

УДК 550.386

## ФОРМИРОВАНИЕ КАВЕРН ПЛОТНОСТИ С НЕСТАЦИОНАРНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ В ЗОНЕ АВРОРАЛЬНЫХ ПРОДОЛЬНЫХ ТОКОВ

© 2011 г. П. А. Беспалов<sup>1</sup>, В. Г. Мизонова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Учреждение РАН Институт прикладной физики, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород  
e-mail: peter@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 16.11.2009 г.

После доработки 09.03.2010 г.

Проанализирован вопрос о формировании мелкомасштабных каверн плотности с нестационарным электрическим полем, которые регистрируются в земной авроральной магнитосфере. Показано, что вероятной первопричиной формирования каверн служат превышающие пороговые значения продольные квазистатические электрические токи и токи кинетических альвеновских волн. Рассмотрены актуальные варианты линейной и нелинейной стадий неустойчивости возмущений плотности. Установленные свойства параметров мелкомасштабных каверн плотности и нестационарно-электрического поля согласуются с известными экспериментальными данными.

### ВВЕДЕНИЕ

Многочисленные космические эксперименты по проектам VIKING, FREJA, INTERBALL, POLAR и др. показали, что для разреженной авроральной магнитосферы типичны возмущения плотности среды, коррелирующие с нестационарными электрическими полями [Stasiewicz et al., 2000a; Kozlovsky and Lyatsky 1997; Carlson et al., 1998; Chaston et al., 1998; 2000; 2004; Wygant et al., 2002; Genot et al., 2004].

На спутнике FAST были проведены обстоятельные исследования многих важных параметров авроральной плазмы с рекордным для своего времени пространственно-временным разрешением [Chaston et al., 1998; 2000; 2003; 2004]. Было установлено наличие многочисленных каверн плотности. Эти каверны с размерами порядка нескольких сотен метров для космических условий – мелкомасштабные. С кавернами связаны нестационарные электрические поля [Louarn et al., 1994; Chaston et al., 2003; Genot et al., 1999; Wu and Chao, 2004]. В той же пространственной зоне регистрируются продольные квазистационарные электрические токи, кинетические альвеновские волны и потоки ускоренных электронов и ионов [Chaston et al., 2000; 2003; Khotyaintsev и др., 2000; Louarn et al., 1994; Wygant et al., 2000; 2002; Genot et al., 1999; 2000; 2004].

Теория тоже продвинулась в понимании отдельных аспектов физики авроральной плазмы. Например, были изучены закономерности формирования двойных слоев [Langmuir, 1913; Kan and Lee, 1980; Белова и др., 1980; Borovsky and Joyce, 1983; Гуревич

и др., 1985; Yadav et al., 1994]. Были исследованы механизмы формирования сравнительно крупномасштабных каверн плотности, связанные с пондеромоторными эффектами [Volosevich and Galperin, 1999] и эффектами джоулева нагрева [Stasiewicz et al., 2000b]. Еще до опубликования материалов об экспериментах на спутнике FAST в работе [Беспалов и Мизонова, 1998] была введена в рассмотрение модельная сильная плазменная турбулентность в виде уединенных структур электрического поля. Эта модель дала возможность провести расчеты свойств потоков энергичных частиц. Позднее с учетом экспериментальных данных модель была детализирована, что позволило объяснить многие особенности угловых и энергетических спектров энергичных частиц в зоне аврорального ускорения [Bespalov and Misonova, 2001; 2002]. Некоторые предварительные соображения о причине формирования каверн плотности были рассмотрены в статье [Bespalov et al., 2006].

В данной работе мы попытаемся связать вопрос о формировании мелкомасштабных каверн плотности с элементами теории аномального сопротивления плазмы [Веденов и Рютов, 1972; Галеев и Сагдеев, 1984]. Будет показано, что вероятной первопричиной, ответственной за углубление каверн, служит превышение порогового значения продольным квазистационарным электрическим током и током кинетических альвеновских волн. Мы рассмотрим линейную и нелинейную стадии неустойчивости мелкомасштабных возмущений плотности. В результате будут сделаны оценки параметров каверн плотности и связанного с ними нестационарного электрического поля.

Изложение всех этих не простых вопросов естественно начать с краткого напоминания о некоторых результатах теории аномального сопротивления плазмы.

## 2. О ПРОБЛЕМЕ АНОМАЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЛАЗМЫ

В плазме с электрическим током имеется упорядоченная скорость электронов относительно ионов  $v_{0e}$ . Если эта упорядоченная скорость превышает некоторое критическое значение  $v_{0e} > v_d$ , сопротивление плазмы резко возрастает. Такое аномальное сопротивление связано с возникновением в плазме неустойчивостей. Причина роста сопротивления заключается в том, что в случае неустойчивости электроны в дополнение к обычным потерям упорядоченного импульса из-за парных кулоновских соударений частиц теряют его за счет излучения электромагнитных волн. При этом эффективная частота соударений  $v_{eff}$ , характеризующая потерю упорядоченного импульса электронов, оказывается значительно (в десятки раз) больше частоты кулоновских соударений.

Развитые хаотические электромагнитные колебания могут рассматриваться как газ квазичастиц, рассеивающих электроны, и описываться в рамках теории плазменной турбулентности [Веденов и Рютов, 1972; Галеев и Сагдеев, 1973; Кадомцев, 1976]. Эффективная частота соударений электронов с такими квазичастицами  $v_{eff}$  имеет порядок [Арцимович и Сагдеев, 1979]

$$v_{eff} \sim \omega \frac{W}{N \kappa_B T}, \quad (1)$$

и определяет аномальную проводимость плазмы

$$\sigma_A = \frac{Ne^2}{m_e v_{eff}}. \quad (2)$$

В выражениях (1), (2)  $\omega$  — характерная частота и  $W$  — плотность энергии электромагнитных колебаний,  $e$  — величина заряда электрона,  $N$  — концентрация плазмы,  $\kappa_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура. Индексы  $e$  и  $i$  здесь и ниже соответствуют электронам и ионам. Основной проблемой в теории аномального сопротивления является установление связи между линейной теорией неустойчивости и ее нелинейными характеристиками, прежде всего энергией  $W$  в режиме насыщения неустойчивости.

К неустойчивостям плазмы, ответственным за аномальное сопротивление, относятся ионно-звуковая неустойчивость при  $v_d \sim V_S = \sqrt{\gamma \kappa_B T_e / m_i}$ ,  $T_i \ll T_e$ , где  $\gamma$  показатель адиабаты, и бунемановская неустойчивость при  $v_d \sim v_{Te}$ , где  $v_{Te}$  — тепловая скорость электронов [Арцимович и Сагдеев, 1979].

Ионно-звуковая неустойчивость является кинетической неустойчивостью и связана с резонансным взаимодействием электронов и ионно-звуковых колебаний. Предполагая, что функция распределения электронов есть сдвинутая на величину  $v_{0e}$  максвелловская функция, для инкремента ионного звука можно получить выражение [Арцимович и Сагдеев, 1979].

$$\gamma_{is} = -(\pi/8)^{1/2} \omega \left\{ (\omega - kv_{0e}) / k (\kappa_B T_e / m_i)^{1/2} + (T_e / T_i)^{3/2} \exp(-T_e / 2T_i) \right\}. \quad (3)$$

Из выражения (3) следует, что при фазовой скорости ионного звука  $\omega/k \sim \sqrt{\kappa_B T_e / m_i} < v_{0e}$  (при этом  $j \leq eNV_S$ ) вклад электронов в инкремент может приводить к раскачке ионно-звуковых колебаний, если ионная температура достаточно мала. Для ионного звука инкремент много меньше действительной части его частоты, поэтому для определения плотности энергии  $W$  и эффективной частоты соударений  $v_{eff}$  могут применяться методы слабой турбулентности, использование которых приводит к выражению [Арцимович и Сагдеев, 1979]

$$v_{eff} \approx 10^{-2} \omega_{pi} \frac{v_{0e} T_e}{V_S T_i},$$

где  $V_S$  — скорость ионного звука.

Особенностью ионно-звукового квазилинейного спектра является отсутствие волн с достаточно малыми поперечными фазовыми скоростями. Вследствие этого вдоль направления тока образуется небольшой конус в пространстве скоростей, внутри которого электроны не взаимодействуют с волнами. Если токи параллельны магнитному полю, то эти электроны могут свободно ускоряться электрическим полем, уменьшая электрическое сопротивление плазмы. Точное решение задачи о динамике распределения “убегающих” электронов не получено. Существует предположение, согласно которому со временем увеличивается число электронов, вовлекаемых в режим убегающего со скоростью свободного разлета.

При превышении продольным током значения

$$j_z^2 \geq j_*^2 = \gamma \frac{e^2 p N}{m_e}, \quad (4)$$

где  $p$  — давление плазмы, (при этом  $v_{0e} > v_{Te}$ ) ионно-звуковая неустойчивость переходит в бунемановскую неустойчивость, связанную с раскачкой связанных друг с другом колебаний плотности заряда электронной и ионной компонент. Для нахождения плотности энергии волн  $W$  в режиме насыщения и эффективной частоты соударений (1) используются методы сильной плазменной турбулентности. Одним из нелинейных эффектов, к ко-

торым приводит токовая неустойчивость со скоростями  $v_{0e} > v_{Te}$ , являются классические двойные слои Ленгмюра [Langmuir, 1913; Арцимович и Сагдеев, 1979; Белова и др., 1980; Гуревич и др., 1985]. Однако строгой теории двойного слоя, учитывающей возникающую вследствие бунемановской неустойчивости турбулентность, пока не существует.

Явление аномального сопротивления является одним из важных разделов физики коллективных процессов в плазме. Качественный ход зависимости  $j(E)$  в условиях аномального сопротивления представлен на рис. 1. При плотностях тока, меньших критического значения  $j \leq eNV_S$ , связь плотности тока и электрического поля линейна, что соответствует классической электропроводности при кулоновских столкновениях. Участок кривой  $j(E)$  при  $eNV_S \leq j \leq eNv_{Te}$  соответствует аномальной проводимости, связанной с ионно-звуковой неустойчивостью и описывающейся в квазилинейной теории. При  $j \geq eNv_{Te}$  выполнено условие бунемановской неустойчивости. Для нахождения аномальной проводимости в этом случае используют методы сильной плазменной турбулентности.

Отмеченные важные результаты были получены для плазмы без магнитного поля. Ниже мы рассмотрим линейную и нелинейную стадии неустойчивости мелкомасштабных возмущений плотности, приводящей к аномальному сопротивлению плазмы, в магнитном поле. Покажем прежде всего, что благоприятные условия для развития токовых неустойчивостей и возникновения аномального сопротивления плазмы могут иметь место в поле кинетических альвеновских волн в авроральной магнитосфере.

**2.1. Продольные токи в кинетической альвеновской волне.** Для высокоширотных областей магнитосферы характерно существование локализованных по поперечным координатам сравнительно интенсивных квазистационарных продольных электрических токов. Пространственная неоднородность токов, вероятно, может приводить к неустойчивостям, ответственным за возбуждение альвеновских волн с широким угловым спектром [Kozlovsky and Lyatsky, 1997; Wu and Seyler, 2003]. Конкретные свойства альвеновских волн в бесстолкновительной плазме зависят от параметра  $\beta$  – отношения газокинетического давления к магнитному. Например, при очень малом параметре  $\beta < m_e/m_i$  реализуются инерционные альвеновские волны. В рассматриваемой нами области магнитосферы параметр  $\beta > m_e/m_i$ , что соответствует кинетическим альвеновским волнам (КАВ). Для нас особенно важно, что в кинетических альвеновских волнах продольные токи могут достигать больших значений и приводить к токовым неустойчивостям и аномальному сопротивлению плазмы. Выясним

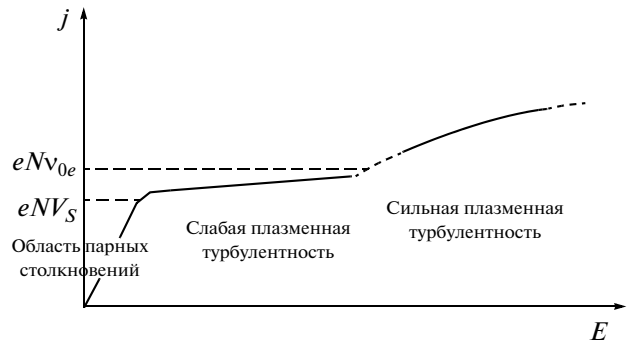


Рис. 1. Качественная зависимость  $j(E)$  в условиях аномального сопротивления.

прежде всего, при каких условиях продольные электрические токи в КАВ максимальны.

Предположим, что кинетическая альвеновская волна с частотой  $\omega_A$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$  распространяется под углом  $\vartheta$  к внешнему магнитному полю  $\mathbf{B}_0$ . В системе координат с осью  $z$  вдоль магнитного поля и осью  $x$  вдоль поперечной составляющей волнового вектора переменные электрическое и магнитное поля имеют следующие компоненты  $\mathbf{E}_\sim = (E_x, 0, E_z)$  и  $\mathbf{B}_\sim = (0, B_y, 0)$ . Плотность электрического тока при условии  $V_A \ll c$ , где  $V_A$  – альвеновская скорость, определяется законом Ампера

$$\mu_0 j = \text{rot} \mathbf{B}_\sim.$$

Плотность продольного тока, соответственно, равна

$$j_z = -\frac{ik_x}{\mu_0} B_y. \tag{5}$$

Величина поперечной компоненты волнового вектора  $k_x$  в формуле (5) входит в дисперсионное соотношение [Streltsov and Lotko, 1995; Lysak and Lotko, 1996]

$$\omega_A^2 = \left[ \frac{1 + (k_x v_{Te} / \omega_{BH})^2}{1 + (k_x V_A / \omega_{BH})^2} \right] k_z^2 V_A^2, \tag{6}$$

где  $\omega_{BH}^2 = \omega_{Bi} \omega_{Be}$ , тепловая скорость электронов  $v_{Te}$  много больше альвеновской скорости  $V_A$ . Подставляя в уравнение (6)  $k_z = k_x \text{ctg} \vartheta$ , при заданных частоте  $\omega_A$  и угле  $\vartheta$  получаем квадратное уравнение относительно  $k_x^2$ . Положительный корень  $k_x^2 \geq 0$  этого уравнения представляет собой монотонную функцию угла  $\vartheta$ , возрастающую от нуля при  $\vartheta = 0$  до бесконечности при  $\vartheta = \pi/2$ . В соответствии с уравнением (5), плотность продольных токов  $j_z$  также должна монотонно возрастать с увеличением угла  $\vartheta$ . Таким образом, наиболее сильные электрические токи связаны с волнами, распространяющимися по-

чти поперек внешнего магнитного поля. Реально  $|k_x|$  не превышает значения  $\sim \omega_{pe}/c$  [Genot et al., 1999; 2000], где  $\omega_{pe} = \sqrt{e^2 N / \epsilon_0 m_e}$  – электронная плазменная частота, а  $k_z \approx \omega_A / v_{Te}$  в соответствии с уравнением (6). Поэтому тангенс угла ограничен величиной  $\text{tg} \phi \leq (\omega_{pe} v_{Te} / \omega c)$ . Следовательно, максимальная плотность продольных токов (5) при заданной амплитуде  $B_y$  имеет порядок  $|j_{z \max}| \sim |B_y| \omega_{pe} / \mu_0 c$ . Отметим, что о высоких значениях волнового вектора в поперечном направлении свидетельствуют экспериментальные данные, согласно которым КАВ могут быть локализованы в узкой трубке магнитного поля.

Таким образом, в области распространения квазипоперечных КАВ величина продольных электрических токов может достигать сравнительно больших значений, и, следовательно, могут реализовываться благоприятные условия для развития токовых неустойчивостей. Действительно, пусть амплитуда продольной плотности тока КАВ превышает значение  $j_{z \max}^2 > j_*^2$  (см. (4)). При этом амплитуда продольной упорядоченной скорости электронов больше их тепловой скорости. Тогда на разных интервалах периода КАВ могут реализовываться различные режимы неустойчивостей. Если плотность тока меньше величины  $j_z \leq eNV_S$  (при этом упорядоченная скорость электронов относительно ионов  $v_{0e} \leq V_S$ ), токовая неустойчивость не развивается. Когда плотность тока становится больше этой величины  $j_z \geq eNV_S$ , а упорядоченная скорость электронов, соответственно  $v_{0e} \geq V_S$ , неустойчивыми становятся ионно-звуковые колебания. А при превышении продольным током значения (4)  $j_z^2 \geq j_*^2$  (при этом упорядоченная скорость электронов больше их тепловой скорости), ионно-звуковая неустойчивость переходит в бунемановскую.

Исследуем подробнее вопрос об устойчивости плазмы при условии (4). Покажем, что в этом случае неустойчивы мелкомасштабные возмущения плотности плазмы, что может приводить к образованию мелкомасштабных каверн с пониженной плотностью частиц и сравнительно сильным электрическим полем.

**2.2. Условие неустойчивости мелкомасштабных возмущений плотности в плазме с сильными продольными токами КАВ.** Предположим, что амплитуда продольных токов в КАВ превышает значение  $j_*$  (4). Исследуем вопрос об устойчивости возмущений плазменной плотности. Как будет показано ниже, основная причина нарушения устойчивости связана с нелинейными по плотности тока слагаемыми в квазигидродинамических уравнениях. Поэтому в рассматриваемом случае  $j_z \gg j_\perp$  можно ограничиться одномерной вдоль оси  $z$  задачей.

Для описания процесса развития неустойчивости используем систему уравнений [Данжи, 1961], основанную на квазигидродинамическом описании плазменных процессов,

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \text{div} \mu \mathbf{u} = 0, \quad (7)$$

$$\mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = f_i = -\frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} + (\rho \mathbf{E} + [\mathbf{j}, \mathbf{B}])_i, \quad (8)$$

$$S_{kl} = p \delta_{kl} + \frac{(N_i m_i + N_e m_e) m_i m_e}{e^2 N_i N_e (m_i + m_e)^2} \times \\ \times [j_k - e(N_i - N_e) u_k][j_l - e(N_i - N_e) u_l]. \quad (9)$$

Здесь  $\mu = m_i N_i + m_e N_e$  – локальная плотность плазмы,  $\mathbf{u} = \frac{m_i \mathbf{v}_i + m_e \mathbf{v}_e}{m_i + m_e}$  – локальная скорость плазмы,  $\rho$  – плотность электрического заряда. Уравнения (7)–(9) получаются при сложении квазигидродинамических уравнений [Железняков, 1964] для ионной и электронной компонент плазмы, учитывают нелинейные слагаемые, существенные при больших электрических токах и электрических полях. Как будет показано ниже, именно эти слагаемые ответственны за развитие интересующей нас неустойчивости.

В одномерном случае уравнения (7), (8) имеют вид

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \mu u_z = 0, \quad (10)$$

$$\mu \left( \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = f_z, \quad (11)$$

где для продольной компоненты объемной плотности силы  $f_z$  при условиях  $j_z \gg j_\perp$ ,  $m_e \ll m_i$ ,  $\rho u_z \ll j_z$  и с учетом формулы (9) и уравнения Гаусса

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{e(N_i - N_e)}{\epsilon_0}$$

получаем выражение

$$f_z \approx -\frac{\partial}{\partial z} \left( p + \frac{m_e j_z^2}{e^2 N_e} - \frac{\epsilon_0 E_z^2}{2} \right). \quad (12)$$

Считая, что характерные пространственные и временные масштабы возмущений плазменной плотности много меньше продольной длины  $\lambda_z = 2\pi/k_z$  и периода КАВ, плотность продольных токов  $j_z$  в выражении (12) можно считать гармонической функцией времени  $\sim \exp(i\omega_A t)$ , не зависящей от продольной координаты  $z$ . На начальной стадии развития неустойчивости последнее слагаемое в правой части формулы (12) определяется продольной компонентой напряженно-

сти поля альвеновской волны и по порядку величины в  $\omega_{pe}^2/\omega_A^2$  раз меньше второго слагаемого, поэтому выражение для плотности силы может быть записано в виде

$$f_z \approx -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{m_e j_z^2}{e^2 N} + p \right) = \left( \frac{m_e j_z^2}{e^2 N^2} - \frac{\gamma p}{N} \right) \frac{\partial N}{\partial z}. \quad (13)$$

Здесь учтено, что  $N_i \approx N_e = N$ , и сделано предположение об адиабатическом характере процесса

$$(p/N^\gamma) = \text{const}, \quad (14)$$

где  $\gamma$  – показатель адиабаты. Из выражения (14) следует, что при условии

$$\frac{m_e j_z^2}{e^2 N^2} - \frac{\gamma p}{N} > 0, \quad (15)$$

плотность силы (13) направлена в сторону градиента концентрации  $\partial N/\partial z$ . Это означает, что плазма будет вытесняться из областей с пониженной плотностью, приводя к дальнейшему ее уменьшению и увеличению силы  $f_z$ .

Таким образом, наличие электрических токов эквивалентно дополнительному эффективному давлению плазмы  $m_e j_z^2/e^2 N$ , которое при условии (15) приводит к неустойчивости мелкомасштабных по сравнению с длиной волны КАВ возмущений плотности. Это условие совпадает с условием бунемановской неустойчивости (4) и в приближении холодных ионов  $T_e \gg T_i$  эквивалентно неравенству

$$N^2 < N_*^2 = \frac{m_e j_z^2}{\gamma e^2 \kappa_B T_e}. \quad (16)$$

Соответствующее условие для амплитуды кинетической альвеновской волны имеет вид

$$\frac{|B_y^2|}{\mu_0} > \frac{B_*^2}{\mu_0} = \gamma p \left( \frac{\omega_{pe}}{k_x c} \right)^2. \quad (17)$$

Как видно из выражения (17), пороговое значение амплитуды КАВ  $B_*$ , при котором мелкомасштабные возмущения плотности становятся неустойчивыми, тем ниже, чем меньше плотность фоновой плазмы и чем больше значение  $k_x$ . То есть наиболее благоприятные условия для развития неустойчивости связаны с волнами, распространяющимися почти поперек внешнего магнитного поля в достаточно разреженной плазме.

**2.3. Формирование каверн с пониженной плотностью плазмы и значительным электрическим полем.** Рассмотрим качественно начальную стадию развития неустойчивости на примере распространяющейся вдоль оси  $z$  ионно-звуковой волны с волновым вектором  $k_S$ . Для описания неустойчивости используем систему уравнений (7) и (8) с учетом (12) и (14), которую дополним одномерным квазигидро-

динамическим уравнением для плотности импульса ионов. Предполагая, что ионная температура  $T_i$  много меньше электронной температуры ( $T_e T_i \ll T_e$ , при этом ионно-звуковые колебания не испытывают сильного затухания Ландау на ионах), учитывая, что  $\mu \approx N m_i$  и  $v_i \approx u_z$ , запишем

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (N u_z) = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial N u_z}{\partial t} + \frac{\partial N u_z^2}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( V_{So}^2 \left( \frac{N^\gamma}{\gamma N_0^{\gamma-1}} + \frac{N_*^2}{N} \right) - \frac{\varepsilon_0 E_z^2}{2 m_i} \right), \quad (19)$$

$$\frac{\partial N u_z}{\partial t} + \frac{\partial N u_z^2}{\partial z} = \frac{e}{m_i} N E_z. \quad (20)$$

Здесь  $N_0$  – концентрация частиц невозмущенной плазмы, пороговое значение  $N_*$  определяется выражением (16) и на расстояниях, много меньших продольной длины альвеновской волны, является медленно меняющейся функцией времени  $N_*(t) \sim \exp(2i\omega_A t)$ ,

$$V_{So} = \sqrt{\frac{\gamma \kappa_B T_e}{m_i}} \quad (21)$$

скорость ионно-звуковой волны при  $N_* = 0$ .

Исследуем систему уравнений (18)–(20). Предположим сначала, что пороговое значение концентрации (16) меньше концентрации частиц  $N_*(t) < N$ , т.е. условие развития неустойчивости не выполнено. Полагая  $N = N_+ + N_-$  и линеаризуя уравнения (18) и (19), для возмущенной концентрации  $N_-$  получаем

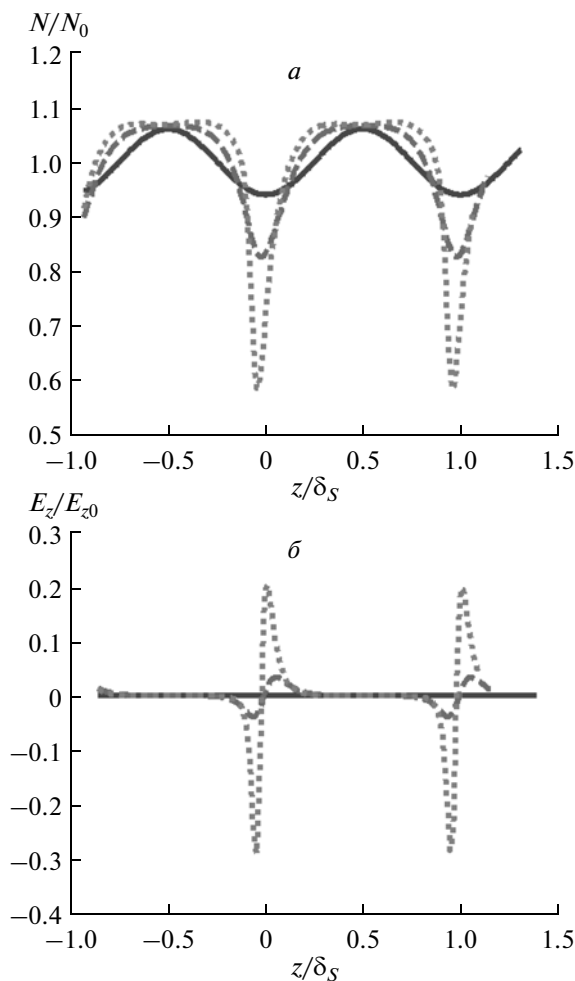
$$\frac{\partial^2 N_-}{\partial t^2} \approx V_{So}^2 \left( 1 - \left( \frac{N_*(t)}{N_+} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 N_-}{\partial z^2}. \quad (22)$$

Учитывая далее, что характерное время процесса мало по сравнению с характерным временем изменения  $N_*(t)$ , и подставляя в уравнение (22)  $N_- = A(t) \exp i(\kappa(t) - k_S z)$ , находим

$$N_- = \frac{A_0 V_{So} k_S}{\dot{\kappa}(t)} \exp i(\kappa(t) - k_S z), \quad (23)$$

$$\dot{\kappa} = V_{So} k_S \sqrt{1 - \left( \frac{N_*(t)}{N_+} \right)^2}, \quad \omega_A \ll \dot{\kappa}.$$

Здесь  $A_0$  – амплитуда ионно-звукового колебания при  $N_*(t) = 0$ . Таким образом, с ростом продольных токов значения пороговой концентрации  $N_*(t)$  и амплитуда волны  $A(t) = A_0 V_{So} k_S / \dot{\kappa}(t)$ , увеличиваются, частота  $\dot{\kappa}$  (23) и фазовая скорость  $\dot{\kappa}/k_S$  уменьшаются, а длина волны  $\delta_S = 2\pi/k_S$  практически не изменяется.



**Рис. 2.** Координатные зависимости безразмерных значений концентрации частиц  $N/N_0$  (а) и электрического поля  $E_z/E_{z0}$ , где  $E_{z0} = (m_i V_{So}^2 / 2e \delta_S)$  (б), в моменты времени  $t = 0$  (сплошная линия),  $t = 7.9 \frac{\delta_S}{V_{So}}$  (штриховая

линия) и  $t = 7.9 \frac{\delta_S}{V_{So}}$  (пунктирная линия). Данные получены в результате численного интегрирования уравнений (18)–(20) при  $(N_*/N_0) = 1.1$  и  $\gamma = 5/3$ ; начальные условия  $N(z, 0)/N_0 = 1 - 0.06 \cos(\pi z/\delta_S)$  и  $u_z(z, 0)/V_{So} = 0.001 \cos(\pi z/\delta_S)$ .

На том интервале периода кинетической альвеновской волны, когда  $N < N_*(t)$ , линейный инкремент нарастания равен

$$\gamma_S \approx V_{So} k_S \sqrt{\left(\frac{N_*}{N_0}\right)^2 - 1}. \quad (24)$$

Из выражения (24) видно, что больший инкремент неустойчивости соответствует большим значениям  $k_S$ , т.е. меньшим эквивалентным длинам ионно-звуковых колебаний.

С дальнейшим развитием неустойчивости плазма вытесняется из областей с пониженной плотностью, что приводит к дальнейшему увеличению выталкивающей силы и углублению каверн плотности. Процесс нелинейный и сопровождается ростом продольного электрического поля.

Пример результатов численного решения уравнений (18)–(20) представлен на рис. 2. Для численного решения использовались следующие данные:  $N_*/N_0 = 1.1$ , т.е. порог неустойчивости (16) был незначительно выше значения  $N_0$ , начальные возмущения концентрации и скорости выбирались равными  $N(z, 0)/N_0 = 1 - 0.06 \cos(\pi z/\delta_S)$  и  $u_z(z, 0)/V_{So} = 0.001 \cos(\pi z/\delta_S)$  соответственно,  $\gamma = 5/3$ . На рис. 2а приведена графическая зависимость безразмерной концентрации  $N/N_0$ , а на рис. 2б – продольного электрического поля  $E_z/E_{z0}$  от безразмерной координаты  $z/\delta_S$  в последовательные моменты времени  $t = 0$  (сплошная линия),  $V_{So}t/\delta_S = 7.9$  (штриховая линия) и  $V_{So}t/\delta_S = 9.7$  (пунктирная линия). Электрическое поле нормировано на величину  $E_{z0} = (m_i V_{So}^2 / 2e \delta_S)$ . Ниже будет показано, что эта величина определяет порядок напряженности поля в каверне. Из приведенных графиков можно видеть, что отрицательное возмущение плотности увеличивается, приводя к образованию каверны плотности и росту электрического поля, координатная зависимость которого антисимметрична. Когда плотность продольных токов в КАВ уменьшается до критического (4) и более низких значений, сила становится противоположно направленной градиенту концентрации, и каверны разрушаются.

**2.4. Некоторые характерные параметры каверн плотности.** Используем систему уравнений (18)–(20) для оценок параметров каверн плотности: характерного времени образования каверны  $\tau$ , минимальной концентрации плазмы  $N_{\min}$  и электрического поля  $E_z$  в каверне, а также эффективной частоты соударений (1) электронов с полем каверн на начальной стадии их формирования. Частота соударений важна для оценки аномальной проводимости плазмы (2).

Характерное время образования каверны по порядку величины равно времени развития неустойчивости вблизи ее порога и может быть оценено из уравнений (18)–(20). Аналогично численным расчетам, обозначим за  $\delta_S$  пространственный продольный начальный масштаб неустойчивости, равный по порядку величины длине ионно-звуковых колебаний. Учитывая, что  $N_*(t)$  мало изменяется за время развития неустойчивости, можно положить  $N_*(t) \approx N_0$ . Пренебрегая далее в левой части уравнений (19) и (20) малыми квадратичными по  $u_z$  и  $E_z$

слагаемыми, заменяя  $\partial/\partial t \rightarrow 1/\tau$  и  $\partial/\partial z \rightarrow 1/\delta_S$  для  $N < N_0$  находим

$$\tau \sim \frac{N \delta_S}{N_0 V_{So}}, \quad (25)$$

скорость  $V_{So}$  определяется выражением (21). Напряженность поля в соответствии с уравнениями (19) и (20) приближенно равна

$$E_z \approx \frac{m_i V_{So}^2}{e} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\gamma - 1} \left( \frac{N}{N_0} \right)^{\gamma - 1} - \frac{1}{2} \left( \frac{N_0}{N} \right)^2 \right)$$

и имеет порядок величины

$$E_z \sim \frac{m_i V_{So}^2 N_0^2}{e \delta_S N^2}. \quad (26)$$

Эти оценки согласуются с результатами численных расчетов, приведенными на рис. 2.

Отметим, что в стационарном случае напряженность электрического поля в соответствии с уравнением (20) не может превышать значения  $E_{\text{стац}} \leq \frac{m_i v_{i0}^2}{e \delta_S} \sim \frac{m_e V_{So}^2}{e \delta_S}$ , что существенно меньше величины (26), полученной для нестационарного процесса.

Выражение (25) показывает, что наиболее быстро растущие возмущения имеют меньшие пространственные продольные размеры  $\delta_S$ . В соответствии с оценкой (26), электрическое поле растет с уменьшением концентрации частиц  $N$ . Квадратичное по электрическому полю слагаемое  $\epsilon_0 E_z^2 / 2m_i$  в правой части уравнения (19) является одним из факторов, ограничивающих рост неустойчивости. Когда это слагаемое становится порядка

$$\frac{\epsilon_0 E_z^2}{2m_i} \sim V_{So}^2 \frac{N_0^2}{N},$$

дополнительное эффективное давление в правой части формулы (12) становится равным нулю, и дальнейший рост электрического поля прекращается. Отсюда можно оценить минимальную концентрацию частиц в каверне

$$\left( \frac{N_{\min}}{N_0} \right) \approx \left( \frac{V_{So}}{\delta_S \omega_{pi}} \right)^{2/3} \approx \left( \frac{v_{ezo}}{\delta_S \omega_{pe}} \right)^{2/3}. \quad (27)$$

Эффективная частота соударений  $v_{\text{eff}}$  определяет среднюю потерю импульса электронов в результате их взаимодействия с полем каверн [Арцимович и Сагдеев, 1979] и может быть оценена из соотношения

$$v_{\text{eff}} = \frac{1}{N v_e} \frac{\partial N v_e}{\partial t}.$$

Учитывая, что при  $N_e \sim N_i < N_0$   $\partial N v_e / \partial t \approx \partial N v_i / \partial t$ , используя уравнение (19) и заменяя  $\partial/\partial z \rightarrow 1/\delta_S$ , получаем

$$v_{\text{eff}} \sim \frac{V_{So}^2 N_0}{\delta_S N v_{0e}}.$$

Величина аномальной проводимости (2) при этом может быть оценена как

$$\sigma_A \sim \frac{e^2 N^2 v_{0e} \delta_S}{m_e V_{So}^2 N_0} \sim \sqrt{\frac{m_i \omega_{pe}^2}{m_e \omega_S}},$$

где  $\omega_S = V_{So} k_S$  — частота ионно-звуковых колебаний. Для оценки эффективной частоты  $v_{\text{eff}}$  и величины аномальной проводимости  $\sigma_A$  на более поздней стадии развития неустойчивости мелкомасштабных возмущений плотности  $t \geq \tau$  требуется нахождение плотности энергии  $W$  поля каверн в режиме насыщения (см. (1)).

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ

Для высокоширотных областей земной магнитосферы характерно существование кинетических альвеновских волн. В поле интенсивных КАВ могут реализовываться благоприятные условия для развития токовых неустойчивостей. Показано, что порог неустойчивостей существенно ниже в случае волн, распространяющихся почти поперек внешнего магнитного поля и при низких плотностях фоновой плазмы. Если амплитуда продольных токов КАВ превышает критическое значение (4)  $j_*^2 = \gamma e^2 p N / m_e$ , то на разных интервалах периода КАВ могут реализовываться различные режимы неустойчивостей. На том интервале периода, когда  $j \leq e N V_S$ , связь плотности тока и электрического поля линейна, что соответствует классической электропроводности из-за кулоновских столкновений

$$\sigma = \frac{N e^2 \lambda}{2 m_e v_{0e}},$$

где  $\lambda$  — длина свободного пробега электронов. На интервале периода, когда  $e N V_S \leq j \leq e N v_{0e}$ , может развиваться ионно-звуковая неустойчивость. Величина аномальной проводимости при этом приближенно равна [Арцимович и Сагдеев, 1979]

$$\sigma_A \approx 10^2 \frac{N e^2 V_S T_i}{m_e \omega_{pi} v_{0e} T_e}.$$

На интервале периода КАВ, когда  $j \geq e N v_{0e}$  (критерий бунемановской неустойчивости), неустойчивыми становятся мелкомасштабные по сравнению с продольной длиной КАВ возмущения плазменной плотности. При этом плазма вытесняется из областей с пониженной плотностью, в результате чего формируются каверны плотности с сильным

нестационарным антисимметричным электрическим полем. Формирование каверн плотности и переход плазмы в сильно турбулентное состояние приводит к значительному увеличению сопротивления плазмы. Существование сильной турбулентности и увеличение проводимости в зоне распространения кинетических альвеновских волн подтверждается экспериментальными наблюдениями на спутниках FAST, FREJA, POLAR, VIKING.

Для демонстрации процесса формирования каверн использованы численные расчеты. Оценены основные параметры каверн: характерное время образования каверны  $\tau$ , минимальная концентрация плазмы  $N_{\min}$  и электрическое поле  $E_z$  в каверне, эффективная частота соударений  $v_{\text{eff}}$  электронов с полем каверн и обусловленная этими соударениями аномальная проводимость плазмы на начальной стадии их формирования  $t \leq \tau$ . Величина аномальной проводимости имеет порядок

$$\sigma_A \sim \frac{e^2 N^2 v_{0e} \delta_S}{m_e V_{So}^2 N_0}.$$

Если продолжительность интервала периода КАВ, когда выполнено условие  $j \geq eNv_{0e}$ , больше  $\geq \tau$ , для оценки аномальной проводимости необходимо рассмотрение установившегося режима и нахождения плотности энергии поля каверн  $W$  в режиме насыщения (см. (1)).

Характерный продольный масштаб каверн плотности равен длине ионно-звуковых колебаний  $V_{So}/\omega_S$ , т.е. минимальный размер каверны имеет порядок  $\sim 2\pi\lambda_D$ , где  $\lambda_D$  — дебаевский радиус. По экспериментальным данным, продольные размеры наблюдаемых мелкомасштабных структур с сильным электрическим полем составляет десятки дебаевских радиусов. Оценки минимальной концентрации (27) позволяют объяснить экспериментальные значения уменьшения концентрации на порядок величины [Genot and Louarn, 1999]. Электрическое поле в каверне по полученным в работе оценкам в  $\sqrt{m_i\omega_S}/\sqrt{m_e\omega_A}$  раз превышает амплитуду поля КАВ на пороге неустойчивости, что в рассматриваемой зоне  $\omega_{pe} < \omega_{Ve}$  может составлять несколько десятков раз.

Далее при уменьшении продольных токов волны до значений, меньших критического (4), каверны разрушаются.

#### 4. ВЫВОДЫ

Рассмотрена задача о формировании каверн плотности в поле кинетической альвеновской волны. При этом:

- Показано, что благоприятные условия для образования каверн связаны с кинетическими альвеновскими волнами, распространяющимися почти

поперек внешнего магнитного поля, и с низкими плотностями фоновой плазмы.

- Установлено, что при достаточно интенсивных продольных токах становятся неустойчивыми мелкомасштабные по сравнению с продольной длиной КАВ возмущения плазменной плотности.

- Получено условие неустойчивости возмущений плотности.

- Показано, что неустойчивость приводит к вытеснению плазмы из областей с пониженной плотностью и образованию каверн плотности с сильным нестационарным антисимметричным электрическим полем.

- Получены численные результаты, демонстрирующие процесс формирования каверны плотности.

- Качественно рассмотрена одномерная задача о развитии неустойчивости и формировании каверны плотности на примере ионно-звуковой волны.

- Оценены основные параметры каверны, включая: характерное время образования каверны  $\tau$ , минимальная концентрация плазмы  $N_{\min}$  и электрическое поле  $E_z$  в каверне, эффективная частота соударений  $v_{\text{eff}}$  электронов с полем каверн и обусловленная этими соударениями аномальная проводимость плазмы  $\sigma_A$  на начальной стадии их формирования.

Сопоставлены режимы неустойчивостей и связанная с ними аномальная проводимость плазмы в пределах периода кинетической альвеновской волны.

Работа выполнена при частичной поддержке по программе научных школ НШ-4588.2006.2 и программе ОФН №16 РАН.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Арцимович Л.А., Сагдеев Р.З. Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат. 325 с. 1979.
- Белова Н.Г., Галеев А.А., Сагдеев Р.З., Сигов Ю.С. Явление коллапса электрического поля в двойных слоях // Письма в ЖЭТФ. Т. 31. В. 9. С. 551–555. 1980.
- Беспалов П.А., Мизонова В.Г. Модель ускорения частиц сильной турбулентностью в авроральной магнитосфере // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 38. № 4. С. 148–155. 1998.
- Веденов А.А., Рюттов Д.Д. Квазилинейные эффекты в потоковых неустойчивостях / Вопросы теории плазмы. Под ред. Леонтовича М.А. М.: Госатомиздат, Т. 6. С. 3–21. 1972.
- Галеев А.А., Сагдеев Р.З. Нелинейная теория плазмы / Вопросы теории плазмы. Под ред. Леонтовича М.А. М.: Госатомиздат. Т. 7. С. 303–364. 1973.
- Галеев А.А., Сагдеев Р.З. Токовые неустойчивости и аномальное сопротивление плазмы. Основы физики плазмы. Дополнение ко второму тому. М.: Энергоатомиздат. 237 с. 1984.



- Гуревич А.В., Меерсон Б.И., Рогачевский И.В. Кинетическая теория стационарного двойного слоя в плазме // Физика плазмы. Т. 11. № 10. С. 1213–1222. 1985.
- Данжи Дж. Космическая электродинамика. М.: Госатомиздат, 148 с. 1961.
- Железняков В.В. Радиоизлучение Солнца и планет. М.: Наука, 1964.
- Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976.
- Bessalov P.A., Misonova V.G. Formation of energetic particle fluxes by electrostatic structures in strongly disturbed auroral magnetosphere // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. V. 63. P. 1753–1762. 2001.
- Bessalov P.A., Misonova V.G. Acceleration of charged particle fluxes by turbulent electrostatic solitary structure in auroral plasma // Adv. Space Res. V. 30. P. 1651–1656. 2002.
- Bessalov P.A., Misonova V.G., Cowley S.W.H. Field-aligned particle acceleration on auroral field lines by interaction with transient density cavities stimulated by kinetic Alfvén waves // Ann. Geophysicae. V. 24. P. 1–17. 2006.
- Borovsky J.E., Joyce G. Numerically simulated two-dimensional auroral double layers // J. Geophys. Res. V. 88. № A4. P. 3116–3126. 1983.
- Carlqvist P. On the formation of double layers in plasma // Cosmic Electrodynamics. V. 3. № 3. P. 377–388. 1972.
- Carlson C.W., Pfaff R.F., Watzin J.G. Fast Auroral Snapshot (FAST) mission // J. Geophys. Res. Lett. V. 25. P. 2013–2016. 1998.
- Chaston C.C., Carlson C.W., Peria W.J., Ergun R.E. FAST observations of inertial Alfvén waves in the dayside aurora // Geophys. Res. Lett. V. 26. P. 647–650. 1998.
- Chaston C.C., Carlson C.W., Ergun R.E. Alfvén waves, density cavities and electron acceleration observed from the FAST spacecraft // Phys. Scr. T. 84. P. 64–68. 2000.
- Chaston C.C., Bonnell J.W., Carlson C.W., McFaddon J.P., Ergun R.E., Strangeway R.J. Properties of small-scale Alfvén waves and accelerated electrons from FAST // J. Geophys. Res. V. 108. № A4. 2003. doi: 10.1029/2002JA009420.
- Caston C.C., Bonnell J.W., Carlson C.W., McFaddon J.P., Ergun R.E., Strangeway R.J., Lund E.J. Auroral ion acceleration in dispersive Alfvén waves // J. Geophys. Res. V. 109. № A04205. 2004. doi: 10.1029/2003JA010053.
- Genot V., Louran P., Le Queau D. A study of the propagation of Alfvén waves in the auroral density cavities // J. Geophys. Res. V. 104. P. 22,649–22,656. 1999.
- Genot V., Louran P., Mottez F. Electron acceleration by Alfvén waves in density cavities // J. Geophys. Res. V. 105. P. 27,611–27,620. 2000.
- Genot V., Louran P., Mottez F. Alfvén wave interaction with inhomogeneous plasmas: Acceleration and energy cascade towards small scales // Ann. Geophysicae. V. 22. P. 2081–2096. 2004.
- Kan J.R., Lee L.C., Akasofu S.I. Two-dimensional potential double-layers and discrete aurora // J. Geophys. Res. V. 84. № A8. P. 4305–4315. 1979.
- Kan J.R., Lee L.C. On the auroral double layer criterion // J. Geophys. Res. V. 85. № A2. P. 788–790. 1980.
- Khotyaintsev Y., Ivchenko N., Stasiewicz K., Berthomier M. Electron energisation by Alfvén waves: Freja and sounding rocket observations // Phys. Scr. T. 84. P. 151–153. 2000.
- Kozlovsky A.E., Lyatsky W.B. Alfvén wave generation by disturbance of ionospheric conductivity in the field-aligned current region // J. Geophys. Res. V. 102. P. 17297–17303. 1997.
- Langmuir I. The effect of space charge and residual on thermionic currents in high vacuum // Phys. Rev. V. 2. P. 450–486. 1913.
- Louarn P., Wahlund J.-E., Chust T., de Feraudy H., Roux A., Holback B., Dovner P.O., Eriksson A.I., Holmgren G. Observations of kinetic Alfvén waves by the Freja spacecraft // Geophys. Res. Lett. V. 21. P. 1847. 1994.
- Lysak R.L., Lotko W. On the kinetic dispersion relation for shear Alfvén waves // J. Geophys. Res. V. 101. P. 5085–5094. 1996.
- Stasiewicz K. et al. Small scale Alfvénic structure in the aurora // Space Sci. Rev. V. 92. P. 423–533. 2000a.
- Stasiewicz K., Lundin R., Marklund G. Stochastic ion heating by orbit chaotization on electrostatic waves and nonlinear structures // Phys. Scr. T. 84. P. 60–63. 2000b.
- Streltsov A., Lotko W. Dispersive field line resonances on auroral field lines // J. Geophys. Res. V. 100. P. 19457–19472. 1995.
- Volosevich A.V., Galperin Yu.I. Nonlinear MHD theory of stationary moving structures and knoidal waves in auroral and magnetospheric plasmas: observations from Viking and search from Interball // Czech. J. Phys. V. 49. P. 647–656. 1999.
- Wu D.J., Chao J.K. Recent progress in nonlinear kinetic Alfvén waves // Nonlinear Processes Geophys. V. 11. P. 631–645. 2004.
- Wu K., Seyler C.E. Instability of inertial Alfvén waves in transverse sheared flow // J. Geophys. Res. V. 108. № A6. P. 1236. 2003. doi:10.1029/2002JA009631.
- Wygant J.R. Polar spacecraft-based comparisons of intense electric fields and Poynting flux near and within the plasma sheet tail lobe boundary to UVI images: an energy source for the auroras // J. Geophys. Res. V. 105. P. 18675–18692. 2000.
- Wygant J.R. et al. Evidence for kinetic Alfvén waves and parallel electron energisation at 4–6 Re altitudes in the plasma sheet boundary layer // J. Geophys. Res. V. 107. № A8. P. 1201. 2002. doi:10.1029/2002JA900113.
- Yadav L.L., Tiwari R.S., Sharma S.R. Propagation of ion-acoustic double layer in an inhomogeneous plasma // Phys. Scr. V. 49. P. 245–249. 1994. doi: 10.1088/0031-8949/49/2/019.