

УДК 523.165

МОДЕЛЬ ГЕНЕРАЦИИ МЮОНОВ В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ

© 2011 г. Г. Ф. Крымский, П. А. Кривошапкин, В. Г. Григорьев

Учреждение РАН Институт космофизических исследований и аэронауки СО РАН, Якутск,
Россия

e-mail: krymsky@ikfia.ysn.ru

Поступила в редакцию 24.02.2010 г.

После доработки 04.05.2010 г.

На основе простой модели генерации пионов первичными частицами различных энергий рассчитываются потоки мюонов на поверхности земли и на глубинах 7, 20 и 40 метров водного эквивалента. Модель генерации основана на известных представлениях о множественном рождении пионов. Параметры модели сравниваются с данными, полученными на ускорителях.

1. ВВЕДЕНИЕ

Первичные частицы космических лучей, падающие на границу атмосферы, порождают вторичное излучение, наиболее проникающей компонентой которого являются мюоны. Количество мюонов, рожденных одной первичной частицей и способных быть зарегистрированными детектором, называется кратностью этой частицы для данного детектора. Кратность зависит от энергии первичной частицы и от свойств детектора. Эта характеристика важна для определения связи первичного спектра космических лучей с вариациями интенсивности, регистрируемыми детектором.

Связь вторичных космических лучей, наблюдаемых наземной аппаратурой, с первичными космическими лучами определяется коэффициентами связи [Дорман, 1957], показывающими вклад различных диапазонов первичных энергий в наблюдаемую интенсивность. Для определения коэффициентов связи используют широтные вариации вторичных компонент космических лучей. Порог геомагнитного обрезания зависит от широты, и соответствующие измерения позволяют получить коэффициенты связи. Однако, мюонная компонента производится в основном частицами, энергия которых выше геомагнитных порогов, и здесь необходимо производить детальные расчеты генерации мюонов в земной атмосфере.

Основной характеристикой, подлежащей вычислению, является дифференциальная кратность мюонов $m(E_0, E_\mu)$ их энергетический спектр, рассчитанный на один первичный нуклон с энергией E_0 .

Здесь будет предпринято вычисление кратности для наземных и подземных мюонных телескопов на основе представлений о взаимодействиях элементарных частиц высоких энергий. В расчетах будет приниматься во внимание множественная генерация пионов в ядерных соударениях частиц с веще-

ством воздуха, последующий распад заряженных пионов на мюоны и нейтрино, а также распад мюонов и их ионизационные потери на пути к детектору.

Чтобы получить удовлетворительное описание, воспользуемся известными представлениями о множественном рождении пионов, упростим модель и сравним ее параметры с ускорительными данными. Так как около 90% первичных частиц составляют протоны, первое упрощение будет касаться состава космических лучей — он будет приниматься чисто протонным. Далее, взаимодействия частиц с ядрами будут рассматриваться как нуклон-нуклонные соударения. Распределение вторичных частиц в системе центра масс будет приниматься точно симметричным. Важнейшая характеристика — коэффициент неупругости — флуктуирует от события к событию. В наших расчетах замена реального коэффициента неупругости его средним значением означала бы большую систематическую ошибку.

В литературе по множественному рождению пионов обсуждаются три канала их генерации: фрагментация, пионизация и периферические взаимодействия. Эти три приведенных механизма генерации описывают рождение пионов соответственно как результат распада возбужденных нуклонов (изобар), как рождение “сгустков” пионов (кластеры, файрболы) и как образование пионных струй между взаимодействующими нуклонами. В системе центра масс двух взаимодействующих нуклонов наибольшие энергии имеют фрагментационные пионы, а наименьшие — кластерные. Пионы из струй более или менее равномерно заполняют интервал между двумя крайними значениями. Соответственно множественность кластерных пионов наиболее быстро растет с энергией взаимодействующих частиц. Множественность частиц фрагментации практически постоянна, а струйные частицы дают логарифмический рост множественности с энергией.

2. РАСЧЕТ СПЕКТРА ПИОНОВ

Взаимодействие двух нуклонов будем представлять упрощенной моделью, где каждый из нуклонов образует кластер, который включает в себя провзаимодействовавший нуклон. Масса кластера m после вычета массы нуклона M имеет очевидную связь с коэффициентом неупругости K в системе центра масс (C -системе):

$$K = \frac{m}{m + M}.$$

Далее будем считать, что кластер m изотропно распадается на пионы, имеющие в системе кластера планковский спектр [Фейнберг, 1971]

$$F(p)dp = C_0 \frac{p^2 dp}{\text{Exp}(\sqrt{p^2 + 1/kT}) - 1},$$

где p – импульс пиона, C_0 – нормировочная постоянная, а $kT \approx 1$. Здесь и дальше принято считать скорость света c и массу пиона m_π равными единице.

В случае малых масс кластера $m \geq 1$ необходимо вводить очевидное обрезание спектра при энергии пиона $E_\pi = m$, так как в противном случае возникала бы недопустимо большая ошибка. Переходя в спектре к энергиям $E_\pi = \sqrt{p^2 + 1}$ будем иметь

$$F(E_\pi)dE_\pi = C(m) \frac{\sqrt{E_\pi^2 - 1} E_\pi}{e^{E_\pi} - 1} [1 - e^{-(m-E_\pi)}] dE_\pi.$$

Множитель в квадратных скобках осуществляет упомянутое обрезание. $C(m)$ – нормировочная постоянная, такая, чтобы выполнялось условие

$$\int_1^m F(E_\pi) E_\pi dE_\pi = m.$$

Известно, что коэффициент неупругости флуктуирует в широких пределах от одного акта взаимодействия к другому. Его кинематические пределы определяются неравенствами $1 \leq m \leq E_c - M$, где E_c – энергия сталкивающихся нуклонов в C -системе.

Кластер при K близком к максимальному значению ($K_{max} = 1 - M/E_c$), обеспечивает канал рождения пионов, аналогичный каналу пионизации, а вблизи $K_{min} = 1/(M + 1)$ ведет себя в соответствии с моделью фрагментации.

Чтобы описать все промежуточные состояния, примем в качестве гипотезы распределение коэффициента неупругости плоским:

$$\rho_k(K) = 1/(K_{max} - K_{min}).$$

Для сравнения, насколько близко эта модель соответствует экспериментальным данным, подсчи-

таем среднюю множественность заряженных пионов:

$$\langle n_\pm \rangle = \frac{4}{3} \int_{K_{min}}^{K_{max}} \frac{m(K)}{\varepsilon(m)} \rho(K) dK.$$

Здесь функция $\varepsilon(m)$ – средняя энергия пионов в системе кластера. Она равна 1 при $m = 1$ и $\varepsilon_\infty = 3.25017$ при $m \rightarrow \infty$. Множитель $4/3$ возникает из-за вклада переднего и заднего кластеров, а также вычета вклада нейтральных пионов. Переходя от коэффициента неупругости к массе кластера m в качестве новой переменной и считая $E_c^2 \gg M^2$, найдем

$$\langle n_\pm \rangle = \frac{4}{3} \frac{M + 1}{\varepsilon_\infty} \int_1^{E_c} \frac{\varepsilon_\infty m}{\varepsilon(m)(M + m)^2} dm,$$

где для удобства под знак интеграла введен множитель ε_∞ . Этот интеграл можно разбить на два интеграла:

$$I_1 = \int_1^{E_c} \left(\frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon(m)} - 1 \right) \frac{mdm}{(M + m)^2}, \quad I_2 = \int_1^{E_c} \frac{mdm}{(M + m)^2}.$$

Первый из них не зависит от верхнего предела вследствие быстрого затухания первого сомножителя, и его величина равна $I_1 = 0.119$ (при $M = 6.7$). Второй интеграл (при отбрасывании членов $\sim M/E_c$)

$$I_2 = \ln \frac{E_c}{M + 1} - \frac{M}{M + 1}.$$

Таким образом,

$$\langle n_\pm \rangle = \frac{4}{3} \frac{M + 1}{\varepsilon_\infty} \left[\ln \frac{E_c}{M + 1} - \frac{M}{M + 1} + I_1 \right].$$

Выражая E_c через энергию нуклона в лабораторной системе отсчета $E = 2E_c^2/M$, получаем

$$\langle n_\pm \rangle = \frac{2}{3} \frac{M + 1}{\varepsilon_\infty} \ln \left(\frac{E}{M} \right) + \frac{4}{3} \frac{M + 1}{\varepsilon_\infty} \times \left[\ln \frac{M}{M + 1} - \frac{M}{M + 1} + I_1 \right].$$

Подставляя сюда численные значения

$$\langle n_\pm \rangle = 1.58 \ln(E/M) - 2.81,$$

можем сравнить этот результат с экспериментальными данными. Приведенные в работе [Аминева и Сарычева, 1999] ускорительные данные для средней множественности заряженных частиц в протон-протонных соударениях в диапазоне $4 < E < 2000$ дают зависимость

$$\langle n_\pm \rangle = 1.86 \ln E - 1.74,$$

где E выражено в ГэВ. Как видим, наша модель примерно на 10% недооценивает множественность. Так как такая ошибка была бы недопустима, произведем корректировку модели.

Сделаем это следующим образом. Заменим плоское распределение коэффициента неупругости двухпараметрическим в соответствии с формулой

$$\rho_k(K) = \text{conste}^{-\frac{(K-K_m)^2}{2\sigma^2}}.$$

Параметры σ и K_m подберем так, чтобы получалась правильная множественность. Величины этих параметров $\sigma = 0.45$ и $K_m = 0.69$.

Наблюдаемый спектр пионов является результатом усреднения по множеству элементарных актов с разными значениями коэффициента неупругости. Если зафиксировать коэффициент неупругости, то мы тем самым будем иметь определенную массу кластера m и его лоренц-фактор в S -системе

$$\gamma_{\text{кл}} = \gamma_c \frac{M}{M + m},$$

где γ_c — лоренц-фактор нуклонов до столкновения. Формула выражает закон сохранения энергии. В лабораторной системе передний кластер будет иметь лоренц-фактор

$$\gamma_+ = \gamma_c \gamma_{\text{кл}} + \sqrt{\gamma_c^2 - 1} \sqrt{\gamma_{\text{кл}}^2 - 1}.$$

Пион с энергией $E_{\pi 0}$ испущенный изотропно в системе кластера, в лабораторной системе будет иметь среднюю энергию $\langle E_{\pi} \rangle = \gamma_+ E_{\pi 0}$ и равномерное распределение (спектр) в диапазоне шириной $2\gamma_+ \sqrt{E_{\pi 0}^2 - 1}$.

Таким образом, спектр пионов от кластера m в лабораторной системе будет представлен интегралом

$$F(E_{\pi}) = \frac{C(m)}{2\gamma_+} \int_{E_{\text{min}}}^m \frac{x}{e^x - 1} [1 - e^{-(m-x)}] dx.$$

Здесь

$$E_{\text{min}} = \frac{1}{2} \left(\frac{E_{\pi}}{\gamma_+} + \frac{\gamma_+}{E_{\pi}} \right)$$

— пороговая энергия пионов в системе кластера.

Этот спектр подвергается усреднению по массам m , в результате чего мы получаем функцию генерации пионов $F(E, E_{\pi})$, которая выражает спектр пионов, рождаемых протоном с энергией E .

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ КРАТНОСТИ МЮОНОВ

Пионы могут испытывать ядерные взаимодействия, либо распадаться на мюон и нейтрино. Оценки показывают, что ядерные потери пионов малы и могут не приниматься во внимание. При распаде мюону передается энергия в пределах от $E_{\pi} m_{\mu}^2 / m_{\pi}^2$ до E_{π} . Спектр мюонов от распада пиона с энергией E_{π} в указанных пределах является постоянным. Функция генерации пионов путем соответ-

ствующего усреднения может быть преобразована в функцию генерации мюонов $F(E, E_{\mu})$.

Мюоны на пути к детектору теряют энергию на ионизацию и, кроме того, распадаются. Оба эти процесса вносят вклад в измеряемый поток мюонов. Поток мюонов, следовательно, зависит от высоты, на которой произошло их рождение.

Вместо геометрической высоты x удобнее пользоваться глубиной h , определяемой с помощью формулы

$$dh = -\rho(h) dx,$$

где $\rho(h)$ — плотность воздуха, зависящая от высоты. Знак минус подчеркивает, что глубина атмосферы уменьшается с высотой. Глубина уровня моря $h_0 \approx 1000$ г/см².

Ионизационные потери мюонов приблизительно постоянно — не зависят от энергии мюонов

$$-\frac{dE_{\mu}}{dh} = a, \text{ что составляет } 2\text{МэВ}/(\text{г/см}^2).$$

Соответственно мюон, рожденный на глубине h с энергией $E_{\mu 0}$, на уровне моря имеет энергию

$$E_{\mu} = E_{\mu 0} - a(h_0 - h).$$

Вероятность $w(h)$ того, что мюон дойдет до уровня h без распада, определяется уравнением

$$\frac{dw(h)}{dh} = -\frac{w(h)}{\rho(h)c\tau},$$

где c — скорость света, а τ — время жизни мюона. Оно пропорционально его энергии и вследствие ионизационных потерь зависит от h .

Примем изотермическую модель атмосферы с приведенной высотой $H_0 = 10$ км.

Тогда $\rho(h) = h/H_0$, а

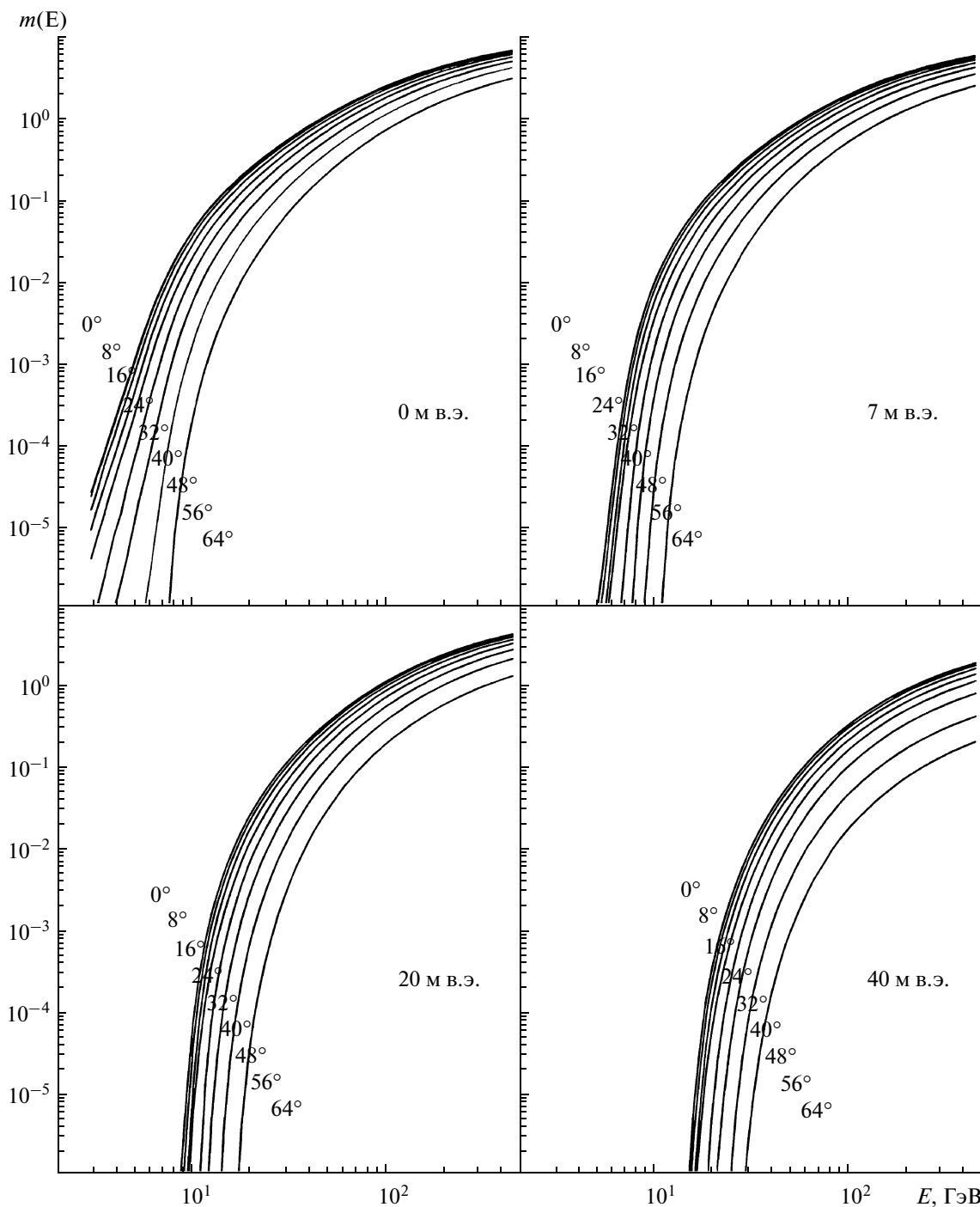
$$\tau(h) = \frac{\tau_0}{m_{\mu}c^2} [E_{\mu} + a(h_0 - h)].$$

Здесь $\tau_0 = 2.2 \cdot 10^{-6}$ сек — время жизни покоящегося мюона. Подстановка этих величин в уравнение и его интегрирование от уровня генерации h до h_0 дают

$$w(h) = \left[\frac{h}{h_0} \frac{E_{\mu}}{E_{\mu} + a(h_0 - h)} \right]^{\lambda}, \quad \lambda = \frac{\sigma}{E_{\mu} + ah_0},$$

$$\sigma = \frac{H_0}{c\tau_0} m_{\mu}c^2.$$

Так как и вероятность w и энергия мюона в момент его генерации зависят от h , необходимо знать распределение точек генерации по глубине. Без по-



Зависимость кратности мюонов $m(E)$ от энергии первичной частицы E для зенитных углов $\theta = 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56$ и 64 градуса на уровнях $0, 7, 20$ и 40 метров водного эквивалента (м в.э.).

тери точности можно считать, что пионы распадаются мгновенно, и рождение мюонов происходит там, где произошло взаимодействие протона.

В расчетах принимаются во внимание несколько поколений мюонов, образуемых последовательными взаимодействиями первичного протона. Первое взаимодействие распределено по глубине как

$$f_1(h) = \frac{1}{L} e^{-h/L},$$

где $L = 90 \text{ г/см}^2$. Можно считать, что в этом взаимодействии исчезает первичный протон и рождается протон следующего поколения, взаимодействие которого порождает мюон следующего поколения, и так далее.

Для распределения по глубине генерации мюонов n -го поколения получим формулу

$$f_n(h) = \frac{1}{Ln!} \left(\frac{h}{L}\right)^n e^{-h/L}.$$

Если энергия первичного протона фиксирована и равна E_0 , то в следующих поколениях мы будем иметь спектр протонов с энергиями $E_n < E_0$, который легко может быть получен, так как мы знаем распределение коэффициента неупругости.

Спектры мюонов на уровне наблюдения, произведенных первичными протонами с энергиями E_0 , рассчитаны указанным способом. Так как детекторы регистрируют мюоны с энергиями выше некоторого порога ΔE_μ , строились интегральные спектры мюонов, которые представляют собой интегральные кратности $m_i(E)$ для детектора с номером i .

Описанная процедура расчета применима для вертикально падающих частиц. В случае, когда падение происходит под некоторым углом к вертикали, следует лишь изменить числовые значения параметров $L, a, \tau_0, \Delta E_\mu$, оставляя неизменной самую схему расчета.

На рисунке представлены результаты расчета кратностей для детекторов мюонов Якутского спектрографа космических лучей. Таблицы значений вычисленных кратностей приведены в Интернете по адресу: <http://www.ysn.ru/ipm/krat/>.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе упрощенной модели о множественном рождении пионов, определены уточненные дифференциальные кратности мюонов для Якутского спектрографа космических лучей.

Сравнение с прежними расчетами [Крымский и др., 1966] показывает, что там кратности были занижены, а пороговые энергии протонов — завышены. Эти погрешности явились следствием того, что флуктуации элементарного акта не были учтены в должной мере.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ: 09-02-98507-р_восток_а, 09-02-98511-р_восток_а, 09-02-00425-а, РФФИ 09-02-00233-а, РФФИ 09-02-12022-офи_м, РФФИ 10-02-00877-а программ Президиума РАН № 8 и № 16, а также ведущей научной школы НШ-3526.2010.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аmineва Т.П., Сарычева Л.И. Фундаментальные взаимодействия и космические лучи. М.: Эдиториал УРСС, 165 с. 1999.
- Дорман Л.И. Вариации космических лучей. М.: Гостехиздат. 492 с. 1957.
- Крымский Г.Ф., Кузьмин А.И., Скрипин Г.В., Кривошапкин П.А., Алтухов А.М. Расчет коэффициентов связи для комплекса азимутальных регистраторов космических лучей // Исслед. по геомагнетизму и аэрономии. М.: Наука, С. 124–138. 1966.
- Фейнберг Е.Л. Множественная генерация адронов и статистическая теория // УФН. Т. 104. № 3. С. 539–592. 1971.

Сдано в набор 02.06.2011 г.

Подписано к печати 09.08.2011 г.

Формат бумаги 60 × 88¹/₈

Цифровая печать

Усл. печ. л. 18.0

Усл. кр.-отт. 2.3 тыс.

Уч.-изд. л. 17.9

Бум. л. 9.0

Тираж 121 экз.

Зак. 1725

Учредители: Российская академия наук,
Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН (С.-Петербургский филиал)

Издатель: Российская академия наук. Издательство “Наука”, 117997 Москва, Профсоюзная ул., 90

Оригинал-макет подготовлен МАИК “Наука/Интерпериодика”

Отпечатано в ППП “Типография “Наука”, 121099 Москва, Шубинский пер., 6