{c} \phi(r, \theta) = \alpha B_0 r_0 \frac{K_1(vr)}{K_1(vr_0)} \cos \theta, \quad r > r_0. \quad (12)$$

Здесь  $J_n, K_n$  – функции Бесселя и Макдональда соответственно порядка  $n$ . Из условия сшивки решений (11), (12) и их первых и вторых производных по  $r$  на границе  $r = r_0$ , получается дисперсионное уравнение, определяющее связь между параметрами  $v$  и  $\gamma$ :

$$\gamma J_1(\gamma r_0) K_2(vr_0) + v K_1(vr_0) J_2(\gamma r_0) = 0, \quad (13)$$

$$v^2 = \frac{V_{*i} - \alpha V_{Te} \tau}{\alpha V_{Te} \lambda_s^2} > 0. \quad (14)$$

Решение (11)–(14) представляет собой несимметричный двойной вихрь циклон-антициклон типа Ларичева–Резника [Ларичев и Резник, 1976]. Вихревая структура, в отличие от вихря работы [Ларичев и Резник, 1976], имеет определенную скорость  $u = \alpha V_{Te}$  вдоль оси  $y$ . Из условия существования локализованного решения  $v^2 > 0$  (14) следует, что  $\alpha < V_{*i}/V_{Te}$ , т.е. структура сильно вытянута вдоль внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ . При указанном выше выборе параметров непрерывными оказываются  $A, \phi, \Delta_{\perp} A, \Delta_{\perp} \phi$ . Поле нелинейной структуры состоит из пары вихрей типа циклон-антициклон равной интенсивности, перемещающихся со скоростью  $u = \alpha V_{Te}$  вдоль оси  $y$ , и ее фронт составляет угол порядка  $\alpha \ll 1$  с внешним магнитным полем. На бесконечности потенциал вихревой структуры спадает по закону  $r^{-1/2} \exp(-vr)$

(см. решение (12)), т.е. сильно локализован в пространстве. Характерный масштаб вихрей  $d$ , как это следует из (11), (12), порядка скиновой,  $d \sim \lambda_s$ . Таким образом, в условиях космической плазмы дрейфово-альвеновские возмущения могут самолокализоваться и самоорганизовываться в виде уединенных, сильно локализованных нелинейных вихревых структур скинового масштаба.

Скорость колебания (вращения) частиц в вихревых структурах (11)–(14)  $\mathbf{V}_E = (c/B_0)(\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0)$  сравнима или больше скорости его распространения  $u = \alpha V_{Te}$ , а также больше фазовой скорости линейных волн  $V_{*e,i}$ . Поэтому вихри содержат группу захваченных частиц, перемещающихся со структурами. Учитывая, что возмущенная плотность  $\tilde{n}$  плазмы связана с потенциалом структуры выражением  $\tilde{n}/n_0 \approx e\phi/T_i$ , из предыдущего условия следует  $\tilde{n}/n_0 \sim e\phi/T_i \sim ecA/T_i V_{Te} \sim (k_{\perp} L_n)^{-1}$ , (где  $L_n = (\partial \ln n_0 / \partial x)^{-1}$  – характерный размер неоднородности среды). Согласно [Кадоццев, 1964; Хортон, 1985; Horton, 1990; Абурджания, 2006], коллективные процессы, удовлетворяющие этому условию, являются сильно турбулентными. Итак, рассмотренные нами вихревые структуры являются следствием сильнонелинейных, сильнотурбулентных процессов. Эти свойства хорошо согласуются с результатами численных [Михайловская, 1986; Sutin, 1994], лабораторных [Pecseli et al., 1984; Незлин и Снежкин, 1990] и космических [Chmyrev et al., 1991; Sundkvist et al., 2005] экспериментов. Данные эксперименты показывают, что вихревые структуры умеренных амплитуд при взаимодействиях, в основном, являются устойчивыми, сохраняют свою форму при их многократном столкновении и слабо модифицируют свои параметры. Поэтому предлагаемый ниже анализ справедлив в промежутке времени, в течение которого нелинейные структуры сохраняют свою целостность.

Все это позволяет предположить, что построенное нами решение является достаточно устойчивым. Структуры переносят захваченные частицы, которые движутся на замкнутых линиях тока. Поэтому при взаимодействии (столкновении) вихревых структур происходит пере замыкание линий тока, и захваченные частицы переходят от одного вихря к другому, обуславливая повышенный перенос частиц и тепла поперек внешнего магнитного поля. Тем самым, рассмотренные вихревые структуры могут формировать сильную вихревую (структурную) турбулентность в плазменной среде.

### 3. МОДЕЛЬ СИЛЬНОЙ СТРУКТУРНОЙ (ВИХРЕВОЙ) ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Турбулентное состояние, описываемое системой динамических уравнений (3), (4), состоит из мод малой амплитуды широкого непрерывного спектра по волновым числам (слаботурбулентный спектр), а также из ансамблей, рассмотренных в

разделе 2.2 вихревых структур. Причем, каждый вихрь, движущийся со скоростью  $u$  дает определенный вклад в частотный спектр  $\omega = ku$  флуктуации плотности и электромагнитных полей плазмы. Так как скорость вихрей зависит от амплитуды, то частотный спектр набора вихрей с различными амплитудами может быть шире, чем соответствующий спектр волн малой амплитуды, слабо коррелирующихся между собой. Экспериментальные наблюдения магнитосферной-ионосферной плазмы [Lysak, 1990; Chaston et al., 1999; Stasiewicz et al., 2000; Sahraoui et al., 2004; Simdkvist et al., 2005; Abel et al., 2006; Sahraoui et al., 2006; Narita et al., 2007] и на различных плазменных установках [Browley and Mazzucato, 1985; Brower et al., 1987; Weissen et al., 1988; Gekelman, 1999] показали, что ширина частотного спектра флуктуации плотности, электрического и магнитного полей значительно больше величины, предсказываемой перенормируемой теорией слабой турбулентности [Хортон, 1985; Horton, 1990], поэтому можно предположить, что основной вклад в спектр флуктуации в замагниченной плазме дают уединенные волны, вихревые солитоны. Что же касается слаботурбулентной части спектра, то его роль предполагается пренебрежимо малой и может, при необходимости, складываться с солитонной частью турбулентности (мы частично учтем его влияние, выражающееся в стохастизации спектра вихревых структур).

Из-за сильной локализации вихревых структур в пространстве у них отсутствует дальное действие, и поэтому они распределены случайно, подобно молекулам газа. Причем случайность позиции и фазы вихревых структур обуславливается столкновениями между собой. Все это позволяет построить модель сильной турбулентности плазмы в виде ансамбля вихревых структур, располагая вихри различных амплитуд случайным образом в пространстве, и тем самым применить для их описания статистический подход.

Таким образом, будем считать, что сильная турбулентность плазмы представляет собой ансамбль слабо взаимодействующих вихревых структур (основное состояние), каждая из которых характеризуется равным распределением энергии системы между  $N$  одинаковыми вихрями ( $N$  есть параметр состояния). Причем каждый вихрь представляет собой отдельную степень свободы системы. Тогда квазистационарное турбулентное состояние может быть в каждый данный момент времени разложено по основным состояниям (по ансамблям).

#### 3.1. Вероятность основного состояния

Предположим, что основное состояние турбулентности плазмы представляет собой ансамбль двумерных дрейфово-альвеновских вихрей скинового масштаба: каждая активная область плазменной среды размера  $L \times L$  покрыта  $N$  вихрями одина-

ковой амплитуды, распределенными случайным образом. Заметим, что в реальном турбулентном состоянии перемешаны вихри разного сорта, но как показали численные [Михайловская, 1986; Sutirin, 1994], лабораторные и космические эксперименты [Незлин и Снежкин, 1990; Pecseli et al., 1991; Chmyrev et al., 1991; Sundkvist et al., 2005], вихри существенно разных амплитуд проходят друг через друга без взаимодействия, так что существенно лишь число вихрей данного сорта в плазме, и система основных состояний является полной. При разной амплитуде вихри различаются и по ширине, но тогда один представляет для другого просто квазиклассическую яму, поэтому слияние едва ли возможно, хотя перекачка энергии и допустима.

Учитывая, что формирование нелинейных структур в плазме обусловливается балансом взаимно конкурирующих эффектов – дисперсии и нелинейности, для удобства анализа введем следующую иерархию порядка волновых величин:

$$\begin{aligned} \varphi \sim A \sim O(\varepsilon), \quad \partial/\partial y \sim \partial/\partial x \sim O(\varepsilon^{1/2}), \\ \partial/\partial t \sim \alpha \partial/\partial y \sim \partial/\partial z \sim O(\alpha \varepsilon^{1/2}), \\ \partial/\partial t \sim u \partial/\partial y \sim u \varepsilon^{1/2} \sim O(\alpha \varepsilon^{1/2}) \rightarrow u \sim \alpha, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\varepsilon$  – малый параметр, характеризующий амплитуду структуры и не зависящий от другого малого параметра  $\alpha \sim k_z/k$ .

Модель турбулентности должна включать в себя источник турбулентных пульсаций, механизм их затухания и инерционный интервал, в котором происходит перекачка шумов по масштабам в области значений параметров, для которых существенно поглощение. Мы здесь выбираем простую модель: вихри рождаются в относительно длинноволновой области ( $\rho_i > \lambda_{\perp} > \lambda_s$ ) с характерным временем  $\tau_n \cong \mathbf{v}_n^{-1}$  из-за линейной неустойчивости по закону  $\partial N/\partial t = \mathbf{v}_n N$  и распадаются из-за столкновительной диссипации или затухания Ландау за время  $\tau_d \cong \mathbf{v}_d^{-1}$  по закону  $(\partial N/\partial t)_{\text{diss}} = \mathbf{v}_d N P(N)$ . Темп рождения вихрей ( $\mathbf{v}_n$ ) балансируется темпом их разрушения ( $\mathbf{v}_d P(N)$ ) в устойчивом состоянии. Отсюда определяем вероятность состояния  $P(N)$ :

$$P(N) = \mathbf{v}_n/\mathbf{v}_d. \quad (16)$$

Темп спонтанного рождения вихрей определяется временем нелинейного укручения фронта волны,  $\mathbf{v}_n \sim \alpha \varepsilon^{3/2}$ , темп диссипации –  $\mathbf{v}_d \cong k_y V_{*i} \sim \varepsilon^{1/2}$  для затухания Ландау и  $\mathbf{v}_d \cong \text{const}$  для столкновительной диссипации. Тогда

$$P(N) \sim \varepsilon^\gamma, \quad (17)$$

где  $\gamma = 1$  для затухания Ландау и  $\gamma = 3/2$  для столкновительной диссипации.

На инерционном интервале, на котором происходит перекачка турбулентной пульсации от масштаба возбуждения до масштаба затухания, мощные структуры сливаются при их столкновении. В случае слияния происходит увеличение амплитуды структур, а это приводит к уменьшению их поперечного размера [Михайловская, 1986; Незлин и Снежкин, 1990; Sutirin, 1994], т.е. происходит перекачка энергии флуктуации в короткие масштабы.

Действительно, в ракетных наблюдениях [Sahraoui et al., 2006] выявлен частотный спектр турбулентных флуктуации (зависимость средней магнитной энергии  $\langle |B_k|^2 \rangle$  от частот возмущений  $f$ ) УНЧ электромагнитных волн, который имеет вид  $\langle |B_k|^2 \rangle \sim f^{-7/3}$ . Это явно указывает на существование инерционной области в среде, где присутствуют структуры разных масштабов и происходит перекачка шумов в короткие масштабы. Причем с увеличением частоты уменьшаются пространственные масштабы возмущений.

### 3.2. Пространственные спектры стационарной турбулентности

Возникновение стационарных спектров происходит в результате баланса эффектов раскачки и поглощения турбулентных шумов. Определим спектры стационарной структурной турбулентности двумерных возмущений.

Пусть  $W$  – средняя плотность энергии возмущения. В условиях стационарной турбулентности существует постоянный поток энергии от крупномасштабных пульсаций к мелкомасштабным, а средняя плотность энергии  $W$ , как обычно, не является постоянной в каждом спектральном диапазоне. Однако, если характерное время изменения плотности энергии  $t_0$  достаточно большое,  $t_0 \gg (k_y \alpha V_{Te})^{-1}$ , то учитывая динамические уравнения (3), (4), можно предположить, что в интересующих нас интервалах времени  $W = \text{const}$ , и считать энергию возмущения равномерно распределенной по степеням свободы (по структурам). Исходя из этого, и обозначив через  $E_v$  (см. (7)) энергию каждого вихря, имеем [Абурджания, 1990]

$$\begin{aligned} WL^2 = NE_v = N\varepsilon^2 I, \\ E_v = \frac{1}{2} \iint [(\nabla A_v)^2 + \lambda_s^2 (\Delta A_v)^2 + \\ + \tau(1 + \tau) \frac{\Omega_{pe}^2}{V_{Te}^2} \varphi_v^2] dx d\eta = \varepsilon I. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь  $A_v(x, \eta)$ ,  $\varphi_v(x, \eta)$  – стационарное решение вида (11)–(12);  $I$  – постоянная величина порядка единицы. Из уравнения (18) следует:

$$\varepsilon \sim W^{1/2} L N^{-1/2}. \quad (19)$$

Характерный размер вихревых структур равен:

$$l_{\perp} \sim \lambda_s \sim \varepsilon^{-1/2} \sim W^{-1/4} L^{-1/2} N^{1/4}. \quad (20)$$

Максимальное число вихрей определяется условием, плотной упаковки:

$$N_{\max} \sim L^2 / l_{\perp}^2 \sim W^{1/3} L^2. \quad (21)$$

Минимальное же число вихрей находим из условия  $\varepsilon(N_{\min}) < 1$ . Так что,

$$N_{\min} \sim W L^2. \quad (22)$$

Спектры двумерной дрейфово-альвеновской структурной турбулентности определяем, следуя [Kingsep et al., 1973; Абурджания, 1990]. При этом с помощью (19), (20), (21) имеем оценки для характерного числа вихрей  $N_0$  эффективного волнового числа  $k_0$  и амплитуды  $\varphi_0$  структур:

$$\begin{aligned} N \sim k_0^2 L^2 &\Rightarrow k_0 \sim N^{1/2}, \\ k_0 \sim \varphi_0^{1/2} \sim N^{1/2} &\Rightarrow \varphi_0 \sim N \sim k_0^2, \end{aligned} \quad (23)$$

$$E_v \sim \varphi_0^2, \quad W L^2 = N E_v \sim N k_0^4 \Rightarrow N_0 \sim W L^2 k_0^{-4}.$$

Как правило, в численных и лабораторных экспериментах снимаются фурье-спектры плотности плазмы  $\langle |n_k/n_0|^2 \rangle = \langle |\varphi_k|^2 \rangle$  [Browley and Mazzucato, 1985; Brower et al., 1987; Weissen et al., 1988], а в космических наблюдениях определяются спектры электромагнитных энергий  $\langle |B_k|^2 \rangle$  или  $\langle |E_k|^2 \rangle$  [Sahraoui et al., 2006; Narita et al., 2007], где  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по ансамблям. Учитывая сильную локализацию структур в пространстве, фурье-компоненты стационарного двумерного решения аппроксимируем функцией  $A_k = \varphi_0 k_0^{-s} / F(k, k_0)$ , где  $F$ -ступенчатая функция, срезающая спектр при  $k = k_0$ ,  $s$  – свободный положительный параметр, который зависит от вида диссипации в среде и будет определен ниже. Тогда с помощью (17), (23) для спектра флуктуации магнитной энергии получаем выражение:

$$\begin{aligned} \langle |B_k|^2 \rangle &\sim \langle |k A_k|^2 \rangle = \\ &= \int_{W L^2 k^{-4} > N_{\min}}^{N_{\max}} |A_k|^2 k^2 P(N) dN \cong k^{-2(8-2s-\gamma)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, турбулентность осуществляет перекачку энергии пульсации из области генерации  $\mathbf{k} \sim \mathbf{k}_0$  в область больших  $\mathbf{k}$ , пока не начинает

играть роль поглощение энергии из-за диссипативных процессов.

Наблюдения, проведенные в переходном слое магнитосферы Земли одновременно на четырех спутниках “Cluster” [Sahraoui et al., 2004; Sundkvist et al., 2005; Sahraoui et al., 2006; Narita et al., 2007], удачно подобранных и расположенных для определения трехмерного пространственного мелкомасштабного ( $k\rho_i \sim 0.5$ – $3.5$ ) спектра турбулентных флуктуации, показали, что УНЧ (0.1–10 Гц) электромагнитная турбулентность является анизотропной. Развитие турбулентности происходит, в основном, вдоль течения солнечного ветра в переходном слое магнитосферы. Зависимость магнитной энергии УНЧ турбулентных возмущений скин-масштаба от составляющего волнового вектора вдоль течения имеет вид  $\langle |B_k|^2 \rangle \sim k^{-8/3}$  см. рис. 4 в работе [Sahraoui et al., 2006]. В нашей теоретической модели, такому поведению спектра соответствует  $s = 17/6 \approx 2.83$  в случае затухания Ландау, а для бесстолкновительного затухания –  $s = 31/12 \approx 2.58$ . Тем самым, можно считать, что наша модель хорошо объясняет спектры флуктуации, выявленные авторами [Sahraoui et al., 2006] в переходном слое магнитосферы. Аналогично можно объяснить пространственные спектры альвеновской турбулентности, наблюдаемые в области ударной волны, представленной в работе [Narita et al., 2007] (см. рис. 1, 2 в работе [Narita et al., 2007]). Заметим, что полученное выражение спектра флуктуации по волновым числам (степенная зависимость) удовлетворительно согласуется также с экспериментальными наблюдениями [Semet et al., 1980; Browley and Mazzucato, 1985; Brower et al., 1987; Weissen et al., 1988] и теоретическими результатами работ [Qian, 1984; Грузинов, Погуце, 1986].

### 3.3. Аномальная диффузия частиц среды на вихрях

В экспериментальных плазменных установках с магнитным удержанием наблюдаются аномально большая теплопроводность и диффузия частиц [Liewer, 1985; Huld et al., 1988], обусловленные развитием сильной турбулентности. Причем, полученные значения коэффициента турбулентной диффузии лежат между значением коэффициентом классической диффузии  $D_c = \rho_e^2 / \tau_{ei} \sim n B_0^{-2} T_e^{-1/2}$  (где  $\rho_e$  – ларморовский радиус электрона,  $\tau_{ei}$  – время рассеяния электронов на ионах) и значением коэффициента диффузии Бома  $D_B = c T_e / (16 e B_0)$ . Причиной такого аномально большого переноса (по сравнению с классическим) в плазме могут быть рассмотренные выше регулярные вихревые структуры. Действительно, вихревые структуры содержат захваченные частицы и, перемешиваясь в плазме, взаимодействуя между собой и частицами среды, могут привести к весьма сильному уве-

личению поперечной диффузии и теплопроводности плазмы. Коэффициент вихревой диффузии можно постулировать выражением  $D_v = l_{\perp}^2/\tau_v$  (где  $l_{\perp}$  – поперечный размер вихря,  $\tau_v$  – характерное время взаимодействия вихрей). При этом вполне вероятно, что  $D_v \gg D_c$ . Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Зная плотность энергии вихревых шумов  $W$ , можно изучить влияние вихревых структур на процессы переноса частиц и тепла в замагниченной плазме. Определим коэффициент диффузии пробных частиц плазмы при их взаимодействии с ансамблем из  $N$  – вихревых структур. С этой целью введем характерные масштабы времен процессов, обуславливающих диффузию пробных частиц: частоту столкновения между пробными частицами и  $N$  – вихрями ( $\nu_c$ ), частоту парных столкновений между вихрями ( $\nu_v$ ) и время взаимодействия между частицами и вихрем ( $\tau_i \sim l_{\perp}/u$ ). Для определения частот столкновения вихрей (квазичастиц) между собой и пробными частицами используем соответствующее выражение для парных классических столкновений,  $\mathbf{v} = \sigma n_v \mathbf{v}_{rel}$  (где  $\sigma$  – сечение рассеяния,  $n_v$  – плотность квазичастиц,  $\mathbf{v}_{rel}$  – скорость относительного движения,  $\mathbf{v}_{rel} \sim u$ ). Учитывая, что рассматриваемые вихревые структуры являются двумерными, определяем плотность вихревого газа  $n_v = N/L^2$ , предполагая сечение рассеяния  $\sigma$  порядка размера вихря ( $\sigma \sim l_{\perp}$ ) [Хортон, 1985; Абурджания 1990], находим выражение для  $\nu_v$  и  $\nu_c$

$$\nu_c(N) = \sigma n_v u \sim \alpha W^{-1/4} L^{-5/2} N^{5/4}, \quad (25)$$

$$\nu_v(N) = \int_{N_{min}}^{N_{max}} |V(N) - V(N_1)| \sigma(N_1) n_v(N_1) \times \\ \times P(N_1) dN_1 \sim \alpha W^{2/3} L N^{-1/2}. \quad (26)$$

Здесь  $V$  – скорость вихревой структуры, равная  $V = u(1 + \varepsilon(N))$ .

Нелинейное взаимодействие между вихрями приводит к декорреляции частиц и поля, поэтому диффузия пробных частиц не является чисто квазилинейной. Пробные частицы рассеиваются на вихрях в течение эффективного корреляционного времени  $\tau_c$ :

$$\tau_c \sim \nu_c^{-1} / (\nu_v \tau_i) \sim \alpha^{-1} W^{-1/6} L^2 N^{-1}. \quad (27)$$

Длину корреляции аппроксимируем поперечным размером вихря  $l_c \sim l_{\perp}$ .

С помощью уравнения (27) мы можем определить вклад отдельного вихря в коэффициент диффузии:

$$D_N = \frac{l_c^2}{\tau_c} \sim \alpha W^{-1/3} L^{-3} N^{3/2}. \quad (28)$$

Зная вероятность состояния  $P(N)$ , отсюда легко можно получить полный коэффициент диффузии:

$$D_v = \int_{N_{min}}^{N_{max}} D_N(N) P(N) dN \cong \alpha W^{1/6}. \quad (29)$$

Значение коэффициента диффузии (29) не зависит от вида диссипации и имеет одинаковый порядок для всех  $0 < \gamma < 2$ . В условиях умеренного уровня шумов  $W$  диффузия частиц плазмы становится аномальной и коэффициент диффузии имеет тот же порядок, что и для нелинейных конвективных ячеек [Weiland, 1977]. Заметим также, что согласно (23),  $W \cong N \phi_0^2 \sim \phi_0^3$  и  $D_v \sim \alpha \sqrt{\phi_0}$ . Специфика вихря в коэффициенте диффузии учитывается параметром  $\alpha$ , связанным со скоростью перемещения структуры  $u$ ,  $\alpha = u/V_{Te}$  (т.е. начальным условием формирования структуры или затравочным коэффициентом диффузии), а также величиной  $\phi_0$ , определяющей скорость вращения захваченных частиц в вихре  $V_0 = kc\phi_0/B_0$ . Полученное значение для эффективного коэффициента диффузии структурной турбулентности (т.е. корневая зависимость от амплитуды флуктуации) хорошо согласуется с результатами теоретических работ [Rosenbluth et al., 1987; Исиченко и др., 1989] (хотя в них рассматриваются другие модели) и экспериментальным наблюдением [Liewer, 1985; Huld et al., 1988].

Представляется интересным целенаправленный анализ уже существующих результатов наблюдений в космической, магнитосферной, ионосферной и лабораторной плазме и выявление особенности переноса частиц и тепла, в частности определение реального значения коэффициента диффузии и сравнение его с теоретически определенным значением эффективного коэффициента аномальной вихревой диффузии (29). Кроме того необходим учет всего этого в текущих и будущих наблюдениях и измерениях.

#### 4. ВЫВОДЫ

В работе исследованы коллективные процессы в замагниченной плазме, вызванные нелинейными регулярными структурами.

Теоретически установлено, что в плазменной среде могут генерироваться электромагнитные мелкомасштабные (длиной порядка бесстолкновительной скин-слоевой) вихревые структуры, несущие захваченные частицы. Распространяясь в плазме, они возбуждают сильную дрейфовую турбулентность, имеющую зернистый характер. Турбулентность представляется как газ ансамбля сильно локализованных слабозадействующих  $N$ -одинаковых вихрей, составляющих основное состояние. Эти структуры содержат захваченные частицы и, пере-



мешиваясь в плазме, вызывают заметную флуктуацию плотности и активизируют процессы переноса. При этом ширина спектра флуктуации плотности значительно больше величины, предсказываемой теорией слабой турбулентности, что находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными наблюдениями. В области умеренной амплитуды турбулентных пульсаций, структурная турбулентность приводит к аномальной (по сравнению с классической) диффузии частиц плазмы.

Турбулентность формирует в плазме новый вид стационарного спектра энергии по волновым числам, спадающий по степенному закону —  $\langle |B_k|^2 \rangle \sim k^{-8/3}$ . Взаимодействие структур между собой и частицами среды вызывает аномальную диффузию плазмы. Эффективный коэффициент структурной турбулентности корневым образом зависит от характерной амплитуды стационарного уровня шумов,  $D_v \sim \alpha \sqrt{\Phi_0}$ , и существенно отличается от результата квазилинейной теории, в которой  $D \sim \Phi_0^2$ .

Исходя из вышесказанного, приходим к выводу о необходимости проведения целенаправленного наблюдения и измерения процессов диффузионного переноса в космической и лабораторной плазменных средах, определения реального коэффициента диффузии и выяснения их соответствия с теоретически установленными в данной и других теоретических работах значениями.

Проведенный в данной работе анализ сильной вихревой турбулентности удовлетворительно согласуется с известными результатами численных, магнитосферных и лабораторных экспериментов. Все это позволяет предположить, что сильная структурная турбулентность может быть ответственной за формирование частотных и пространственных спектров и аномального переноса частиц и тепла, наблюдаемых в плазменных и других диспергирующих средах.

Построенная нами теория сильной вихревой турбулентности имеет непосредственное отношение и к теории турбулентности в лабораторных плазменных установках, а также в других геофизических течениях — вихревой турбулентности волн Россби, акустико-гравитационных и других волновых возмущений в нейтральной атмосфере, океане — для них тоже аналогично можно построить модель сильной турбулентности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Абурджания Г.Д.* Структурная турбулентность и диффузия плазмы в магнитных ловушках // *Физика плазмы*. Т. 16. № 1. С. 70–76. 1990.
- *Абурджания Г.Д.* Самоорганизация нелинейных вихревых структур и вихревой турбулентности в диспергирующих средах. М.: КомКнига, URSS, 2006.
- *Галеев А.А., Сагдеев Р.З.* Нелинейная теория плазмы. / Вопросы теории плазмы, Вып. 7 (Под ред. М.А. Леонтовича). М.: Атомиздат, С. 3–145. 1976.
- *Грузинов А.В., Погуце О.П.* Описание турбулентности плазмы в сильном магнитном поле // *ДАН СССР*. Т. 290. С. 322–325. 1986.
- *Исиченко М.Б., Калда Я.Л., Татарина Е.Б., Телковская О.В., Янков В.В.* Диффузия в среде с вихревым движением // *ЖЭТФ*. Т. 96. Вып. 3. С. 913–925. 1980.
- *Кадомицев Б.Б.* Турбулентность плазмы / Вопросы теории плазмы, вып. 4 (Под ред. М.А. Леонтовича). — М.: Атомиздат. С.188–339. 1964.
- *Кадомицев Б.Б., Погуце О.П.* Теория электронных процессов переноса в сильном магнитном поле // *Письма в ЖЭФ*. Т. 39. № 5. С. 225–228. 1984.
- *Ларичев В.Д., Резник Г.М.* О двумерных уединенных волнах Россби // *ДАН ССР*. Т. 231. № 5. С. 1077–1079. 1976.
- *Литвак А.Г.* Динамические нелинейные электромагнитные явления в плазме / Вопросы теории плазмы, 10 (Под ред. М.А. Леонтовича). М.: Атомиздат. С. 164–242. 1980.
- *Михайловский А.Б., Похотелов О.А.* Взаимодействие геликонов и ионно-циклотронных колебаний с альвеновскими волнами раскачиваемыми в магнитосферной плазме // *Физика плазмы*. Т. 1. Вып. 6. С. 1004–1012. 1975.
- *Михайловская Л.А.* Нелинейная динамика дипольных дрейфовых вихрей в плазме // *Физика плазмы*. Вып. 7. С. 879–881. 1986.
- *Незлин М.В., Снежкин Е.Н.* Вихри Россби и спиральные структуры. М.: Наука, 1990.
- *Петвиашвили В.И., Янков В.В.* Солитоны и турбулентность, в кн: Вопросы теории плазмы. Вып. 14 (Под ред. Б.Б. Кадомицева). М.: Атомиздат. С. 3–55. 1985.
- *Петвиашвили В.И., Похотелов О.А.* Уединенные волны в плазме и атмосфере. М: Энергоатомиздат, 1989.
- *Хортон В.* Дрейфовая турбулентность и аномальный перенос / Основы физики плазмы Вып. 2 (Под ред. А.А. Галеева и Р. Судана). М.: Энергоатомиздат. С. 362–433. 1985.
- *Цытович В.Н.* Теория турбулентной плазмы. М.: Атомиздат, 1971.
- *Шапиро В.Д., Шевченко В.И.* Сильная турбулентность плазменных колебаний. Основы физики плазмы, Вып. 2. (Под ред. А.А. Галеева и Р. Судана). М.: Энергоатомиздат. С. 119–173. 1984.
- *Abel G.A., Freeman M.P., Chishman G.* Spatial structure of ionospheric convection velocities in regions of open and closed magnetic field topology // *Geophys. Res. Lett.* V. 33. P. L24103. Doi:10.1029/2006GL027919. 2006.
- *Aburjania G.D.* Electromagnetic drift vortices in a rotating plasma cylinder // *Physica Scripta*. V. 38. P. 59–63. 1988.
- *Aburjania G.D.* Nonlinear generation mechanism for the vertical electric field in magnetized plasma media // *Phys. Plasmas*. V. 14. P. 1–7. 2007.

- *Alexandrova O.* Solar Wind vs magnetosheath turbulence and Alfvén vortices // *Nonlin. Proc. Geophys.* V. 15. P. 95–108. 2008.
- *Chaston C.C., Carlson C.W., Ergun R.E., McFadden J.P.* FAST observations of inertial Alfvén waves in the day-side aurora // *Geophys. Res. Lett.* V. 26. P. 647–650, 1999.
- *Biskamp D.* Magnetohydrodynamic Turbulence. Cambridge University Press. 2003.
- *Brower D.L., Peebles W.A., Luhmann N.C.* The spectrum, spatial distribution and scaling of microturbulence in the Texas Tokamak // *Nucl. Fusio.* V. 27. P. 2055–2073, 1987. 1987.
- *Browley T., Mazzucato E.* Scaling of density fluctuations PDX // *Nucl. Fusion.* V. 25. P. 507–524. 1985.
- *Chmyrev V.M., Marchenko V.A., Pokhotelov O.A., Streltsov A.V., Stenn A.* Vortex structures in the ionosphere and the magnetosphere of the Earth // *Planet. Space Sci.* V. 39. P. 1025–1037. 1991.
- *Diamond P.H., Carreras B.A.* On mixing length theory and saturated turbulence // *Comm. on Plasma Phys. Contr. Fus.* V. 10. P. 271–278. 1987.
- *Dupree T.H.* Theory of phase space density granulation on plasma // *Phys. Fluids.* V. 15. P. 334–344. 1972.
- *Gekelman W.* Review of laboratory experiments on Alfvén waves and their relationship to space observations // *J. Geophys. Res.* V. 104. № 7. P. 14,417–14,435. 1999.
- *Goldman M.V.* Strong turbulence of plasma waves // *Rev. Mod. Phys.* V. 56. № 4. P. 709–735. 1984.
- *Horton W.* Nonlinear Drift Waves and Transport in Magnetized Plasma. Institute for Fusion Studies the University of Texas at Austin. IFSR № 416. Review. Austin. Texas, 1990.
- *Huld T., Lizuka S., Pecsels H.L.* Experimental investigation of flute-type electrostatic turbulence // *Plasma Phys. Contr. Fusion.* V. 30. P. 1297–1318. 1988.
- *Kingsep A.S., Rudakov L.I., Sudan R.N.* Spectra of strong Langmuir turbulence // *Phys. Rev. Lett.* V. 31. № 25. P. 1482–1484. 1973.
- *Liewer P.C.* Measurement of microturbulence in tokamaks and comparison with theories of turbulence and anomalous transport // *Nucl. Fusion.* V. 25. P. 543–621. 1985.
- *Lysak R.L.* Electromagnetic coupling of the magnetosphere and ionosphere // *Space Science Reviews.* V. 52. P. 33–87. 1990.
- *Mikhailovskii A.B., Aburjania G. D., Lakhin V.P., Mikhailivskaya L.A., Onishenko O.G.* On the Theory of Alfvén Waves // *Plasma Phys. Contr. Fusion.* V. 29. P. 1–25. 1987.
- *Narita Y., Glassmeier K.-H., Franz M., Nariyuki Y., Hada T.* Observation of linear and nonlinear processes in the foreshock wave evolution // *Nonlinear processes Geophys.* V. 14. P. 361–371. 2007.
- *Pecseli H.L., Rasmussen J.T., Thomsen K.* Nonlinear interaction of convective cells in plasmas // *Phys. Rev. Lett.* V. 52. P. 2148–2151. 1984.
- *Qian J.* Nonequilibrium statistical mechanics of two-dimensional turbulence // *Phy. Fluids* V. 27. P. 2412–2417. 1984.
- *Rosenbluth M.N., Berk H.L., Doxas I.* Effective diffusion in laminar convective flows // *Phys. Fluids.* V. 30. P. 2636–2647. 1987.
- *Sagdeev R.Z., Moseev S.S., Tur A.V.* Problems of the theory of strong turbulence and topological solitons. In: *Non-linear phenomena in plasma physics and hydrodynamics.* Ed. by R.Z. Sagdeev. M.: Mir Publishers, 1986.
- *Sahraoui F., Belmont G., Pincon J.L., Rezeau A., Robert P., Cornilleau-Wehrin N.* ULF wave identification in the magnetosheath: New insights // *Annal. Geophys.* V. 22. P. 2283–2288. 2004.
- *Sahraoui F., Belmont G., Rezeau L., Cornilleau-Wehrin J.L., Balogh A.* Anisotropic turbulent spectra in the terrestrial magnetosheath as seen by the Cluster spacecraft // *Phys. Rev. Lett.* V. 96. P. 075002. 2006.
- *Semet A., Mase A., Peebles W.A., Luhmann N.C., Zweben S.* Study of low-frequency microturbulence in the Microtor Tokamak by far-infrared laser scattering // *Phys. Rev. Lett.* V. 44. P. 1411–1414. 1980.
- *Stasiewicz K., Bellan P., Chaston C., Alysak R., Maggs J., Pokhotelov O.A., Seyler C., Shukla P., Stenflo L., Streltasov A., Wahlund J.-E.* Small scale alfvénic structure in the aurora // *Space Science Reviews.* V. 92. P. 423–533. 2000.
- *Sundkvist D., Vaivads A., Andre M., Wahlund J.-E., Hobara Y., Joka S., Krasnoselskikh V.V., Bogdanova Y.V., Buchert S.C., Cornilleau-Wehrin N., Fazakerley A., Hall J.-O., Reme H., Stenborg G.* Multi-spacecraft determination of wave characteristics near the proton gyrofrequency in high-altitude cusp // *Ann. Geophys.* V. 23. P. 983–995. 2005.
- *Sutirin G.G.* Long-lived planetary vortices and their evolution: Conservative intermediate geostrophic model // *CHAOS.* V. 4. P. 203–212. 1994.
- *Tu C.P., Marsch E.* MHD Structures, Waves and Turbulence in the Solar Wind: Observations and Theories. Kluwer Academic. Belgium, 1997.
- *Waltz R.E.* Subcritical magnetohydrodynamic turbulence // *Phys. Rev. Lett.* V. 55. P. 1098–1101. 1985.
- *Weiland J.* Nonlinear excitation of convection cells and anomalous diffusion in inhomogeneous plasmas // *Phys. Rev. Lett.* V. 44. P. 1411–1414. 1977.
- *Weissen H., Hollenstein Ch., Benn K.* Turbulent density fluctuations in the TCA Tokamak // *Plasma Phys. Contr. Fusion.* V. 30. P. 293–309. 1988.