

УДК: 523.11

## ИНВЕРСИИ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ ГЕОДИНАМО

© 2012 г. Г. С. Собко, В. Н. Задков, Д. Д. Соколов, В. И. Трухин

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, г. Москва*  
*e-mail: sobko@physics.msu.ru*

Поступила в редакцию 11.01.2011 г.  
После доработки 04.07.2011 г.

Предлагается простая конечномерная модель геодинamo, полученная из уравнений электродинамики средних полей и воспроизводящая феномен инверсий геомагнитного поля. Показано, что шкала инверсий, получаемая в рамках этой модели, достаточно близка по своим свойствам к наблюдаемой. Механизм инверсий связан с влиянием флуктуаций  $\alpha$ -эффекта. Для возникновения инверсии в рамках такой модели не нужно существенно менять гидродинамические параметры задачи, а достаточно учесть флуктуации  $\alpha$ -эффекта. Если среднеквадратичное отклонение флуктуаций составляет 10% среднего значения  $\alpha$ , для возникновения инверсии достаточно флуктуации в 2–3 стандартных отклонения, что вполне согласуется с представлением о сравнительной редкости инверсий. Еще одним фактором, приводящим к режиму с инверсиями, является то, что в линейном режиме модель в разных областях параметрического пространства может генерировать магнитные поля с различным поведением – монотонно-растущие и растущие с осцилляциями.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Инверсии (переполюсовки) геомагнитного поля, по современным представлениям случавшиеся неоднократно за время геологической истории Земли, представляют собой одно из наиболее ярких явлений, изучаемых в палеомагнетизме [Christensen et al., 2010, Hulot et al., 2010]. До нескольких сотен инверсий удается воспроизвести в рамках прямого численного моделирования геодинamo [Olson et al., 2010] и похожего явления встречаются в динамо-экспериментах [Berhanu et al., 2007].

В то же время природа инверсий, если они существовали в истории Земли, остается еще во многом неясной. Дело в том, что инверсии геомагнитного поля не наблюдались непосредственно исследователями. Они обнаруживались лишь при палеомагнитных исследованиях изменения направления естественной остаточной намагниченности (NRM) изверженных и осадочных древних горных пород. В геологических разрезах в зависимости от времени направления NRM горных пород либо соответствовали направлению современного геомагнитного поля, либо были антипараллельны ему. Такие чередования направления NRM имеют глобальное распространение, с чем и связано предположение, что причиной изменения направления NRM являются инверсии геомагнитного поля. Однако при исследованиях природных ферромагнитных минералов было обнаружено, что они могут приобретать термомагнитность, направленную как по направ-

лению намагничивающего поля, так и против него [Трухин и др., 2006]. Это явление было названо самообращением намагниченности, и оно представляет альтернативу инверсиям геомагнитного поля.

Наряду с интерпретацией палеомагнитных данных [Hulot et al., 2010; Трухин и др., 2006], невыясненные вопросы, если инверсии геомагнитного поля все же существовали, касаются выделения специфических черт геодинamo, приводящих к инверсиям, поскольку для других природных динамо режимы с временными инверсиями магнитного поля неизвестны [Christensen et al., 2010; Hulot et al., 2010]. Выделить эти специфические черты только методами прямого численного моделирования непросто, поскольку эти методы направлены на воспроизведение явления во всех деталях, а не на прояснение отдельных его черт.

В этой связи представляется целесообразным дополнить прямое численное моделирование построением простой модели явления, позволяющей понять его качественные особенности. Подобные модели хорошо известны в литературе (см. например, [Wicht et al., 2010; Roberts and Glatzmaier, 2000; Dormy and Soward, 2007; Ershov et al., 1989]), однако они носят иллюстративный характер, т.к. воспроизводят лишь желаемое поведение магнитного поля, не претендуя на возможность вывода этих моделей из полных уравнений геодинamo в рамках каких-либо явно описанных приближений. Наша цель состоит в том, чтобы получить подобную модель из уравнений

электродинамики средних полей и исследовать ее свойства.

## 2. МАЛОМОДОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

В качестве основы для искомой модели мы используем маломодовое приближение для динамо в тонкой сферической оболочке, предложенное в [Нефедов и Соколов, 2010]. Смысл этого приближения состоит в том, что уравнения динамо средних полей (после всевозможных упрощений) проектируются на минимально возможную систему нескольких первых собственных функций для задачи о затухании магнитного поля при отсутствии источников генерации. Этот минимальный набор функций подбирается так, чтобы при учете источников генерации решение, которое теперь является набором зависящих от времени нескольких первых коэффициентов Фурье по системе базисных функций, воспроизводило в общих чертах поведение магнитного поля изучаемого объекта, а при меньшем наборе это воспроизведение было бы уже невозможно.

В данном случае мы требуем, чтобы такое решение содержало (при подходящем наборе параметров) самовозбуждение первоначально слабого магнитного поля. Кроме того, в нелинейном режиме модель должна давать стационарные решения или решения с т.н. васцилляциями (периодическими колебаниями параметров, при которых их знак остается постоянным). Эти решения соответствуют поведению геомагнитного поля в период между инверсиями. Наконец, модель в нелинейном режиме должна иметь (разумеется, в ином диапазоне ее параметров) решения в виде автоколебаний вокруг нулевого среднего значения, которые соответствуют поведению магнитного поля Солнца в ходе солнечного цикла. Разумеется, мы требуем, чтобы модель давала решения с ненулевым магнитным моментом системы, поскольку именно он и наблюдается прежде всего в гео- и палеомагнитных исследованиях [Christensen et al., 2010; Hulot et al., 2010]. Необходимо, таким образом, чтобы сходство геометрии охваченных конвекцией оболочек Земли и Солнца, так же как и различие поведения магнитных полей этих тел, были отражены в модели.

Предложенная в работе [Нефедов и Соколов, 2010] модель обладает всеми этими свойствами и система уравнений, описывающая эту модель, имеет вид:

$$\frac{da_1}{dt} = \frac{R_\alpha b_1}{2} - a_1 - \frac{3R_\alpha b_1}{8} (b_1^2 + 2b_2^2), \quad (1)$$

$$\frac{da_2}{dt} = \frac{R_\alpha}{2} (b_1 + b_2) - 9a_2 - \frac{3R_\alpha (b_1 + b_2)}{8} (b_1^2 + b_1 b_2 + b_2^2), \quad (2)$$

$$\frac{db_1}{dt} = \frac{R_\omega}{2} (a_1 - 3a_2) - 4b_1, \quad (3)$$

$$\frac{db_2}{dt} = \frac{3R_\omega a_2}{2} - 16b_2. \quad (4)$$

Параметрами модели являются четыре коэффициента Фурье  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  и  $b_2$ . Первые два из них соответствуют двум первым модам полоидального поля, причем коэффициент  $a_1$  пропорционален магнитному моменту. Вторые два отвечают двум первым модам тороидального поля. В работе [Нефедов и Соколов, 2010] показано, что, вопреки распространенному мнению, меньший набор переменных недостаточен для построения интересующей нас модели.

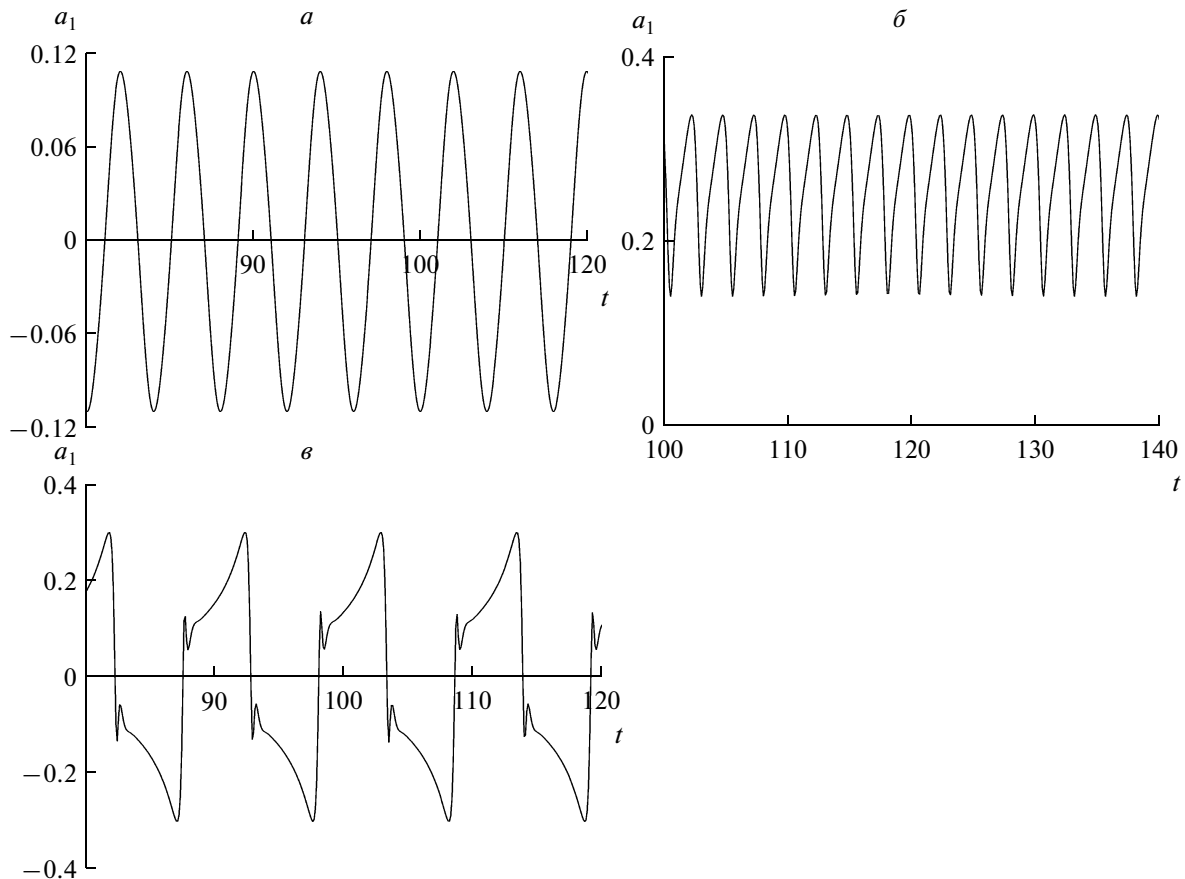
Линейные члены этой модели описывают процесс самовозбуждения, а нелинейные — его стабилизацию за счет нелинейного подавления спиральности. Самовозбуждение магнитного поля связано, как и обычно, с процессами преобразования полоидального магнитного поля в тороидальное за счет дифференциального вращения и тороидального магнитного поля в полоидальное за счет т.н.  $\alpha$ -эффекта, связанного с нарушением зеркальной симметрии конвекции за счет действия силы Кориолиса в стратифицированной среде (см. например [Parker, 1979]).

В систему уравнений (1)–(4) в качестве управляющих параметров входят величины  $R_\alpha$  и  $R_\omega$ , обезразмеренные с помощью коэффициента турбулентной диффузии и геометрических параметров задачи. Они характеризуют амплитуду  $\alpha$ -эффекта и дифференциального вращения, соответственно. После обезразмеривания время измеряется в условных безразмерных единицах.

Для соотнесения результатов с данными наблюдений важно, что за период васцилляций геомагнитного поля обычно принимается  $10^5$  лет [Christensen et al., 2010; Hulot et al., 2010]), а длина периода солнечной активности (осцилляций) составляет 22 года. Конечно, в более детализированных моделях солнечного динамо наряду с этими параметрами возникают параметры, характеризующие пространственное распределение источников генерации и другие важные детали, опущенные в этом простейшем приближении.

В уравнениях модели также опущены члены, описывающие как с помощью  $\alpha$ -эффекта тороидальное поле превращается в полоидальное, поскольку дифференциальное вращение справляется с этим гораздо лучше (т. н.  $\alpha\omega$ -динамо [Krause and Rädler, 1980]). Тороидальное поле в нашем приближении всегда гораздо сильнее полоидального, поэтому из модели удалены те нелинейные члены, в которые входят полоидальные моды.

Для определенности мы измеряем магнитное поле в единицах того поля, при котором становится существенным воздействие магнитного по-



**Рис. 1.** Пример различного временного поведения нелинейных решений маломодовой модели: осцилляции (*а*), васцилляции (*б*) и динамо-всплески (*в*). Показана зависимость коэффициента  $a_1$ , определяющего магнитный момент системы, от времени. Время указано в условных безразмерных единицах. С точки зрения палеомагнетизма период одного колебания на рис. (*б*) соответствует примерно  $10^5$  лет.

ля на течение, т. е. полагаем коэффициент  $\xi$  в [Нефедов и Соколов, 2010] равным единице.

Широтное распределение магнитного поля, описываемого нашей моделью, имеет вид

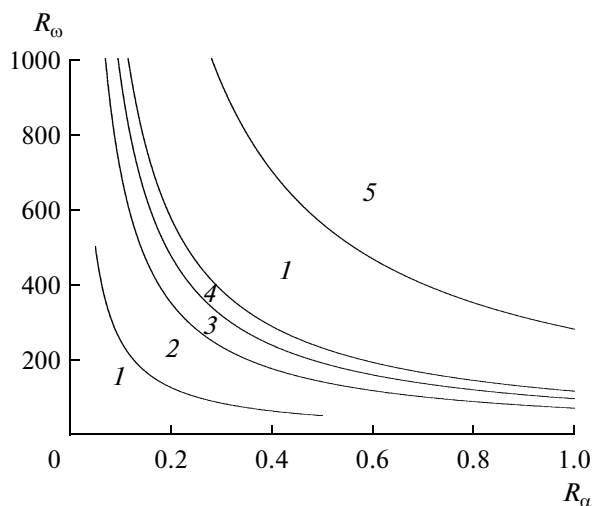
$$B = -b_1 \sin 2\theta + b_2 \sin 4\theta, \quad A = a_1 \cos \theta - a_2 \cos 3\theta,$$

где  $\theta$  – широта, измеряемая от экватора,  $B$  – тороидальная компонента магнитного поля и  $A$  – тороидальная компонента магнитного потенциала, которая определяет полоидальное магнитное поле.

Принимая маломодовую модель геодинамо, мы принимаем и еще одно предположение, сделанное при ее выводе: нелинейность, приводящая к стабилизации работы динамо, предполагается простой, так что она сама по себе не приводит к инверсиям и другим сложным явлениям [Нефедов и Соколов, 2010]. Поэтому нелинейные решения модели при постоянных ее параметрах либо стационарные, либо периодические – осцилляции (рис. 1*а*) и васцилляции (рис. 1*б*).

Стоит отметить также, что кроме этих режимов модель содержит решение со своеобразными сильно ангармоническими колебаниями, т.н. динамо-всплесками (рис. 1*в*). Такие режимы самовозбуждения получены экспериментально в динамо-эксперименте [Berhanu et al., 2007] и известны для моделей звездного динамо [Moss et al., 2004]; обсуждается возможность моделирования с их помощью циклической активности некоторых звезд [Baliunas et al., 2006; Lanza, 2010].

На рисунке 2 показана плоскость параметров модели, на которую нанесены области, соответствующие различным нелинейным режимам динамо. Из него видно, что при увеличении интенсивности работы динамо, т.е. при увеличении динамо-числа  $R_\alpha R_\omega$ , мы постепенно переходим от режима затухания к режиму стационарных конфигураций, далее к режиму васцилляций, и, наконец, к режиму динамо-всплесков. После этого снова наступает режим затухания, который сменяется режимом осцилляций.



**Рис. 2.** Параметрическое пространство маломодовой модели в координатах  $R_\alpha$ ,  $R_\omega$  с указанием областей, соответствующих различным режимам: затухание (1), стационарное решение (2), васцилляции (3), динамо-всплески (4) и осцилляции (5).

### 3. ФЛУКТУАЦИИ $\alpha$ КАК ПРИЧИНА ИНВЕРСИЙ

В качестве фактора, приводящего к инверсиям геомагнитного поля, мы, следуя идее [Hoynг, 1993], используем флуктуации параметров динамо системы. Также предположим, что флуктуирует самое слабое звено цепи самовозбуждения магнитного поля, а именно, коэффициент  $\alpha$ , описывающий степень зеркальной асимметрии конвекции, т.е. преобладание, скажем, правых вихрей над левыми с одним полушарии и левых вихрей над правыми в другом. Эта асимметрия правого и левого возникает под действием силы Кориолиса в стратифицированной среде. Хоинг предложил качественное объяснение того, как флуктуации спиральности приводят к возникновению долговременной эволюции геомагнитного поля, сопровождаемой многочисленными инверсиями [Hoynг, 1993].

Само по себе наличие заметных флуктуаций средних величин и, в частности, коэффициента  $\alpha$ , в динамо естественно, поскольку число конвективных (или турбулентных) вихрей в таких задачах хотя и велико, но существенно меньше числа Авогадро. Это объяснение основано на аналогии с системой двух слабо связанных маятников, возбуждаемых случайной силой, и, как нам представляется, верно передает многие черты явления. Однако при этом игнорирует тот факт, что геомагнитное поле вне инверсий не демонстрирует осциллирующего поведения. В работе [Ryan and Sarson, 2007] показано, что трехмерная модель геодинамо с флуктуирующими параметрами действительно обнаруживает искомое

поведение, однако с помощью этой достаточно сложной модели трудно вскрыть механизм инверсий.

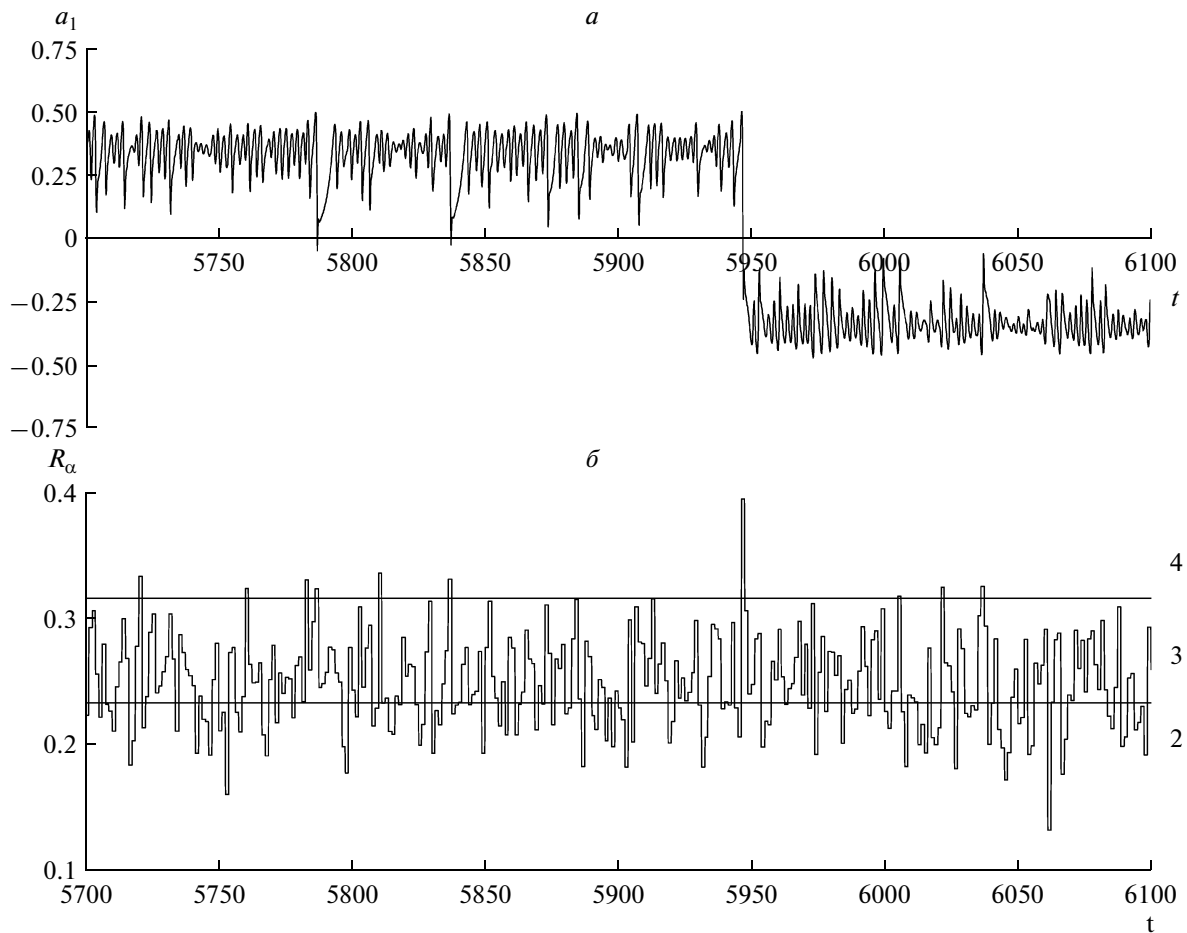
Еще одним важным отличием нашей модели от модели Хоинга является то, что он рассматривал флуктуации с характерным временем, определяемым оборотом конвективного вихря, которое обычно существенно меньше периода осцилляций (или васцилляций) динамо. Опираясь на опыт численного моделирования возникновения  $\alpha$ -эффекта [Brandenburg and Sokoloff, 1993; Otmianowska-Mazur et al., 2006], мы предполагаем, что эти флуктуации сравнительно долговременные, так что их время памяти сопоставимо с периодом осцилляций. Это позволяет не использовать отмеченных нереалистических предположений модели Хоинга. В работе [Ryan and Sarson, 2007] в качестве генератора случайности использована каскадная модель МГД турбулентности [Frick and Sokoloff, 1998], решения которой тоже имеют длинную память.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА МОДЕЛИ

При умеренном (порядка 10–20%) стандартном отклонении флуктуаций  $\alpha$  мы действительно получили решения уравнений модели инверсии геомагнитного поля, выражающиеся в смене знака коэффициента  $a_1$ , который имеет смысл магнитного момента (рис. 3а). Из рисунка видно, что инверсия происходит внезапно и занимает очень малое время. С другой стороны, инверсия подготавливается рядом эпизодов (в данном случае двумя), напоминающих экскурсии геомагнитного поля. Во время этих событий магнитный момент сильно уменьшается и приближается к нулю, однако он не меняет знака.

На рисунке. 3б показано соответствующее поведение  $R_\omega$ . Видно, что инверсия возникает тогда, когда в результате достаточно редкой флуктуации  $\alpha$  мы переходим от режима, находящегося на границе стационарного режима и режима васцилляций, к режиму динамо-всплесков, в котором на протяжении одного всплеска изменяется знак магнитного момента. При этом время смены знака магнитного момента намного меньше времени между всплесками, т.е., говоря в терминах палеомагнетизма, намного меньше  $10^5$  лет.

Отметим также, что, как видно из рис. 3б, во время экскурсии динамо может на короткое время переходить в режим динамо-всплесков, однако инверсии при этом не происходит. Что именно происходит при этом — экскурс или инверсия — связано, вероятно, как с тем, насколько далеко система зашла в область динамо-всплесков в параметрическом пространстве, так и с тем, успели ли за это короткое время реализоваться динамо-всплеск.



**Рис. 3.** Пример инверсии в решении уравнений модели: поведение коэффициента  $a_1$  (а) и  $R_\alpha$  (б) во времени. Горизонтальные линии на рисунке отделяют диапазоны  $R_\alpha$ , отвечающие разным режимам модели. Режимы обозначены цифрами, соответствующими кривым на рис. 2.

На рисунке 4 приведена рассчитанная шкала полярности, построенная по одному из решений модели. Она сравнивается с участком шкалы геомагнитной полярности, содержащем такое же количество инверсий, построенным по данным [Gradstein et al, 2004]. Видно, что шкалы в общих чертах похожи. На них видны не только инверсии, но и эпохи длительного отсутствия инверсий, напоминающие суперхроны. В нашей модели суперхронам соответствует уход в область стационарных решений.

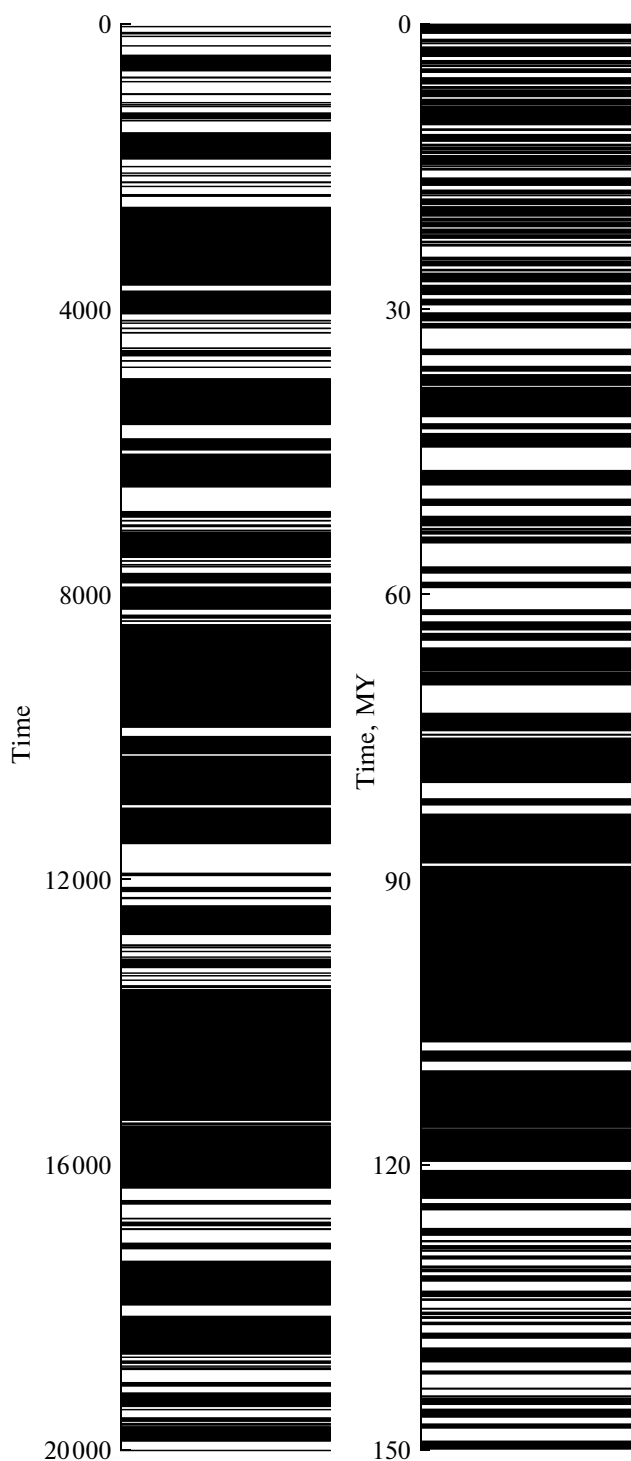
## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, нам удалось, исходя из общих уравнений электродинамики средних полей и производя разнообразные упрощения, получить простую модель, которая воспроизводит режим инверсий геомагнитного поля. Для возникновения инверсии в рамках такой модели не нужно существенно менять гидродинамические параметры задачи, а

достаточно учесть флуктуации  $\alpha$ -эффекта. Если среднеквадратичное отклонение флуктуаций составляет 10% среднего значения  $\alpha$ , для возникновения инверсии достаточно флуктуации в 2–3 стандартных отклонения, что вполне согласуется с представлением о сравнительной редкости инверсий.

Длительность инверсий оказывается много меньше периода плавных изменений магнитного поля вне инверсии (васцилляций). В нашей модели это связано с тем, что при инверсии геодинамо переходит в режим динамо-всплесков, а время инверсии, случающейся при динамо-всплеске, существенно меньше времени между этими всплесками, которое приблизительно равно периоду васцилляций.

Использованные значения флуктуаций  $\alpha$  вполне вписываются в данные о спиральности поверхностных магнитных полей в активных областях Солнца [Sokoloff et al, 2008], согласно которым сте-



**Рис. 4.** Пример шкалы полярности, смоделированной с помощью модели (слева) в сравнении с участком шкалы, построенной по палеомагнитным данным (справа).

пень зеркальной асимметрии, определяемая  $\alpha$ , обнаруживает заметные флуктуации.

В модели возникают и эпохи без инверсий (суперхроны). Их длительность, возможно, меньше

наблюдаемой. Представляется, что внося память во флуктуации  $\alpha$ , можно увеличить время пребывания в состояниях с очень большим и очень маленьким  $\alpha$  не увеличивая частоту встречаемости таких эпох. При этом удлиняются суперхроны и эпохи очень частных инверсий. В рамках данной работы мы, однако, не ставим своей целью детальное сравнение полученной шкалы с наблюдаемой.

Наша модель в соответствующем диапазоне параметров передает и режим солнечного цикла, сменяющегося глобальными минимумами вроде минимума Маундера (см. например [Сун и Яскелл, 2008]). Этот вывод сходен с результатом [Moss et al., 2008], однако мы используем модель с конечным (и небольшим) числом степеней свободы, тогда как в работе [Moss et al., 2008] использовалась хоть и простая модель, но имеющая бесконечное число степеней свободы.

Рассмотренная модель допускает разнообразные усложнения. Например, мы рассматриваем лишь переменные, отвечающие осесимметричным конфигурациям магнитного поля. Это значит, что при инверсии магнитный момент должен обратиться в нуль (хотя все магнитное поле может оставаться ненулевым). Это совершенно не обязательно отражает реальное поведение магнитного момента, который может изменять свой знак, оставаясь ненулевым по модулю и меняя свое направление. Для того, чтобы внести возможность такого поведения в модель, достаточно добавить в нее несколько первых неосесимметричных мод.

Подчеркнем, что существенным элементом нашей модели является то, что при увеличении интенсивности работы динамо сначала возбуждается стационарная конфигурация, при еще больших интенсивностях генерация отсутствует (а перед ее исчезновением возникают васцилляции и динамо-всплески), а при дальнейшем увеличении интенсивности возникают осцилляции. Другими словами, работа механизма возможна лишь при достаточно серьезных ограничениях на параметры задачи. Это, однако, не противоречит общему ощущению о том, что работа геодинамо в привычных ее проявлениях связана с определенной областью в пространстве параметров, вне которой динамо работает существенно по-другому.

Подчеркнем еще раз, что наша модель намеренно игнорирует многие важные черты геодинамо. Например, нет сомнений, что в Земле магнитное поле может заметно влиять на структуру течения во внешнем ядре Земли. Подобные усложнения вполне можно внести в рассматриваемую модель, однако важно то, что уже самая простая модель обнаруживает поведение, близкое к реальному.

Мы благодарны М. Ю. Решетняку за полезные обсуждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Нефедов С.Н., Соколов Д.Д.* Нелинейная маломодовая модель динамо Паркера // *Астрон. журн.*, 87. С. 278–285. 2010.
- *Сун В., Яскелл С.* Минимум Маундер и переменные солнечно-земные связи // ИКИ, М-Ижевск, 328 с. 2008.
- *Трухин В.И., Безаева Н.С.* Самообращение намагниченности природных и синтезированных ферримагнетиков // *УФН* 176(5). С. 507–535. 2006.
- *Baliunas S., Frick P., Moss D., Popova E., Sokoloff D., Soon W.* Anharmonicity and standing dynamo waves: theory and observation of stellar magnetic activity // *MNRAS*, 365. P. 181–190. 2006.
- *Berhanu M., Monchaux R. Fauve S. et al.* Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo // *Europhys. Lett.*, 77, 59001, 5 p. 2007.
- *Brandenburg A., Sokoloff D.* Local and Nonlocal Magnetic Diffusion and Alpha-Effect Tensors in Shear Flow Turbulence // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 96. P. 319–344. 1993.
- *Christensen U.R., Balogh A., Breuer D., Glassmeier K.H.* Planetary magnetism // Springer, Space Sciences Series of ISSI, V. 3, 686 p. 2010.
- *Dormy E., Soward A. M.* Mathematical aspects of natural dynamos // CRC Press, 482 p. 2007.
- *Ershov S.V., Malinetskii G.G., Ruzmaikin A.A.* A generalized two-disk dynamo model // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 47. P. 251–277. 1989.
- *Frick P., Sokoloff D.* Cascade and dynamo action in a shell model of magnetohydrodynamic turbulence // *Phys. Rev. E*, 57, P. 4155–4164. 1998.
- *Gradstein F., Ogg J., Smith A.* A geological Time Scale-2004 // Cambridge, Univ. Press., 589 p. 2004
- *Hoynig P.* Helicity fluctuations in mean field theory: an explanation for the variability of the solar cycle? // *Astron. Astrophys.*, 272. P. 321–339, 1993.
- *Hulot G., Finlay C.C., Coustable C.G., Olsen N., Manda M.* The magnetic field of planet Earth // *Space Sci. Rev.*, 152. P. 159–222, 2010.
- *Krause F., Rädler K.-H.* Mean-field magnetohydrodynamics and dynamo theory // Pergamon Press, 271 p. 1980.
- *Lanza A.F.* Stellar magnetic cycles // *Solar and Stellar Variability: Impact on Earth and Planets, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium*, V. 264. P. 120–129. 2010.
- *Moss D., Sokoloff D., Kuzanyan K., Petrov A.* Stellar dynamo waves: Asymptotic configurations // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*, 98. P. 257–272. 2004.
- *Moss D., Sokoloff D., Usoskin I., Tutubalin V.* Solar Grand minima and random fluctuations in dynamo parameters // *Solar Physics*, 250. P. 221–234, 2008.
- *Olson P.L., Coe R.S., Driscoll P.E., Glatzmaier G.A., Roberts P.H.* Geodynamo reversal frequency and heterogeneous core-mantle boundary heat flow // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 180. P. 66–79. 2010.
- *Otmianowska-Mazur K., Kowal G., Hanasz M.* Dynamo coefficients in Parker unstable disks with cosmic rays and shear. The new methods of estimation // *Astron. Astrophys.*, 445. P. 915–929. 2006.
- *Parker E.N.* Cosmical magnetic fields: their origin and their activity // Clarendon Press, Oxford, 858 p. 1979
- *Roberts P.H., Glatzmaier G.A.* Geodynamo theory and simulations // *Rev. Mod. Phys.* 72(4). P. 1081–1123. 2000.
- *Ryan D.A., Sarson G.R.* Are geomagnetic field reversals controlled by turbulence within the Earth's core? // *Geophys. Res. Lett.*, 34, L02307, 6 p. 2007.
- *Sokoloff D., Zhang H., Kuzanyan K., Obridko V., Tomin D., Tutubalin V.* Current helicity and twist as two indicators of the mirror asymmetry of solar magnetic fields, *Solar Physics*, 248. P. 17–28, 2008.
- *Wicht J., Tilgner A.* Theory and modeling of planetary dynamos // *Space Sci. Reviews* 152(1–2). P. 501–542. 2010.