

УДК 537.87;621.371

## ВЛИЯНИЕ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ВКЛАД ИОНОСФЕРЫ В ОШИБКУ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

© 2013 г. М. В. Тинин, Е. В. Конечкая

Иркутский государственный университет, г. Иркутск  
e-mails: mtinin@api.isu.ru; cpb7.12.2010@gmail.com

Поступила в редакцию 25.04.2012 г.  
После доработки 06.05.2013 г.

В высокоточных измерениях с помощью глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) необходимо учитывать ошибки высоких порядков. Ионосферная ошибка второго порядка, связанная с геомагнитным полем, приближенно пропорциональна полному электронному содержанию. Поэтому ее можно учесть, модифицируя коэффициенты в “свободной от ионосферы” комбинации ГНСС измерений на двух частотах. В работе проверены приближения, лежащие в основе такой модификации. Показаны допустимость этих приближений и слабая зависимость результатов от точности априори заданных параметров ионосферного слоя, используемых при расчете коэффициентов модифицированной двухчастотной формулы. Изучено также влияние выбора модели магнитного поля Земли на ионосферную ошибку второго порядка.

DOI: 10.7868/S0016794013060151

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все большую роль в науке и практике играют измерения с помощью глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). Как известно [Kunches and Klobuchar, 2001], наибольшую ошибку в эти измерения вносит ионосфера. Сильная изменчивость ионосферы в пространстве и во времени затрудняют учет ее влияния на сигнал ГНСС с помощью моделирования. При измерении фазы или задержки сигнала ГНСС на двух частотах дисперсионные свойства ионосферной плазмы позволяют устранить наибольшую составляющую ионосферной ошибки – ошибку первого порядка [Prasad and Ruggieri 2005; Xu, 2007; Grewal et al., 2007]. В результате перехода от одночастотных к двухчастотным измерениям погрешность ГНСС уменьшается с десятков метров до нескольких сантиметров. Такая точность вполне достаточна для многих приложений, однако в последнее время развитие технологии привело к достижению точности фазовых ГНСС измерений в 1–2 мм [Alber et al., 1997; Schaal and Larocca, 2002]. Это открывает новые возможности использования ГНСС измерений в исследованиях деформаций земной поверхности, прогнозе землетрясений и в удаленном мониторинге состояния атмосферы. Для таких исследований ошибка двухчастотных измерений, обычно называемая остаточной ошибкой, может оказаться порядка самой измеряемой величины. Поэтому в настоящее время наблюдается большой интерес к изучению остаточной ошибки. При этом особое внимание уделяется исследованиям ошибки второго

порядка, связанной с влиянием магнитного поля Земли на показатель преломления ионосферной плазмы и тем самым на скорость распространения в ней ГНСС сигнала.

Значительная роль эффектов магнитного поля в высокоточных двухчастотных измерениях впервые была показана в работах [Brunner and Gu, 1991; Bassiri and Hajj, 1993; Ashmanets et al., 1995]. В этих работах предлагались упрощенные способы вычисления ионосферной ошибки, с учетом и без учета искривления лучевой траектории, а также с использованием предположения о медленном изменении геомагнитного поля в пределах ионосферного слоя (приближение тонкого слоя). При оценке величины ионосферной ошибки второго порядка (в дальнейшем –  $D_2$ ) было показано, что типичные ее значения составляют от 0 до 2 см.

Позже, опираясь на результаты [Bassiri and Hajj, 1993], изучалось влияние ошибки  $D_2$  на оценку точности определения положения GPS-станций [Kedar et al., 2003; Fritsche et al., 2005; Munekane, 2005; Hernandez-Pajares et al., 2007; Liu et al., 2010; Palamartchouk, 2010] и на коррекцию параметров орбит спутников, параметров вращения Земли, тропосферной задержки [Fritsche et al., 2005; Hernandez-Pajares et al., 2007]. Было обнаружено наличие систематических смещений положения приемников в северном и южном направлении при учете ошибок  $D_2$  в так называемых рутинных, ежедневных измерениях [Kedar et al., 2003; Fritsche et al., 2005]. Выявлены наиболее сильно подверженные влиянию ионосферных ошибок  $D_2$  параметры,

влияющие на точность геодезических измерений (здесь точность должна быть не менее нескольких миллиметров) [Hernandez-Pajares et al., 2007].

В работах [Datta-Barua, 2008; Pireaux, 2009] были изучены возможности повышения точности позиционирования с учетом ионосферных ошибок высших порядков при анализе реальных данных дифференциальных двухчастотных измерений в экстремальных условиях возникновения магнитных бурь. Авторами [Marques et al., 2011] был разработан алгоритм и специальный программный модуль для расчета ионосферных ошибок  $D_2$  на основе навигационных данных.

Кроме того, для определенных регионов была эмпирически выведена формула вычисления и коррекции остаточной ошибки при определении положения приемника (на территории Германии [Hoque and Jakowski, 2006] и Европы [Hoque and Jakowski, 2007]). Суть этой методики заключалась в следующем. Было замечено, что зависимость остаточной ошибки в двухчастотных измерениях от азимута спутника имеет форму определенной замкнутой кривой. При этом использовался факт симметричности результатов: значения остаточной ошибки для азимутов  $\alpha$  и  $360 - \alpha$  одинаковы. Авторами были предложены зависящие от угла возвышения спутника аналитические формулы вычисления параметров двух окружностей, посредством которых описывалась кривая азимутальной зависимости остаточной ошибки в двухчастотных измерениях, а также зависимость самой остаточной ошибки от вышеуказанных параметров окружностей. Позже, предложенные в работе [Hoque and Jakowski, 2006] формулы для вычисления ионосферной ошибки  $D_2$  были экстраполированы на весь земной шар [Zhang et al., 2011], а в работах [Hoque and Jakowski, 2008] были изучены границы применимости приближения, полученного в работе [Bassiri and Hajj, 1993] при вычислении ионосферной ошибки  $D_2$ .

Помимо исследований, связанных с изучением влияния ионосферной ошибки  $D_2$  на точность оценок геодезических измерений, проводились исследования, связанные с влиянием выбора модели магнитного поля на точность вычисления значений ошибки  $D_2$  [Hawarey et al., 2005; Hernandez-Pajares et al., 2007; Marques et al., 2011]. Сравнение проводилось для двух моделей магнитного поля: поле магнитного диполя и эмпирическая модель IGRF [Mandea and Macmillan, 2000]. Значения напряженности магнитного поля в этих моделях различаются в некоторых случаях на 60% [Hernandez-Pajares et al., 2007; Marques et al., 2011]. Тем не менее, как для GPS-частот, так и для частот, используемых в радиоинтерферометрических измерениях со сверхдлинной базой, уточнение расчетов ошибки  $D_2$  при переходе от модели магнитного ди-

поля к модели поля IGRF обычно лежит в пределах 10% [Hawarey et al., 2005]. Однако согласно работе [Alber et al., 1997], современные фазовые приемники позволяют выполнять измерения с точностью до 1–2 мм. Поэтому 10-процентное уточнение ионосферной ошибки  $D_2$  в 10–20 мм лежит в пределах погрешности фазовых измерений.

Во многих вышеупомянутых работах полагалось, что ГНСС сигнал, имеющий правую поляризацию, распространяется через ионосферу как необыкновенная волна. Однако при распространении со спутника вниз к приемнику необыкновенная волна имеет правую поляризацию только в северном полушарии [Budden, 1985]. В общем случае, как обыкновенная волна, так и необыкновенная волна могут иметь как правую, так и левую поляризацию в зависимости от ориентации магнитного поля Земли относительно направления распространения волны [Budden, 1985]. Кроме того, в исследованиях ошибки  $D_2$  обычно ее величина моделируется при заданных моделях ионосферы и геомагнитного поля. Если для исследования характеристик ошибки  $D_2$  такой подход вполне приемлем, то для коррекции ошибок ГНСС измерений, как мы уже говорили, трудно использовать моделирование в силу сильной изменчивости ионосферной плазмы. В работе [Kim and Tinin, 2011] показана возможность учета эффектов второго порядка в модифицированном двухчастотном методе без привлечения ионосферных моделей.

Цель данной работы состоит в исследовании возможности такого подхода, в основе которого лежит ряд приближений.

## 2. ИОНОСФЕРНЫЕ ОШИБКИ РАЗЛИЧНЫХ ПОРЯДКОВ В ГНСС ИЗМЕРЕНИЯХ

Так же, как в работах [Гинзбург, 1967; Budden, 1985], примем здесь временную зависимость гармонического ГНСС сигнала, как  $e^{i\omega t}$ . Довольно часто в работах по распространению радиоволн используется зависимость в виде  $e^{-i\omega t}$ . В этом случае в последующих формулах нужно заменить  $i$  на  $-i$ .

В геометрооптическом приближении фазовый путь ГНСС сигнала, распространяющегося в магнитоактивной ионосферной плазме, равен [Кравцов и Орлов, 1980]

$$\phi(\mathbf{r}, \omega) = \int_0^s n(\mathbf{r}(s'), \omega) ds', \quad (1)$$

где интегрирование ведется вдоль траектории луча  $\mathbf{r}(s')$ , соединяющей точки излучения  $r_0 = \mathbf{r}(0)$  и приема  $r_i = \mathbf{r}(s)$ ;  $n(\mathbf{r}(s'), \omega)$  — показатель преломления магнитоактивной ионосферной плазмы, опре-

деляемый из соотношения (см. [Гинзбург, 1967; Budden, 1985])

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - i\rho Y \cos \theta}, \quad (2)$$

$$X = \omega_p^2 / \omega^2 = f_p^2 / f^2 = 80.6 N / f^2;$$

$$Y = \omega_g / \omega = f_g / f = |eB_0| (2\pi m f)^{-1};$$

$f_p = \sqrt{80.6 N}$  – плазменная частота;  $N$  – электронная концентрация;  $f_g = |eB_0| (2\pi m)^{-1}$ ,  $e$  и  $m$  – гиро-частота, заряд и масса покоя электрона, соответственно;  $\mathbf{B}_0(\mathbf{r})$  – магнитное поле Земли;  $\theta$  – угол между  $\mathbf{B}_0$  и направлением распространения волны.

Входящая в формулу (2) поляризация  $\rho$  обыкновенной и необыкновенной волн, распространяющихся в магнитоактивной ионосферной плазме, определяется известным выражением [Гинзбург, 1967; Budden, 1985]. На частоты ГНСС, где  $X = f_p^2 / f^2 = O(10^{-6})$ ,  $Y = f_g / f = O(10^{-4})$ , это выражение принимает простой вид

$$\rho = \pm i \operatorname{sign}(\cos \theta) + O(Y). \quad (3)$$

Два знака в выражении (3) соответствуют обыкновенной (верхний знак) и необыкновенной (нижний знак) волнам. Важно отметить, что если показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн (2) не зависят от знака  $\cos \theta$ , то поляризация этих волн меняет знак вместе с  $\cos \theta$ , т.е. при изменении знака проекции магнитного поля на направление распространения.

Так как ГНСС сигнал имеет правую поляризацию ( $\rho = -i$ ), то из формулы (2) с учетом выражения (3) мы имеем

$$n = 1 - \frac{X}{2} [1 + Y \cos \theta] + O(X^2) + O(XY^2). \quad (4)$$

Формула (4) получена для правополяризованного ГНСС сигнала, распространяющегося как посредством обыкновенной волны (при  $\cos \theta < 0$ ), так и посредством необыкновенной волны (при  $\cos \theta > 0$ ). Формула (4) может быть также получена из формулы (10) работы [Moore and Morton, 2011], если в последней пренебречь членами  $O(X^2)$  и  $O(XY^2)$ .

Пусть ось  $z$  в нашей декартовой системе координат  $x, y, z$  проходит через точки излучения  $\mathbf{r}_0 = \{0, 0, z_0\}$  и приема  $\mathbf{r}_1 = \{0, 0, z_1\}$ . Тогда с учетом (4) формула (1) для фазового пути примет вид

$$\phi = D - 40.3 I_1 / f^2 - 40.3 I_2 / f^3, \quad (5)$$

где  $D = z_1 - z_0$  – дальность спутника от наблюдателя;

$$I_1 = \int_{z_0}^{z_1} N(z') dz' \quad (6)$$

– полное электронное содержание (ПЭС);

$$I_2 = \int_{z_0}^{z_1} N(z') f_g(z') \cos \theta(z') dz'. \quad (7)$$

Второй член в правой части формулы (5) учитывает изменения фазовой скорости в ионосферной плазме без учета геомагнитного поля. Третий член учитывает влияние геомагнитного поля на показатель преломления и, следовательно, на фазовую скорость.

Ошибки третьего порядка, связанные с приближением (4) для показателя преломления обычно лежат в пределах 1–2 мм [Bassiri and Hajj, 1993; Kim and Tinin, 2006; Kim and Tinin, 2007] и здесь не учитываются. Здесь также не удерживаются члены третьего порядка, связанные с переходом от интегрирования вдоль траектории луча в выражении (1) к интегрированию вдоль прямой  $x = y = 0$  в выражениях (6)–(7). Вклад отклонений луча от прямой в неоднородной ионосфере, хотя и пропорционален  $f^{-4}$ , может оказаться порядка и выше эффектов второго порядка [Ким и Тинин, 2007; Kim and Tinin, 2007; 2009a,b]. Тем не менее, так как здесь мы исследуем эффекты второго порядка, то поправки третьего порядка отброшены в (5).

### 3. УСТРАНЕНИЕ ИОНОСФЕРНЫХ ОШИБОК ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКОВ В ДВУХЧАСТОТНЫХ ГНСС ИЗМЕРЕНИЯХ

Рассмотрим возможности устранения ионосферных ошибок первого и второго порядков в двухчастотных ГНСС измерениях.

Если в формуле (5) пренебречь эффектами второго порядка, получим формулу первого приближения

$$\phi = D - 40.3 I_1 / f^2. \quad (8)$$

Обращает на себя внимание простая частотная зависимость ошибки первого порядка в формуле (8). Это позволяет исключить ее в двухчастотных измерениях. При измерении фазы на двух частотах, полагая решенной задачу фазовой неопределенности, получаем систему

$$\begin{cases} \phi(f_1) = \phi_1 = D - 40.3 I_1 / f_1^2, \\ \phi(f_2) = \phi_2 = D - 40.3 I_1 / f_2^2. \end{cases} \quad (9)$$

Из системы (9) нетрудно найти

$$D \approx D^{(2)}(f_1, f_2) = \frac{\phi_1 f_1^2 - \phi_2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}. \quad (10)$$

Так называемая “свободная от ионосферы”, комбинация (10) лежит в основе двухчастотных ГНСС измерений [Prasad and Ruggieri, 2005; Xu, 2007; Grewal et al., 2007]. При этом, не используя никакого моделирования ионосферы, устраняется ионосферная ошибка первого порядка и, тем самым, ионосферная ошибка ГНСС измерений снижается с десятков метров до сантиметров. Дальнейшее уточнение ГНСС измерений связано с третьим слагаемым в правой части (5).

Для устранения ошибки второго порядка можно, рассчитав ее, скорректировать результаты измерения на величину последнего члена в выражении (5). Однако отмеченная выше неустойчивость ионосферы затрудняет такую коррекцию. С другой стороны, как видно из (5), эта ошибка, как и ошибка первого порядка, имеет достаточно простую зависимость от частоты, что позволяет предложить [Bassiri, 1990; Wang et al., 2005; Gherm et al., 2006; Xu, 2007] способ устранения ее путем измерения фазового пути на трех частотах. В этом случае, решая систему из трех уравнений, можно исключить одновременно ошибки первого и второго порядков. При этом нужно учитывать особенности многочастотных ГНСС измерений, включая усиление шумов с увеличением числа частот [Bassiri, 1990]. В работе [Kim and Tinin, 2011] предложен способ учета эффектов второго порядка в двухчастотных измерениях. При этом использовалась отмеченная еще в работе [Bassiri and Hajj, 1993] связь интеграла  $I_2$ , учитывающего эффекты геомагнитного поля, с полным электронным содержанием  $I_1$ . Было замечено [Bassiri and Hajj, 1993], что геомагнитное поле меняется медленно в пределах ионосферного слоя. Поэтому выражение (7) можно заменить следующим приближением тонкого (по сравнению с масштабами геомагнитного поля) ионосферного слоя:

$$I_2 \approx I_{2np} = C_H I_1, \quad (11)$$

где  $C_H = f_g(z_m) \cos \theta(z_m)$  вычисляется обычно в точке пресечения луча спутник – наблюдатель с максимумом ионосферного слоя на высоте  $h_0$  (рис. 1).

С учетом соотношения (11) поправка второго порядка будет иметь вид

$$D_2 \approx D_{2np} = 40.3 I_{2np} / f^3 = 40.3 C_H I_1 / f^3 = 40.3 I_1 f_g(z_m) \cos \theta(z_m) / f^3. \quad (12)$$

Используя связь поправки второго порядка (12) с полным электронным содержанием, формулу (5) можно записать в виде

$$\phi = D - 40.3 I_1 f^{-2} (1 + C_H f^{-1}). \quad (13)$$

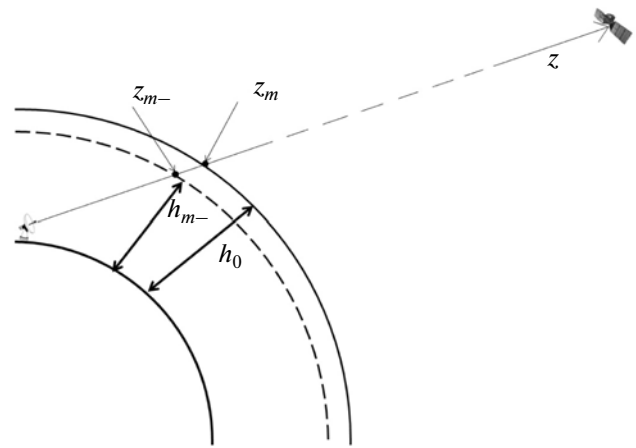


Рис. 1. К учету влияния неточного задания высоты  $h_m$ , на которой вычисляется  $C_H$ , на точность вычисления поправки (19). Здесь  $h_0$  – истинная высота максимума ионосферного слоя,  $h_{m-}$  – уровень, отличающийся от  $h_0$  на 10%.

Теперь система уравнений двухчастотных измерений примет вид [Kim and Tinin, 2011]:

$$\begin{cases} \phi(f_1) = \phi_1 = D - 40.3 \frac{I_1}{f_1^2} \left( 1 + \frac{C_H}{f_1} \right), \\ \phi(f_2) = \phi_2 = D - 40.3 \frac{I_1}{f_2^2} \left( 1 + \frac{C_H}{f_2} \right). \end{cases} \quad (14)$$

Решая систему (14), получаем (см. (20) в работе [Kim and Tinin, 2011], где пропущена степень  $-1$  у круглых скобок):

$$D \approx D^{(2)}(f_1, f_2) = \frac{\phi_1 f_1^2 (1 + C_H / f_1)^{-1} - \phi_2 f_2^2 (1 + C_H / f_2)^{-1}}{f_1^2 (1 + C_H / f_1)^{-1} - f_2^2 (1 + C_H / f_2)^{-1}}. \quad (15)$$

Таким образом, с помощью модификации формулы (15) двухчастотного приема учитываются одновременно ошибки первого и второго порядков.

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ФОРМУЛЫ ДВУХЧАСТОТНОГО ПРИЕМА

При выводе модифицированной формулы двухчастотного приема (15) использовался ряд приближений. Прежде всего, использовалось приближение тонкого слоя (12). Кроме того, использование формулы (15) предполагает наличие информации о значении магнитного поля в точке пересечения траектории спутник – наблюдатель с максимумом ионосферного слоя. Очевидно, что априори такая информация доступна только приближенная, и требуется оценка влияния ее точности на точность

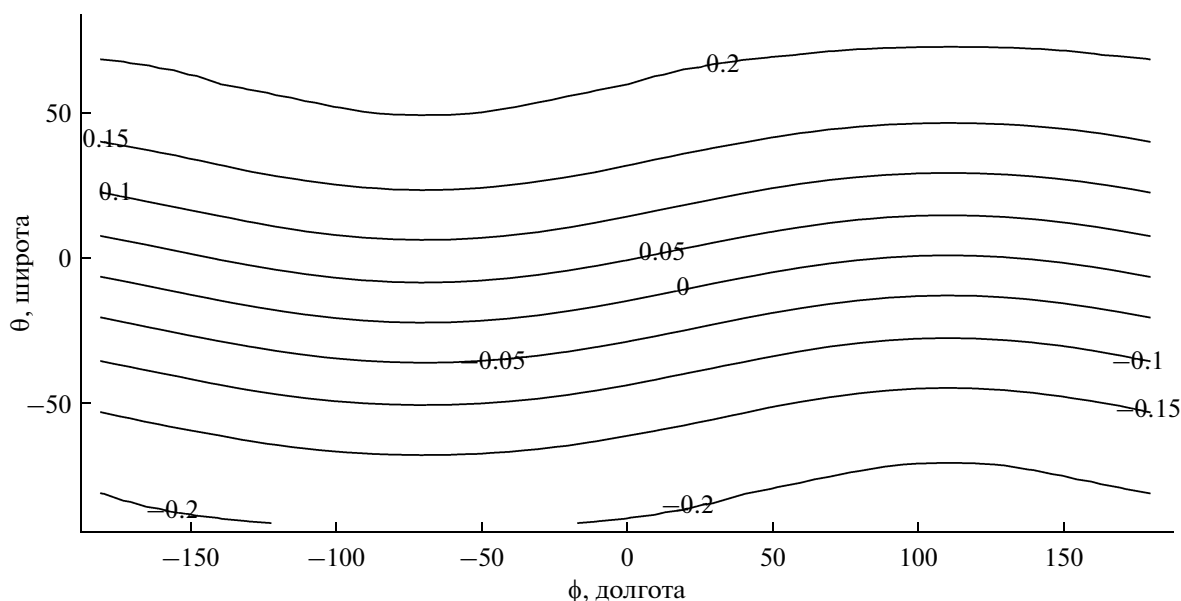


Рис. 2. Проверка погрешности приближения тонкого ионосферного слоя для угла возвышения, равного  $90^\circ$ .

формулы (15). Проведем исследование этих проблем с помощью численного моделирования.

При моделировании в качестве модели ионосферы был взят слой Чепмена

$$N(h) = f_{\text{кр}}^2 \exp\{0.5[1 - \zeta - \exp(-\zeta)]\} / 80.6, \quad (16)$$

где  $\zeta = (h - h_0)/H$ . Параметры слоя были взяты следующими: критическая частота  $f_{\text{кр}} = 15$  МГц; высота максимума слоя  $h_0 = 320$  км; характерный масштаб слоя  $H = 70$  км. При этом вертикальное ПЭС составляет 80 TECU ( $1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ м}^{-2}$ ). При вычислении значений магнитного поля Земли использовалась модель магнитного диполя [Bassiri and Hajj, 1993].

Допустимость использования приближения (12) оценивалась по разности точного (7) и приближенного (12) значений поправки  $D_2$ :

$$\Delta D_2 = D_2 - D_{2\text{пр}}. \quad (17)$$

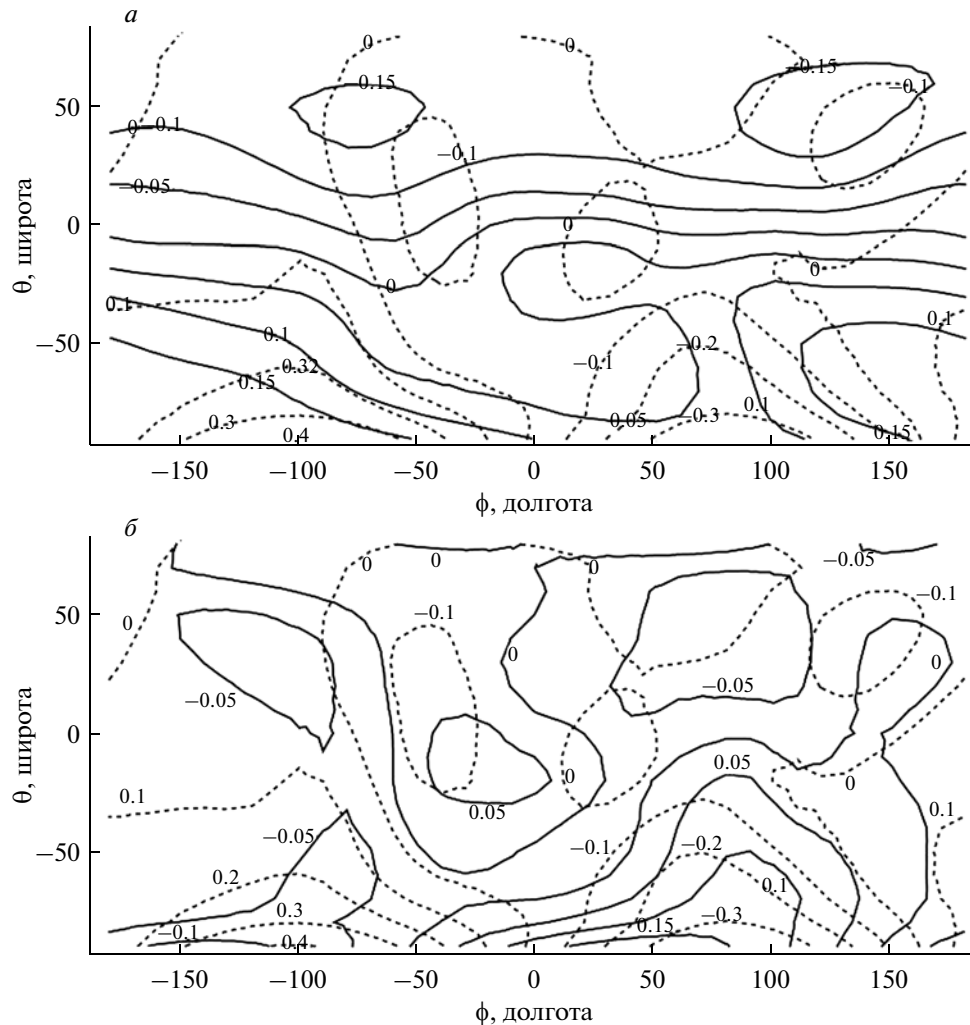
На рисунке 2 приведены результаты расчетов (17) (в мм) при угле возвышения, равном  $90^\circ$ . Из рисунка видно, что величина погрешности  $\Delta D_2$  при ее вычислении с помощью приближения (12) очень мала и не превышает 0.5 мм. Проведенное нами моделирование для других условий показало, что при наихудших условиях приема сигнала (при угле возвышения, равном углу отсечки в  $10^\circ$ ) по всему земному шару погрешность  $\Delta D_2$  вычисления ошибки  $D_2$  варьируется в пределах от  $-1.5$  до 1 мм. На экваторе поправка  $D_2$ , вычисленная с помощью приближения (12), практически совпадает со своим точным значением. Стоит отметить, что полученные результаты достаточно хо-

рошо согласуются с известными результатами моделирования и оценками [Bassiri and Hajj, 1993; Noque and Jakowski, 2008].

При использовании модифицированной формулы двухчастотного приема (15) для расчета коэффициентов  $C_H$  нужна информация о величине магнитного поля на высоте максимума ионосферного слоя  $h_0$  (рис. 1). Априори эта высота известна с некоторой ошибкой. Для проверки влияния точности задания высоты  $h_m$ , в которой вычисляется  $C_H$ , на точность вычисления поправки второго порядка  $D_2$  (12), мы провели расчеты этой поправки при различных значениях  $h_m$  с использованием слоя Чепмена (16) в качестве модели ионосферы и модели IGRF [Mandea and Macmillan, 2000.] в качестве модели магнитного поля Земли. Следует отметить, что модель IGRF по сравнению с моделью магнитного диполя более точно отображает тонкую структуру магнитного поля Земли.

Расчеты значения коэффициента  $C_H$  в формуле (15) проводились при  $h_m = h_0 = 320$  км, т.е. в максимуме ионосферного слоя, а также при завышенном ( $h_{m+} = 352$  км) и заниженном ( $h_{m-} = 288$  км) значениях высоты  $h_m$ . Результаты расчетов показали, что разности  $D_2^+ = D_2(h_0) - D_2(h_{m+})$  и  $D_2^- = D_2(h_0) - D_2(h_{m-})$  отличаются только знаком. Поэтому на рисунке 3 приведены результаты расчетов только для величины  $D_2^-$ .

Из рисунка 3 видно, что при погрешности задания высоты максимума ионосферного слоя в 10% погрешность  $D_2^-$  вычисления ошибки  $D_2$  не



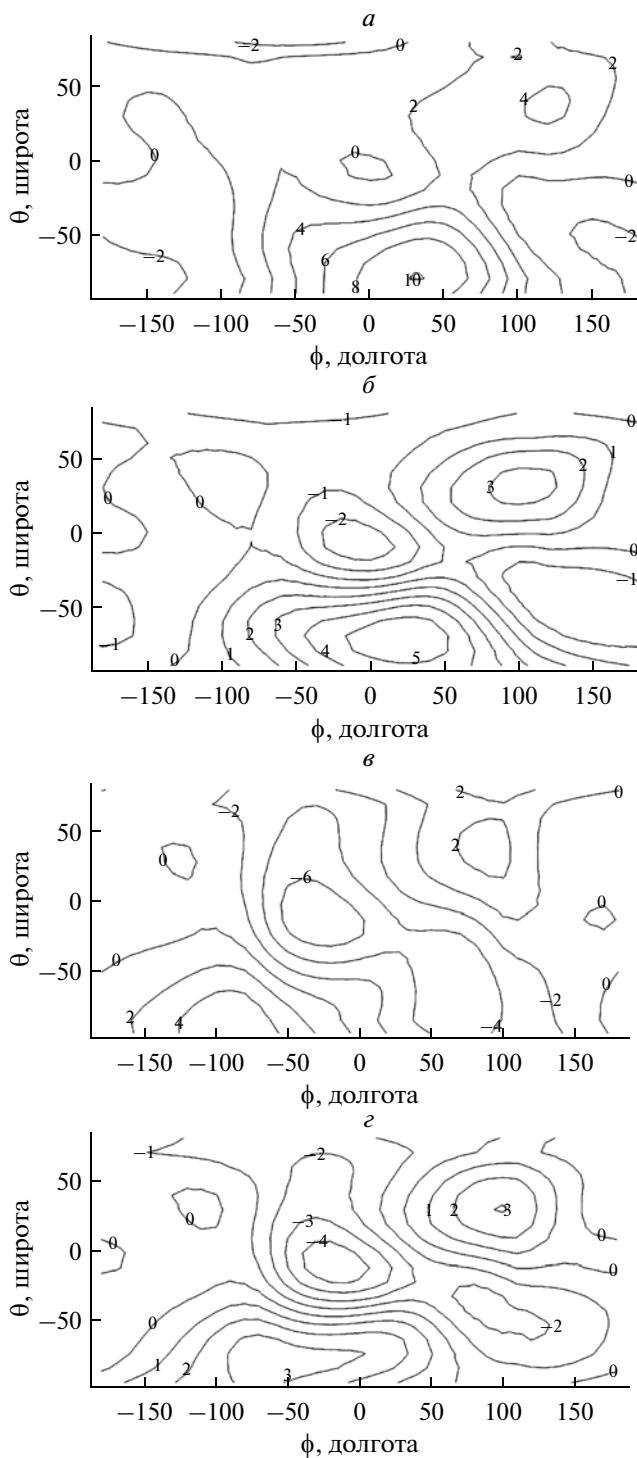
**Рис. 3.** Погрешность  $D_2^-$  в расчетах ионосферной ошибки второго порядка, вносимая заданием высоты  $h_m$  на 10% ниже истинного значения  $h_0 = 320$  км. *a* – для углов возвышения  $20^\circ$  (штриховая линия) и  $60^\circ$  (непрерывная линия) при азимуте  $90^\circ$ ; *б* – для угла возвышения  $20^\circ$  при азимутах  $90^\circ$  (штриховая линия) и  $270^\circ$  (непрерывная линия).

превышает 0.5 мм. При этом увеличение угла возвышения спутника не всегда позволяет уменьшить значение погрешности  $D_2^-$  (рис. 3б). Следует отметить также некоторую несимметричность в значениях, проявляющуюся при т.н. квазипоперечном (азимуты, равные  $90^\circ$  и  $270^\circ$ ) распространении сигнала (рис. 3б), особенно для низких углов возвышения. В таких ситуациях существует значительный разброс значений на одинаковых широтах севернее и южнее экватора. Например, (ср. рис. 3а, б), видно, что при одинаковых углах возвышения на  $50^\circ$  северной и  $50^\circ$  южной долготах (рис. 3б, непрерывные линии) значения погрешности, вносимой ошибкой задания высоты  $h_m$ , принимают различные величины. Так, в южном полушарии погрешность по модулю достигает значений в 0.1 мм, а в северном полушарии – только 0.05 мм. В целом, результаты моделирования го-

ворят о незначительном влиянии неточного задания высоты  $h_m$  на расчет ионосферной ошибки  $D_2^-$ .

Для оценки влияния используемой модели геомагнитного поля на точность вычисления ионосферной ошибки мы произвели расчеты поправки второго порядка для двух моделей: поля магнитного диполя ( $D_{2d}$ ) и международной модели магнитного поля ( $D_{2IGRF}$ ).

На рисунках 4, 5 приведены результаты вычисления разности поправок второго порядка, рассчитанных с помощью названных выше моделей:  $\Delta D_m = D_{2IGRF} - D_{2d}$ . Видно, что при малых углах возвышения даже на экваторе возникает достаточно большое расхождение  $\Delta D_m$  результатов расчета ионосферной ошибки второго порядка при использовании различных моделей геомагнитного поля, достигающее в некоторых областях 6 мм (рис. 4а). Увеличение угла возвышения уменьша-



**Рис. 4.** Различия поправок второго порядка  $\Delta D_m = D_2 \text{IGRF} - D_{2d}$ , рассчитанных с использованием различных моделей магнитного поля. *а* – для угла возвышения  $20^\circ$  и азимута  $-90^\circ$ ; *б* – для угла возвышения  $60^\circ$  и азимута  $-90^\circ$ ; *в* – для угла возвышения  $20^\circ$  и азимута  $-270^\circ$ ; *г* – для угла возвышения  $60^\circ$  и азимута  $-270^\circ$ .

ет  $\Delta D_m$  (ср. рис. 4а и 4б, рис. 4в и 4г), но не устраняет полностью расхождений (рис. 5). Кроме того, при различных параметрах спутника сохраняется одна тенденция: разница значений ошибки второ-

го порядка  $\Delta D_m$ , рассчитанных с использованием двух моделей магнитного поля, в южном полушарии больше, чем в северном полушарии. Наибольшие значения погрешности вычисления по-

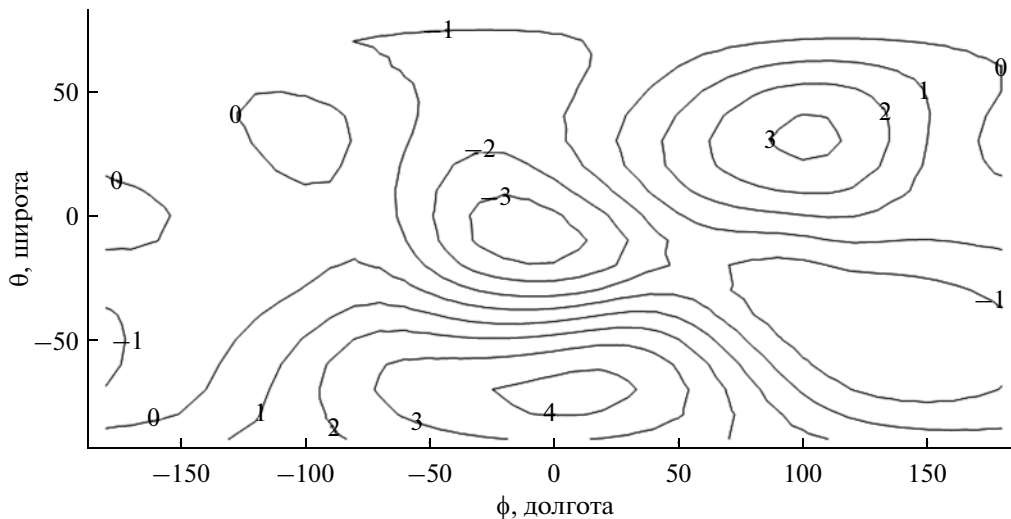


Рис. 5. То же, что и на рис. 4, для угла возвышения  $90^\circ$ .

правки достигаются в Антарктиде. Так например, как показано на рис. 4а и рис. 4б, в южном полушарии замена модели IGRF на модель магнитного диполя влечет за собой возникновение погрешности в вычислении ионосферной ошибки второго порядка, равной, в некоторых случаях, 10 мм. В то же время, в северном полушарии погрешность может не достигать даже значений в 2 мм. Кроме Антарктиды, есть и еще две, меньшие, области, где важен выбор модели магнитного поля: территория шириной в  $\sim 50^\circ$  по долготе, на широтах от  $30^\circ$  до  $60^\circ$  N, а также область на экваторе от  $30^\circ$  E до  $30^\circ$  W. В целом, в различных условиях, абсолютная величина разброса значений расчета эффектов второго порядка при использовании рассмотренных здесь моделей геомагнитного поля изменяется от 2 до 6 мм. Однако существуют области (в зависимости от положения спутника такие области занимают 40–70% поверхности земного шара), где разница  $\Delta D_m$ , находясь в пределах ошибки измерений фазовых приемников, не превышает 1–2 мм по модулю, т.е. выбор модели существенно не влияет на полученные результаты. Чаще всего эти области расположены в северной части западного полушария и южной части – восточного. Так например, на территориях западной части США и Канады, а также Австралии, Индонезии существуют области, где вообще практически нет разницы при использовании модели IGRF и модели магнитного диполя в расчетах ошибки второго порядка.

## 6. ВЫВОДЫ

В двухчастотном приеме путем изменения коэффициентов известной формулы в приближении тонкого ионосферного слоя возможен учет поправки не только первого порядка, но и по-

правки второго порядка, связанной с эффектами магнитного поля.

Ошибки задания параметров ионосферного слоя (высоты максимума) слабо влияют на погрешности учета эффектов второго порядка в двухчастотном приеме. Более существенным, особенно в некоторых областях земного шара, являются требования к точности задания геомагнитного поля.

Таким образом, проведенные исследования показывают возможность одновременного учета ошибок первого и второго порядков в двухчастотных измерениях при достаточно точном задании геомагнитного поля.

Авторы благодарны рецензенту за полезные замечания.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 8388 федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы) и Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 12-02-00249 и № 12-05-31169).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 685 с. 1967.
- Ким Б.Ч., Тинин М.В. Влияние ионосферных неоднородностей на точность двухчастотных систем GP // Геомагнетизм и аэронавигация. Т. 47. № 2. Р. 254–259. 2007.
- Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 304 с. 1980.
- Alber C., Ware R., Rocken C., Solheim F. GPS surveying with 1 mm precision using corrections for atmospheric slant path delay // Geophys. Res. Lett. V. 24. № 15. P. 1859–1862. 1997.



- *Ashmanets V.I., Vodyannikov V.V., Troitsky B.V.* Exact calculation of errors at tropospheric propagation // *J. Atmos. Terr. Phys.* V. 58. № 10. P. 1161–1163. 1995.
- *Bassiri S.* Three – frequency ranging systems and their applications to ionospheric delay calibration // *Telecommunications and Data Acquisition. Progress Report 42-103*, NASA Jet Propulsion Laboratory, Caltech, Pasadena, 14–20, 1990.
- *Bassiri S., Hajj G.A.* Higher order ionospheric effects on global positioning system observables and means of modeling them // *Manuscr. Geodaet.* № 18. P. 280–289. 1993.
- *Brunner F.K., Gu M.* An improved model for the dual frequency ionospheric correction of GPS observations // *Manuscr. Geodaet.* № 16. P. 205–214. 1991.
- *Budden K.G.* The propagation of radio waves. Cambridge: Cambridge University Press, 562 p. 1985.
- *Datta-Barua S., Walter T., Blanch J., Enge P.* Bounding higher-order ionosphere errors for the dual-frequency GPS user // *Radio Sci.* V. 43. № 5. doi: 10.1029/2007RS003772. 2008.
- *Fritsche M., Dietrich R., Knöfel C., Rülke A., Vey S., Rothacher M., Steigenberger P.* Impact of higher-order ionospheric terms on GPS estimates // *Geophys. Res. Lett.* V. 32. № 23. doi: 10.1029/2005GL024361. 2005.
- *Gherm V., Novitsky R., Zernov N., Strangeways H.J., Ioannides R.T.* On the limiting accuracy of range measurements for the three frequency mode of operation of a satellite navigation system // 2nd Workshop, Radio systems and ionospheric effects. Rennes, October, 3–7, 2006, Paper 11. 2006.
- *Grewal M.S., Weill L.R., Andrews A.P.* Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration. New York: Wiley, 554 p. 2007.
- *Hawarey M., Hobiger Th., Schuh H.* Effects of the 2nd order ionospheric terms on VLBI measurements // *Geophys. Res. Lett.* V. 32. № 11. doi: 10.1029/2005GL022729. 2005.
- *Hernández-Pajares M., Juan J.M., Sanz J., Orús R.* Second-order ionospheric term in GPS: Implementation and impact on geodetic estimates // *J. Geophys. Res.* V. 112. № B08417. doi: 10.1029/2006JB004707. 2007.
- *Hoque M.M., Jakowski N.* Higher order ionospheric effects in precise GNSS positioning // *J. Geodesy.* V. 81. P. 259–268. doi:10.1007/s00190-006-0106-0. 2006.
- *Hoque M.M., Jakowski N.* Mitigation of higher order ionospheric effects on GNSS users in Europe // *GPS Solut.* V. 12. № 2. P. 87–97, doi: 10.1007/s10291-007-0069-5. 2008.
- *Hoque M.M., Jakowski N.* Estimate of higher order ionospheric errors in GNSS positioning // *Radio Sci.* V. 43. № 5, doi: 10.1029/2007RS003817. 2008.
- *Kedar S., Hajj G.A., Wilson B.D., Heflin M.B.* The effect of the second order GPS ionospheric correction on receiver positions // *Geophys. Res. Lett.* V. 30. № 16. P. 1829–1832, doi: 10.1029/2003GL017639. 2003.
- *Kim B.C., Tinin M.V.* The influence of different-scale ionospheric irregularities on the residual error of the satellite navigation system // 7th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory Proceedings, Oct. 26–29, 2006. Guilin China. V. I. P. 433–436. 2006.
- *Kim B.C., Tinin M.V.* Contribution of ionospheric irregularities to the error of dual-frequency GNSS positioning // *J. Geodesy.* V. 81. № 3. P. 189–199. doi: 10.1007/s00190-006-0099-8. 2007.
- *Kim B.C., Tinin M.V.* The second-order Rytov approximation and residual error in dual-frequency satellite navigation systems // *Wave Random Complex.* V. 19. № 2. P. 284–304. doi: 10.1080/17455030802460080. 2009a.
- *Kim B.C., Tinin M.V.* The association of the residual error of dual-frequency Global Navigation Satellite Systems with ionospheric turbulence parameters // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* V. 71. № 17. P. 1967–1973. doi: 10.1016/j.jastp.2009.08.006. 2009b.
- *Kim B.C., Tinin M.V.* Potentialities of multifrequency correction in Global Navigation Satellite Systems // *J. Geodesy.* V. 85. № 3. P. 159–169. doi: 10.1007/s00190-010-0425-z. 2011.
- *Kunches J.M., Klobuchar J.A.* Eye on the ionosphere: GPS after SA // *GPS Solutions.* V. 4. № 3. P. 52–54. 2001.
- *Liu X.F., Yuan Y.B., Huo X.L., Li Z.S., Li W.* Model analysis method (MAM) on the effect of the second-order ionospheric delay on GPS positioning solution // *Chinese Sci. Bull.* V. 55. № 15. P. 1529–1534. doi: 10.1007/s11434-010-3070-2. 2010.
- *Mandea M., Macmillan S.* International Geomagnetic Reference Field—the eighth generation // *Earth Planets Space.* V. 52. № 12. P. 1119–1124. 2000.
- *Marques H.A., Monico J.F.G., Aquino M.* RINEX\_HO: second- and third-order ionospheric corrections for RINEX observation files // *GPS Solutions.* V. 15. № 3. P. 305–314. doi: 10.1007/s10291-011-0220-1. 2011.
- *Moore R.C., Morton Y.T.* Magneto-ionic polarization and GPS signal propagation through the ionosphere // *Radio Sci.* V. 46. № 1. doi:10.1029/2010RS004380. 2011.
- *Munekane H.* A semi-analytical estimation of the effect of second-order ionospheric correction on the GPS positioning // *Geophys. J. Int.* V. 163. № 1. P. 10–17. doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02723.x. 2005.
- *Palamarchouk K.* Apparent geocenter oscillations in Global Navigation Satellite Systems solutions caused by the ionospheric effect of second order // *J. Geophys. Res.* V. 115. № B3. doi: 10.1029/2008JB006099. 2010.
- *Pireaux S., Defraigne P., Wauters L., Bergeot N., Baire Q., Bruyninx C.* Higher-order ionospheric effects in GPS time and frequency transfer // *GPS Solut.* doi: 10.1007/s10291-009-0152-1. 2009.
- *Prasad R., Ruggieri M.* Applied satellite navigation using GPS, GALILEO, and Augmentation Systems. London: Artech House, 309 p. 2005.
- *Schaal R.E., Larocca A.P.C.* A methodology for monitoring vertical dynamic sub-centimeter displacements with GPS // *GPS Solut.* V. 5. № 3. P. 15–18. doi: 10.1007/PL00012895. 2002.
- *Wang Z., Wu Y., Zhang K., Meng Y.* Triple-frequency method for high-order ionospheric refractive error modeling in GPS modernization // *J. GPS.* V. 4. № 1–2. P. 291–295. 2005.
- *Xu G.* GPS Theory, algorithms and applications. 2nd ed. N.Y.: Springer, 353 p. 2007.
- *Zhang H.P., Lv H.X., Li M., Shi C.* Global modeling 2nd-order ionospheric delay and its effects on GNSS precise positioning // *Sci. China Ser. G.* V. 54. № 6. P. 1059–1067. doi: 10.1007/s11433-011-4346-5. 2011.