

УДК 519

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНДЕКСА ГЕОМАГНИТНОЙ АКТИВНОСТИ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПАКЕТОВ

© 2012 г. О. В. Мандрикова^{1,2}, С. Э. Смирнов¹, И. С. Соловьев²

¹Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
с. Паратунка (Камчатский край)

²Камчатский государственный технический университет, г. Петропавловск-Камчатский (Камчатский край)
e-mail: oksanam1@mail.kamchatka.ru

Поступила в редакцию 21.05.2010 г.

После доработки 02.05.2011 г.

В работе предложен метод автоматического определения спокойной суточной вариации Sq -кривой и вычисления индекса геомагнитной активности K на основе вейвлет-пакетов. Метод позволяет воспроизвести методику Дж. Бартельса и включает операцию выделения информативных компонент геомагнитного сигнала, определение возмущенности магнитного поля и формирование спокойной суточной вариации Sq -кривой. Эффективность метода доказана экспериментально.

ВВЕДЕНИЕ

В качестве широко распространенного индекса геомагнитной активности используется K -индекс. Он был введен Дж. Бартельсом в 1938 г. [Bartels, 1938] и определяет меру магнитной возмущенности за трехчасовой интервал времени по 9-бальной квазилогарифмической шкале, которая индивидуальна для каждой станции наблюдения. По методике, предложенной Дж. Бартельсом, K -индекс вычисляется из магнитограмм и предполагает высокий уровень профессиональной подготовки персонала магнитной обсерватории. Основные требования данной методики предъявляются к выделению не возмущенной вариации геомагнитного поля, которая называется Sq -кривой. Наличие Sq -кривой обусловлено токовой системой, возникающей на освещенной стороне Земли на высоте области E ионосферы [Будько и др., 2006], является средней сглаженной кривой нескольких, наиболее близких к текущей дате, спокойных составляющих напряженности магнитного поля (обычно используется три или пять магнитограмм за текущий месяц). Далее, на основе разницы между наибольшим и наименьшим отклонениями в течение трехчасового интервала реальной магнитограммы от значений Sq -кривой определяют амплитуду возмущения в нТл для данной обсерватории. Этим амплитудам соответствуют баллы локального K -индекса. По локальным K -индексам сети станций вычисляется планетарный Kp -индекс.

В настоящее время в обсерваториях применяются различные автоматические методы вычисления K -индекса, основанные на математической обработке вариаций магнитного поля [Menvielle и др., 1955; Головков и др., 1989; Nowozynski, 2007]. Автоматизация данной процедуры позволила бо-

лее эффективно решать задачи, связанные с обработкой и исследованием магнитных данных, обеспечила возможность проведения автоматического анализа регистрируемых данных. Но вместе с тем, как отмечено в работе [Дмитриев и Филипов, 2010], предложенные методики определяют K -индексы, вообще говоря, отличающиеся от индексов геомагнитной активности Дж. Бартельса. В частности, алгоритм, предложенный в [Головков и др., 1989], основан на построении линии регрессии по данным магнитограммы, которая используется вместо Sq -кривой, что сказывается на конечном значении полученного K -индекса. Следуя работе [Яновский, 1978] можно вычислить Sq -кривую методом гармонического анализа, взяв первые две гармоники разложения сигнала в ряд Фурье, но полученная таким методом кривая все же будет отличаться от кривых, полученных из магнитограмм. Погрешности метода, максимально приближенного к методике Бартельса [Nowozynski, 2007], связаны с отсутствием средств адаптации к изменчивости Sq -кривой с течением времени. Авторами этой работы предложен способ определения “не- K -вариации” на основе метода естественных ортогональных составляющих, который позволяет идентифицировать Sq -кривую на любой из дней текущей десятидневки. Как отмечают сами авторы, недостатком этого метода является отсутствие адаптации алгоритма к периодам влияния токовой системы $DP0$, постоянно существующей в высоких широтах и генерируемой процессами квазивязкого обтекания магнитосферы солнечным ветром. В случае попадания возмущенных дней в эту десятку Sq -вариация подвергается искажениям и это влияет на результат определения K -индекса, особенно в дневные часы.

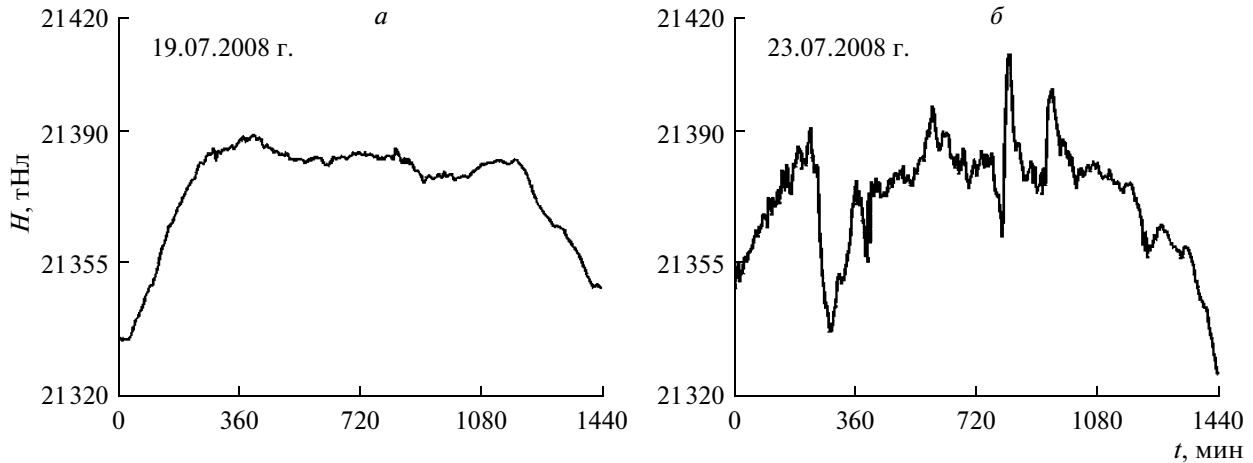


Рис. 1. Регистрируемые геомагнитные сигналы: *a* – спокойная суточная вариация; *б* – возмущенная суточная вариация.

Существенные трудности решения задачи автоматического определения Sq -кривой связаны со сложной структурой вариаций магнитного поля. Временной ход компонент вектора напряженности геомагнитного поля будем называть геомагнитными сигналами. Они являются нестационарными, включают трендовые компоненты и различные по длительности, амплитуде и частоте флуктуации, характеризующие возмущенность магнитного поля (рис. 1). Отсутствие теории и специального математического аппарата для описания таких сигналов не позволяют применять формализованные математические процедуры. Следуя теориям прикладного системного анализа, используем, в таком случае, процедуру декомпозиции и последующего объединения частных решений, авторами предложен метод автоматической идентификации возмущений в геомагнитном сигнале, основанный на конструкции вейвлет-пакетов. Ортонормированные базисы вейвлет-пакетов используют сопряженные зеркальные фильтры для разбиения частотной оси на отдельные интервалы различных размеров [Daubechies, 2001; Mallat, 2005], что позволяет идентифицировать различные типы частотно-временных структур, формирующих сигнал, и провести их детальный анализ. Это дает возможность исследовать геомагнитные сигналы с достаточной степенью локализации, выделить содержащиеся в нем возмущения и определить их интенсивность а, следовательно, реализовать процедуру определения спокойной суточной вариации в автоматическом режиме. Быстрые схемы вейвлет-преобразования, использующие только формулу скользящего среднего [Chui, 2001; Mallat, 2005], обеспечивают возможность получения результатов преобразования в режиме реального времени (это означает, что расчетные значения вейвлет-коэффициентов мо-

гут быть вычислены так же быстро, как может быть записана последовательность регистрируемых данных).

В предложенном методе, по мере регистрации входного сигнала за текущие сутки, производится его анализ и, в случае поступления спокойной вариации, автоматически выполняется соответствующее изменение Sq -кривой, что позволяет воспроизвести методику Дж. Бартельса и реализовать процедуру вычисления K -индекса, принятую на магнитных обсерваториях.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Если $\{\Psi_j(2^j t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ является ортонормированным базисом пространства U_j с разрешением 2^{-j} , и h, g – пара сопряженных зеркальных фильтров, определяемых формулами

$$\Psi_{j-1}^0(t) = \sum_n h_n \Psi_j(2^j t - n) \quad \text{и} \quad \Psi_{j-1}^1(t) = \sum_n g_n \Psi_j(2^j t - n),$$

то семейство $\{\Psi_{j-1}^0(2^{j-1} t - n), \Psi_{j-1}^1(2^{j-1} t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ является ортонормированным базисом U_j [Daubechies, 2001; Mallat, 2005].

Таким образом, сопряженные зеркальные фильтры преобразуют ортогональный базис $\{\Psi_j(2^j t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ в два ортогональных семейства $\{\Psi_{j-1}^0(2^{j-1} t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ и $\{\Psi_{j-1}^1(2^{j-1} t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$. Простран-

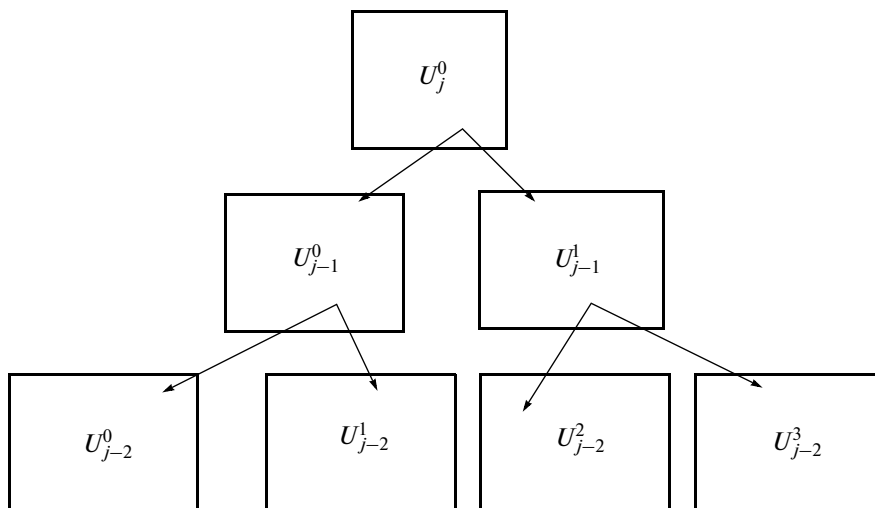


Рис. 2. Двоичное дерево пространств вейвлет-пакетов.

ства U_{j-1}^0 и U_{j-1}^1 , порожденные каждым из этих семейств, ортогональны и

$$U_{j-1}^0 \oplus U_{j-1}^1 = U_j.$$

Рекурсивное расщепление пространств на основе этой процедуры представляют в виде двоичного дерева (рис. 2.), которое в вейвлет-теории называют *деревом пространств вейвлет-пакетов*.

С каждым узлом (j, p) двоичного дерева связывают пространство U_j^p , которое допускает ортонормированный базис $\{\Psi_j^p(2^j t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ при движении вниз по дереву. Каждый узел-родитель делится на два ортогональных подпространства. На корне дерева $U_j^0 = V_j$ и $\Psi_j^0 = \phi_j$, где ϕ_j – скэйлинг-функция [Daubechies, 2001; Mallat, 2005].

Применяя рекурсивное расщепление вдоль ветвей двоичного дерева, мы получаем взаимно ортогональные пространства $\{U_{j_i}^{p_i}\}_{1 \leq i \leq l}$, такие что

$$U_j^0 = \bigoplus_{i=1}^l U_{j_i}^{p_i}.$$

Объединение соответствующих базисов вейвлет-пакетов $\{\Psi_{j_i}^{p_i}(2^{j_i} t - n)\}_{n \in \mathbb{Z}, 1 \leq i \leq l}$ определяет ортонормированный базис $U_j^0 = V_j$, что позволяет полностью восстановить сигнал.

Не нарушая общности, будем считать, что исходный магнитный дискретный сигнал f_0 имеет разрешение $j = 0$. Тогда, используя конструкцию

вейвлет-пакетов, получаем представление геомагнитного сигнала f_0 в виде

$$y_0(t) = \sum_{j_i} g_{j_i}(t) + f_{-m}(t), \quad g_{j_i} \in U_{j_i}^{p_i}, \quad f_{-m} \in V_{-m}. \quad (1)$$

Каждая компонента сигнала в выражении (1) единственным образом определяется последовательностями коэффициентов $\bar{d}^{j_i} = \{d_n^{j_i}\}_{n \in \mathbb{Z}}$, $\bar{c}^{-m} =$

$$= \{c_n^{-m}\}_{n \in \mathbb{Z}} : \quad d_n^{j_i} = \langle f, \Psi_{j_i}^{p_i} \rangle, \quad c_n^{-m} = \langle f, \phi_{-m} \rangle.$$

Схема представления геомагнитного сигнала на основе конструкции вейвлет-пакетов показана на рис. 3.

Одни из выделенных компонент геомагнитного сигнала являются *регулярными составляющими*, другие – *изолированными особенностями* и содержат в себе информацию о величине отклонений от среднего уровня процесса в локальные моменты времени [Мандрикова О.В., 2007], характеризующими здесь возмущенность магнитной составляющей. В работах [Mallat, 2005; Мандрикова О.В., 2007] показано, что изолированные особенности в сигнале могут быть идентифицированы на основе превышения абсолютных значений вейвлет-коэффициентов детализирующих компонент g_{j_i} некоторого порогового значения T_{j_i} , и операция их выделения может быть построена путем определения максимальных значений функции $|d_n^{j_i}|$.

При выборе структуры дерева вейвлет-пакетов и пороговых значений T_{j_i} необходимо учитывать структурные особенности геомагнитных сигналов

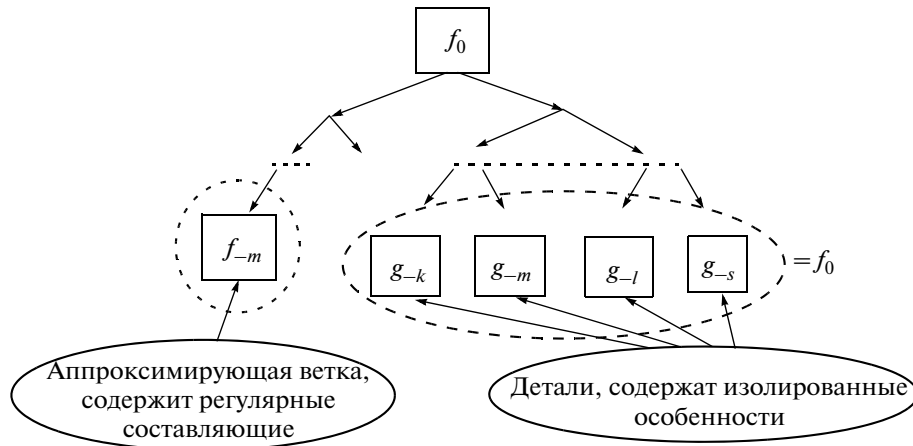


Рис. 3. Схема представления сигнала f_0 в пространстве вейвлет-пакетов.

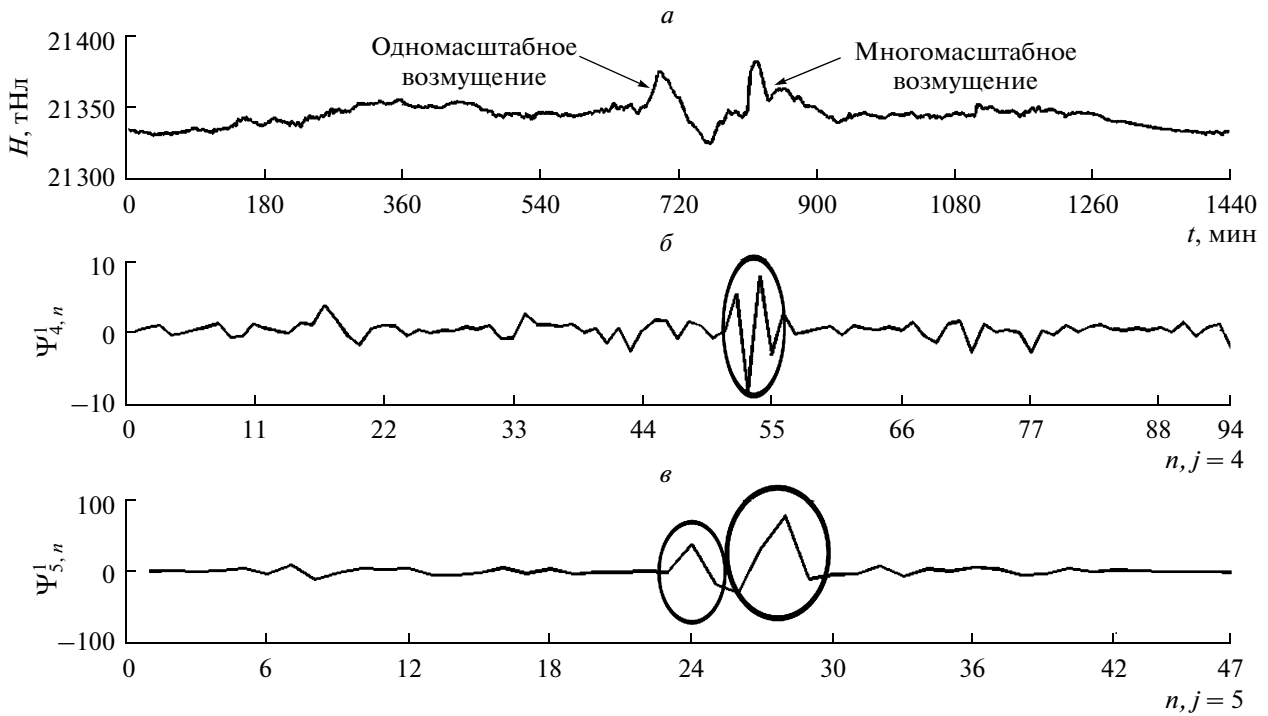


Рис. 4. Разложение геомагнитного сигнала на вейвлет-компоненты: a – суточная вариация; $б$ – компонента сигнала g_{4_1} ; $в$ – компонента сигнала g_{5_1} .

(трендовые составляющие; частотный спектр, амплитуда флуктуаций). Проведенные исследования с геомагнитными сигналами показали, что некоторые геомагнитные возмущения имеют *сосредоточенный спектр* (это означает попадание возмущений в одно пространство дерева вейвлет-пакетов $U_{j_i}^{p_i}$, определяют одномасштабные возмущения), другие являются многомасштабными структурами и, как следствие, проявляют себя на нескольких масштабных уровнях $j_i, j_i \in I_M$ (I_M – множество индексов компонент, содержащих многомас-

штабные особенности) (рис. 4). Первые из указанных могут быть выделены путем проверки условия

$$\max_n |d_n^{j_i}| > T_{j_i, \text{спок}}, \quad j_i \in I_B, \quad (2)$$

где $T_{j_i, \text{спок}}$ – пороговые значения, определяющие наличие в сигнале возмущений, I_B – множество индексов компонент сигнала, содержащих возмущения.

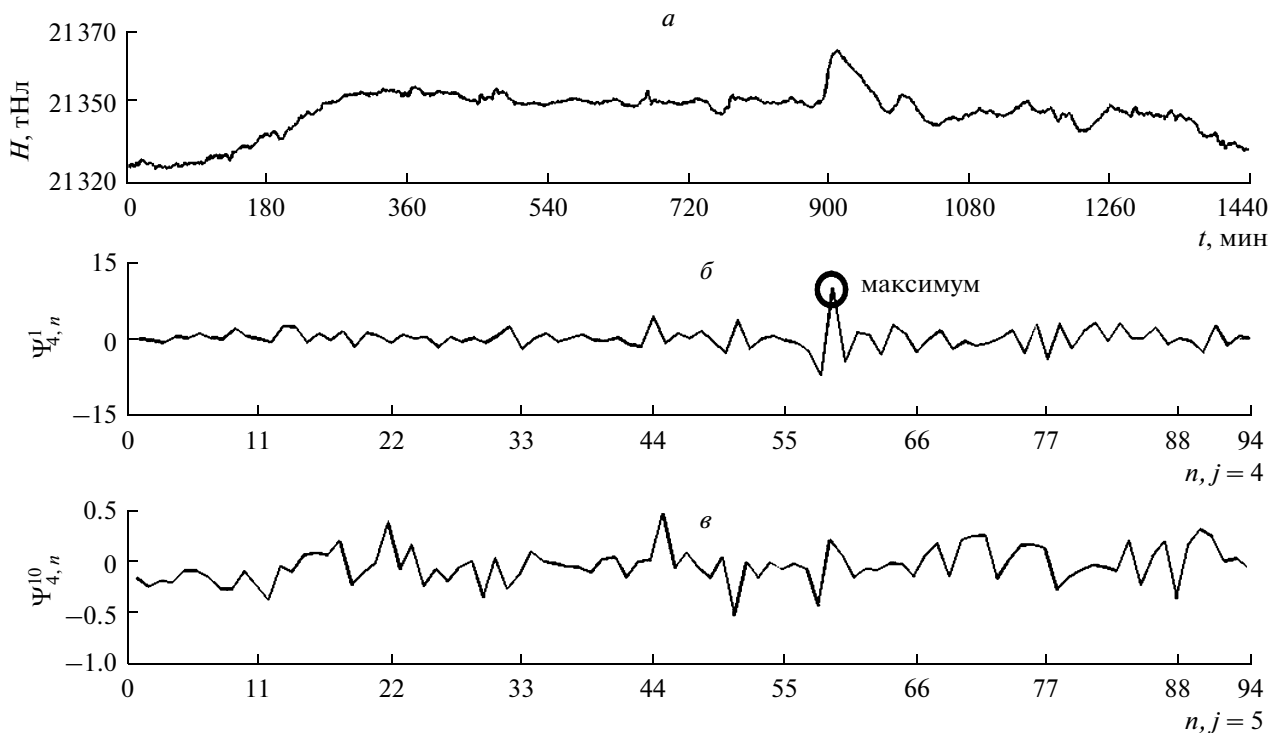


Рис. 5. Разложение магнитного сигнала на вейвлет-компоненты: *a* – суточная вариация; *б* – компонента сигнала $g_{4,1}$, является информативной компонентой; *в* – компонента сигнала $g_{4,0}$, не является информативной компонентой.

Процедуру выделения многомасштабных возмущений построим на основе проверки условия

$$\sum_{j_i \in I_M} \max_n |d_n^{j_i}| > T_{\text{спок}}, \quad (3)$$

где $T_{\text{спок}}$ – пороговое значение, определяющее наличие в сигнале многомасштабного возмущения.

Идентификация структуры дерева вейвлет-пакета и значений $T_{j_i, \text{спок}}$ и $T_{\text{спок}}$, для каждой геомагнитной обсерватории может быть выполнена путем анализа имеющихся в базе возмущенных и спокойных дней на основе следующего алгоритма:

1. Построение полного дерева разложения:

$$U_j^0 : U_j^0 = \bigoplus_{i=1}^l U_{j_i}^{p_i},$$

$\{\Psi_{j_i}^{p_i}(2^{j_i}t - n)\}_{n \in Z}$ есть базис пространства $U_{j_i}^{p_i}$.

2. Идентификация информативных пространств $U_{j_{\text{инф}}}^{p_i}$, $j_{\text{инф}} \in (I_M \cup I_B)$: для каждой компоненты сигнала g_{j_i} .

- 2.1. определить максимальные значения вейвлет-коэффициентов $|d_n^{j_i}|$: $c_k^{j_i} = \max_n |d_n^{j_i}|$.

- 2.2. сопоставить моменты k возникновения изолированных особенностей в сигнале с моментами геомагнитных бурь, в случае их совпадения, хотя

бы для одного анализируемого дня, данная компонента является информативной $g_{j_{\text{инф}}}$ (рис. 5).

3. По данным спокойных дней определение значений $T_{j_i, \text{спок}}$ и $T_{\text{спок}}$

$$T_{j_i, \text{спок}} = \max_l c_{k_l}^{j_{\text{инф}}}, \quad T_{\text{спок}} = \max_l \sum_{j_{\text{инф}}} c_{k_l}^{j_{\text{инф}}},$$

где l – номер анализируемого спокойного дня.

Процедура определения спокойной суточной вариации в автоматическом режиме.

- 3.1. Отображение сигнала за текущие сутки в информативные пространства вейвлет-пакетов $U_{j_{\text{инф}}}^{p_i}$.

- 3.2. Сравнение значений $T_{j, \text{тек}} = c_{k_{\text{тек}}}^{j_{\text{инф}}}$, $T_{\text{тек}} = \sum_{j_{\text{инф}}} c_{k_{\text{тек}}}^{j_{\text{инф}}}$ текущего дня со значениями $T_{j, \text{спок}}$, $T_{\text{спок}}$ спокойного дня. Если для каждого $j_{\text{инф}}$ $T_{j, \text{тек}} \leq T_{j, \text{спок}}$ и $T_{\text{тек}} \leq T_{\text{спок}}$, то текущий день является спокойным днем, в противном случае – возмущенным днем.

3. АВТОМАТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ К-ИНДЕКСА

- 1). Анализируется сигнал составляющей магнитного поля текущего дня и, с целью устранения влияния краевого эффекта, дополняется по кра-

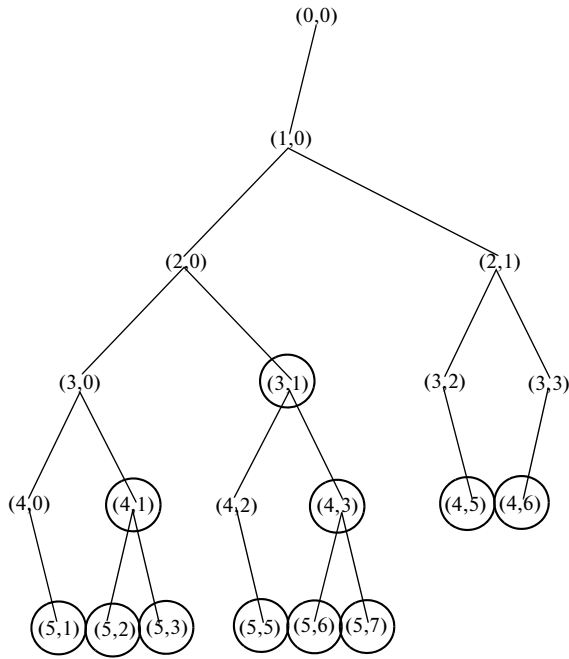


Рис. 6. Информативные компоненты вейвлет-пакета (отмечены кругом).

ям симметричными значениями (количество дополняемых значений определяется по формуле $2^{j_{\max}} * q$, где j_{\max} – максимальный уровень разложения сигнала, q – размер носителя используемой базисной функции).

2). На основе операций 1, 2 (раздел 2) выполняется проверка, является ли текущий день спокойным.

3). Если текущий день определен как спокойный, то он замещает первый день в тройке (или в

пятерке, в зависимости от настройки алгоритма) ближайших к текущей дате спокойных дней.

4). Рассчитывается Sq -кривая: используются значения трех (или пяти) спокойных дней, ближайших по дате к текущему дню, их соответствующие значения складываются и делятся на 3 (или на 5).

5). На основе полученной Sq -вариации определяется K -индекс: определяется разница между наибольшим и наименьшим отклонениями в течение трехчасового интервала реальной магнитограммы от значения Sq -кривой, которая потом переводится по соответствующей геомагнитной широте шкале в K -индекс.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

На основе обработки магнитных данных, полученных на obs. Паратунка (с. Паратунка, Камчатская область), выполнена апробация предложенного метода и получены положительные результаты. При обработке использовались минутные данные H -компоненты магнитного поля. Анализ производился с использованием базисных вейвлет-функций классов Добеши, койфлеты, биортогональные. Разложение осуществлялось до пятого уровня полного вейвлет-дерева включительно.

Результаты обработки магнитных данных obs. Паратунка показали следующее.

1). Для выполнения процедуры идентификации спокойного дня информативными являются следующие пространства вейвлет-пакетов: $U_{-3}^1, U_{-4}^1, U_{-4}^3, U_{-4}^5, U_{-4}^6, U_{-5}^1, U_{-5}^2, U_{-5}^3, U_{-5}^5, U_{-5}^6, U_{-5}^7$ (рис. 6).

2). Анализ различных базисных функций показал, что наименьшую погрешность расчетов обеспечивает функция Добеши порядка 3 (рис. 7).

Графики, представленные на рис. 7, подтверждают эффективность операции выделения воз-

Таблица 1. Наиболее спокойные дни за 2002 г.

Месяц	Дни, определенные экспертами					Дни, определенные программно				
	sq1	sq2	sq3	sq4	sq5	sq1	sq2	sq3	sq4	sq5
1	3	5	30	4	6	5	6	9	30	4
2	14	15	23	3	16	14	23	15	27	4
3	17	28	14	16	27	17	27	14	15	16
4	8	9	26	5	25	25	8	5	9	6
5	24	5	31	1	25	24	5	31	2	1
6	28	27	14	1	15	27	28	15	7	14
7	14	3	15	2	4	14	4	3	11	18
8	6	24	7	5	25	7	6	24	25	8
9	23	25	24	29	20	25	23	24	20	27
11	8	9	16	1	17	16	8	9	17	14
12	18	17	11	12	13	17	12	13	10	18

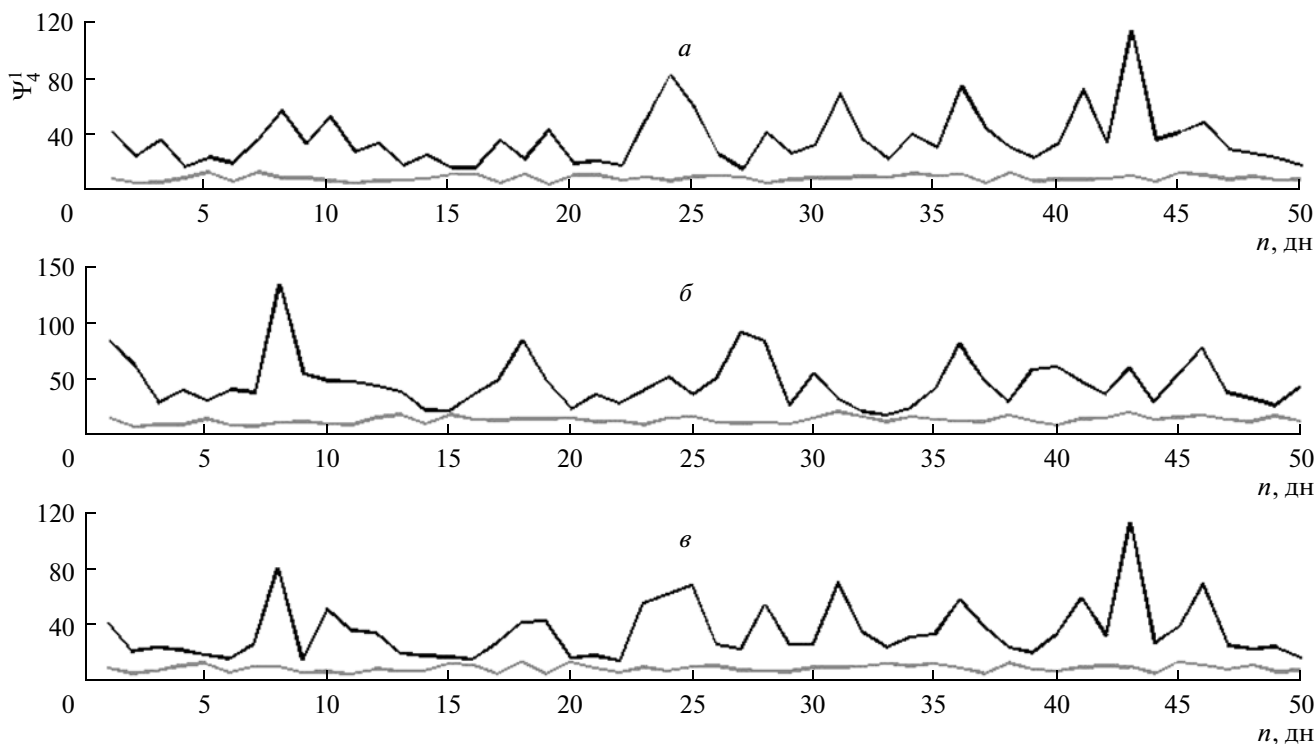


Рис. 7. Результат обработки магнитных данных обс. Паратунка за 2008 г. различными базисными функциями: *a* – вейвлет Добеши 3-го порядка; *б* – биортогональный вейвлет 3-го порядка; *в* – Койфлет 2-го порядка. (Черной линией отмечены *возмущенные* дни, серой – *спокойные*).

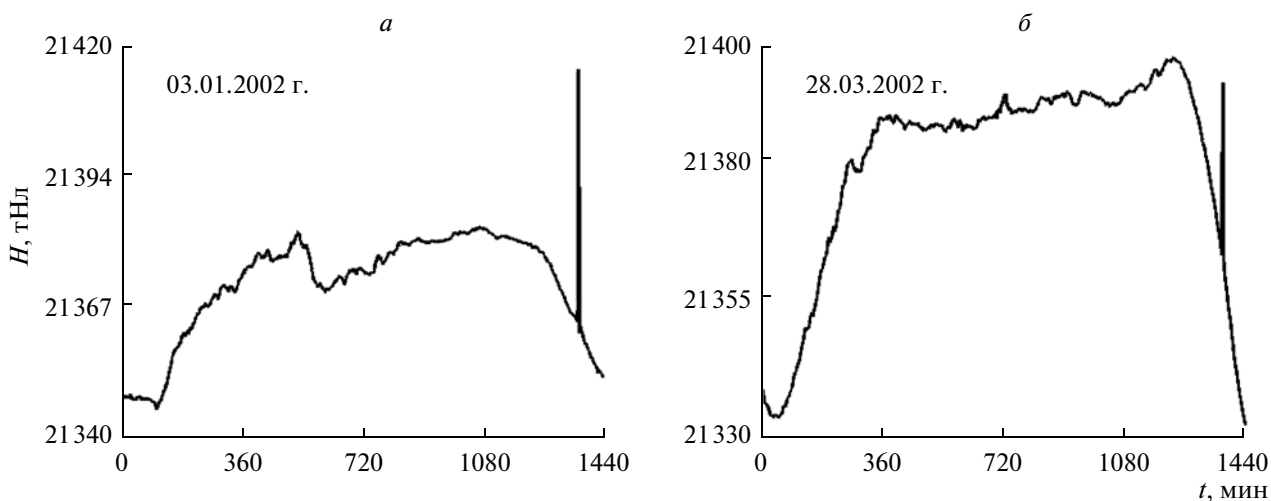


Рис. 8. Геомагнитные сигналы за 03.01.2002 г. и 28.03.2002 г.

мушений в геомагнитном сигнале на основе применения пороговой функции, которая лежит в основе предлагаемого метода.

С целью оценки надежности работы метода был выполнен статистический анализ сопоставления результатов, полученных предлагаемым методом, методом Intermagnet [Nowozynsk, 2007] и “ручным” способом, реализованным по методике Бартельса. В таблице 1 представлены наиболее спокойные дни за каждый месяц 2002 г., кото-

рые были определены экспертами по данным регистрации сети станций Intermagnet [Potsdam Helmholtz Centre]. В этой же таблице показаны наиболее спокойные дни за каждый месяц 2002 г., рассчитанные программно на основе предлагаемого метода. Разницу составляют 13 дней, геомагнитные сигналы за эти дни представлены на рис. 8, 9. Два дня (03.01.2002 г. и 28.03.2002 г.) не были определены программно по причине технических погрешностей регистрируемой аппаратуры (рис. 8).

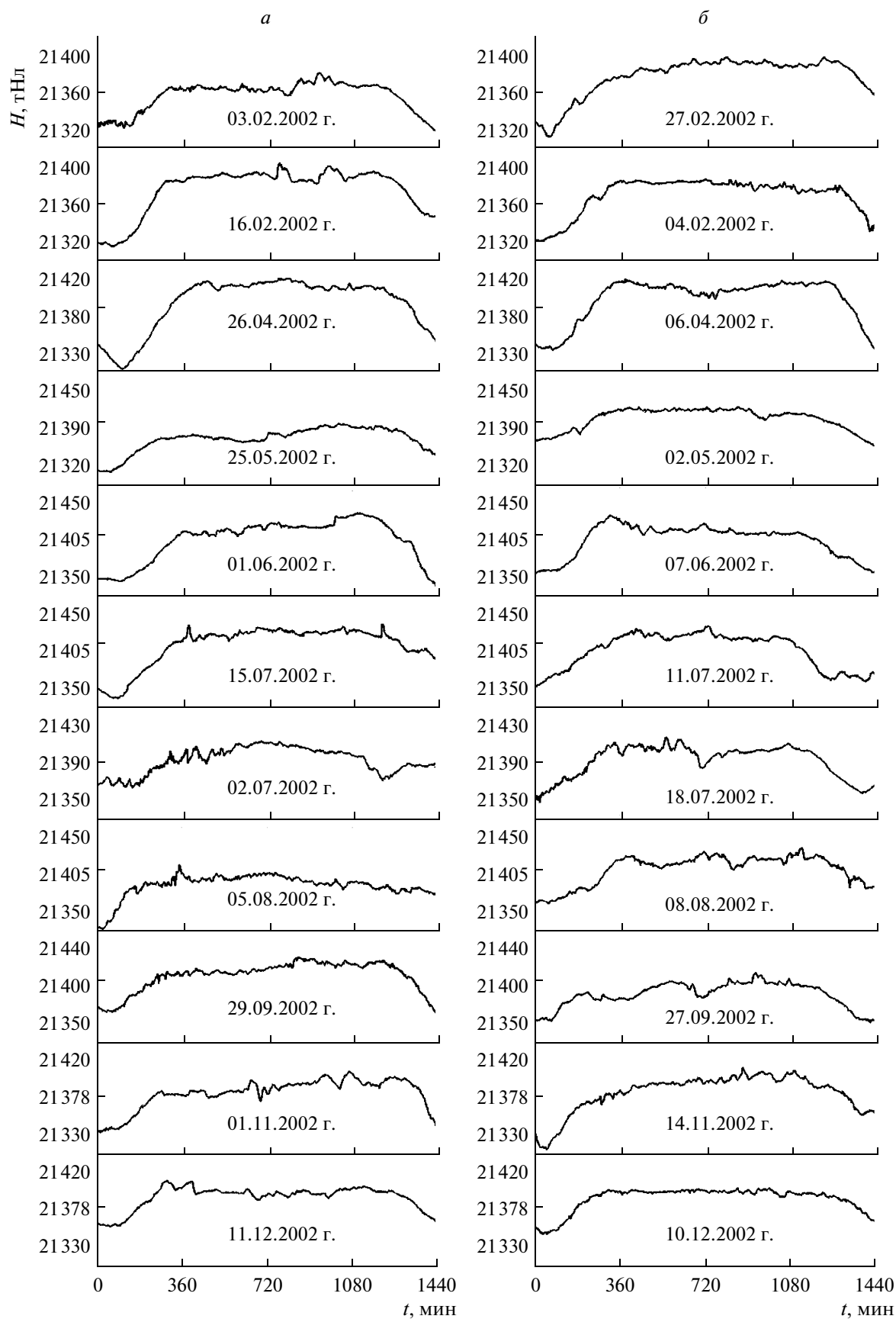


Рис. 9. Геомагнитные сигналы. а – дни, определенные экспертами; б – дни, определенные программно.

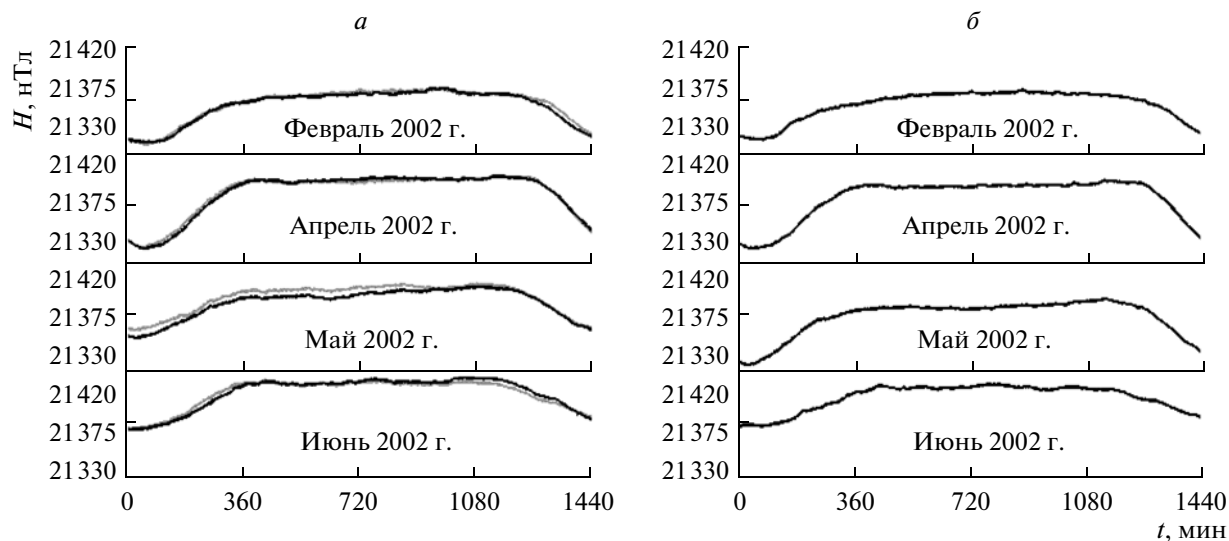


Рис. 10. Результаты расчета Sq -кривой: (а, черный цвет) – расчет произведен *ручным* способом; (а, серый цвет) – расчет произведен *программным* способом; б – расчет произведен *программным* способом по трем *спокойным* дням, ближайшим к текущей дате.

Другие 11 дней определены экспертами [Potsdam Helmholtz Centre] как слабо возмущенные дни данного месяца. Результаты расчета Sq -кривых за первые четыре месяца 2002 г., полученные “программным” и “ручным” (по методике Бартельса) способами показаны на рис. 10а (для расчета использовали дни, представленные в таблице 1). На рис. 10б, в качестве примера, также показан результат расчета Sq -кривой по трем наиболее спокойным дням, ближайшим к текущей дате. Анализ Sq -кривых, полученных “ручным” (рис. 10а, черный цвет) и “программным” (рис. 10а, серый цвет) способами, показывает их идентичность. В таблице 2 представлены результаты сопоставления K -индексов, полученных “программным” способом на основе предлагаемого метода (Sq -кривая определялась по трем наиболее спокойным дням, ближайшим к текущей дате, либо по пяти наиболее спокойным дням за прошедший месяц), методом Intermagnet [Nowozynski,

2007] и “ручным” способом (по методике Бартельса), который подтверждает эффективность предлагаемого метода и реализующих его алгоритмов.

5. ВЫВОДЫ

Предложен автоматический метод определения спокойной суточной Sq -вариации и вычисления индекса геомагнитной активности K на основе конструкции вейвлет-пакетов. Реализация метода включает процедуру разложения составляющих напряженности магнитного поля в компоненты вейвлет-пакета, путем реализации пороговой функции, определение их возмущенности и формирование спокойной суточной вариации Sq -кривой. Предлагаемый метод позволяет максимально приблизиться к методике вычисления K -индекса, предложенной Бартельсом и принятой на магнитных обсерваториях.

Таблица 2. Относительная разница (в процентах) K -индексов, полученных различными методами

	Ручной способ, по <i>пяти</i> дням, определенным экспертами	Intermagnet	Предлагаемым в работе методом, по <i>пяти</i> спокойным дням за месяц
Предлагаемым методом, по <i>трех</i> спокойным дням, ближайшим к текущей дате	0.282183	0.4363001	0.272377
Предлагаемым методом, по <i>пяти</i> спокойным дням за месяц	0.155784	0.447530	0
Intermagnet	0.441697	0	0.447530

На основе статистического анализа сопоставления результатов, полученных предлагаемым методом, методом Intermagnet и “ручным” способом, реализованным по методике Бартельса, доказана надежность работы метода.

Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации МД-2199.2011.9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Будько Н.И., Зайцев А.Н., Карпачев А.Т., Козлов А.Н., Филиппов Б.П. Космическая среда вокруг нас. Троицк: ТРОВАНТ, 232 с. 2006.
- Головкин В.П., Папаташвили В.О., Папаташвили Н.Е. Автоматизированное вычисление K -индексов с использованием метода естественных ортогональных составляющих // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 29. № 4. С. 667–670. 1989.
- Дмитриев Э.М., Филиппов В.А. Алгоритм расчета индексов геомагнитной активности / Солнечно-земные связи и физика предвестников землетрясений. Сб. докл. V междунар. конф. с. Паратунка, Камчат. край, 2–7 августа 2010. Отв. Ред. Б.М. Шевцов, В.В. Богданов. Петропавловск-Камчатский: ИКИР ДВО РАН, С. 110–113. 2010.
- Мандрикова О.В. Моделирование геохимических сигналов на основе вейвлет-преобразования. Владивосток: Дальнаука. 123 с. 2007.
- Яновский Б.М. Земной магнетизм. Учеб. пособие. Изд. 4-е, перераб. и дополн. Ред. В.В. Металлова Л.: изд-во Ленингр. ун-та, 592 с. 1978.
- Bartels J., 1938. Potsdamer erdmagnetische Kennziffern, 1 Mitteilung. Zeitschrift für Geophysik, 14:68–78, 699–718. 1938.
- Chui C.K. An introduction to wavelets. Пер. с англ. М.: Мир, 412 с. 2001.
- Daubechies I. Ten lectures on wavelets. Пер. с английского. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”. 464 с. 2001.
- Menvielle M., Papitashvili N., Hakkinen L., Sucksdorff C. Computer production of K indices: review and comparison of methods // Geophys. J. Int. V. 123, p. 866–886, 1995.
- Nowozynski K. Calculate geomagnetic activity K indices using the Adaptative Smoothing method. http://www.intermagnet.org/Software_e.html 2007.
- Potsdam Helmholtz Centre GFZ German Research Centre for Geosciences. http://www-app3.gfz-potsdam.de/kp_index/.
- Mallat S. A Wavelet tour of signal processing. Пер. с англ. М.: Мир. 671 с. 2005.