
**ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ
И РЕЖИМ ВОДНЫХ ОБЪЕКТОВ**

УДК 556.16.:556.072

ГРУППОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОГРАФОВ МЕСЯЧНОГО СТОКА

© 2013 г. С. К. Давлетгалиев

*Казахский национальный университет им. Аль-Фараби**050038 Алматы, просп. Аль-Фараби, 71**E-mail: sdavletgaliev@mail.ru*

Поступила в редакцию 27.06.2012 г.

Показана возможность группового моделирования гидрографов месячного стока методом канонического разложения. Методика моделирования позволяет учитывать коэффициенты авто- и взаимокорреляции, а также воспроизводить соотношения между параметрами C_V и C_S для месячных интервалов времени. Модель сохраняет сходство внутригодового распределения натуральных и смоделированных рядов.

Ключевые слова: Моделирование гидрографов стока, каноническое разложение, координатные функции, дисперсия случайных коэффициентов, показатель внутригодового распределения

DOI: 10.7868/S0321059613040032

При решении ряда водохозяйственных и водно-энергетических задач возникает необходимость статистического моделирования месячных величин стока нескольких рек с учетом авто- и взаимокорреляционных функций.

В настоящее время предложено довольно большое количество методов совместного моделирования гидрологических рядов. Большинство из них разработано применительно к задачам моделирования годового стока. Из существующих предложений по групповому моделированию гидрографов месячного стока можно отметить работы [1–3, 7, 11].

Модель дезагрегирования, предложенная Д. Лаксом и др. [4], для описания колебания стока с учетом внутригодового распределения предполагает получение рядов годового стока с помощью моделей ARMA и ARIMA, а затем – распределение величин годового стока по отдельным сезонам и месяцам. При этом заранее предусматривается, что смоделированный ряд является стационарным, т.е. корреляция между стоком различных месяцев не зависит от рассматриваемых сезонов [4]. Это допущение – весьма грубое и не позволяет воспроизводить особенности внутригодового распределения.

В модели “НЕС-4 месячных расходов”, разработанной Гидрологическим и инженерным центром США [12, 13], для стока всех месяцев принимается один и тот же закон распределения Пирсо-

на типа III, т.е. соотношение $C_S/C_V = 2$. Для реального стока это соотношение изменяется в более широких пределах: 1–6. Следовательно, модель “НЕС-4 месячных расходов” имеет ограниченное применение.

Автором настоящей статьи предлагается метод статистического моделирования процесса месячного стока на основе использования канонического разложения случайной функции. Оно позволяет охарактеризовать случайный процесс совокупностью независимых случайных величин и неслучайных функций.

Задача моделирования годового гидрографа сводится к моделированию векторной случайной функции, компонентами которой являются месячные значения стока.

Компоненты Q_ℓ векторной случайной функции задаются формулой [10]

$$Q_\ell(t_v) = m_Q(t_v) + \sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^M \varphi_{v\ell}^{(i)}(t_v) \mathcal{V}_v, \quad (i, \ell = 1, \dots, N), \quad (1)$$

где

$$\varphi_{v\ell}^{(i)}(t_v) = \frac{1}{D_v^{(i)}} \left[K_{i\ell}(t_v, t_\mu) - \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{m=1}^M D_m^{(k)} \varphi_{mi}^{(k)}(t_v) \varphi_{mi}^{(k)}(t_\mu) - \sum_{m=1}^{v-1} D_m^{(i)} \varphi_{mi}^{(i)}(t_v) \varphi_{m\ell}^{(i)}(t_\mu) \right] \quad (2)$$

– координатные функции;

$$D_v^{(i)} = K_{ii}(t_v, t_v) - \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{m=1}^M D_m^{(k)} [\varphi_{mi}^{(k)}(t_v)]^2 - \sum_{m=1}^M D_m^{(i)} [\varphi_{mi}^{(i)}(t_v)]^2 \quad (3)$$

– дисперсия случайных коэффициентов V_i ; $K_{ii}(t_v, t_\mu)$ – корреляционные и взаимнокорреляционные функции векторной случайной функции $Q_i(t)$; M – количество расчетных интервалов в году (месяцы, декады); N – число составляющих, т.е. створов или рек; t_v и t_μ – соответственно аргументы случайной функции в данный и последующий моменты времени. Здесь $v = 1, 2, \dots, M$; $\mu > v$; $\mu = v + 1, v + 2, \dots, M$ (при $\ell = i$); $\mu = 1, 2, \dots, M$; $l = i + 1, i + 2, \dots, N$ (при $\ell > i$).

Формула (1) для канонического разложения трех случайных функций имеет вид:

$$Q_1(t) = m_{Q_1}(t) + \sum_{v=1}^M \varphi_{v1}^{(1)}(t) V_v^{(1)},$$

$$Q_2(t) = m_{Q_2}(t) + \sum_{v=1}^M \varphi_{v2}^{(1)}(t) V_v^{(1)} + \sum_{v=1}^M \varphi_{v2}^{(2)}(t) V_v^{(2)}, \quad (4)$$

$$Q_3(t) = m_{Q_3}(t) + \sum_{v=1}^M \varphi_{v3}^{(1)}(t) V_v^{(1)} + \sum_{v=1}^M \varphi_{v3}^{(2)}(t) V_v^{(2)} + \sum_{v=1}^M \varphi_{v3}^{(3)}(t) V_v^{(3)},$$

где $m_{Q_1}(t)$, $m_{Q_2}(t)$, $m_{Q_3}(t)$ – математическое ожидание составляющих $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_3(t)$ соответственно, т.е. $Q_i(t)$ – месячные значения расходов воды в трех створах. $V_v^{(1)}$, $V_v^{(2)}$, $V_v^{(3)}$ – некоррелированные случайные величины, математические ожидания которых равны нулю; $\varphi_{v2}^{(1)}(t)$, $\varphi_{v3}^{(1)}(t)$ – координатные функции $Q_1(t)$ с составляющими $Q_2(t)$ и $Q_3(t)$; $\varphi_{v3}^{(2)}(t)$ – то же составляющих $Q_2(t)$ и $Q_3(t)$; $\varphi_{v3}^{(3)}(t)$ – координатные функции составляющей $Q_3(t)$.

Координатные функции $\varphi_{v3}^{(1)}(t)$, $\varphi_{v3}^{(2)}(t)$, $\varphi_{v3}^{(3)}(t)$ вычисляются по формулам

$$\varphi_{v3}^{(1)}(t) = \frac{1}{D_v^{(1)}} \left\{ K_{13}(t_v, t_\mu) - \sum_{m=1}^{v-1} D_m^{(1)} \varphi_{m1}^{(1)}(t_v) \varphi_{m3}^{(1)}(t_\mu) \right\}, \quad (5)$$

$$\varphi_{v3}^{(2)}(t) = \frac{1}{D_v^{(1)}} \left\{ K_{23}(t_v, t_\mu) - \sum_{m=1}^M D_m^{(1)} \varphi_{m2}^{(1)}(t_v) \varphi_{m3}^{(1)}(t_\mu) - \sum_{m=1}^{v-1} D_m^{(2)} \varphi_{m2}^{(2)}(t_v) \varphi_{m3}^{(2)}(t_\mu) \right\}, \quad (6)$$

$$\varphi_{v3}^{(3)}(t) = \frac{1}{D_v^{(2)}} \left\{ K_{33}(t_v, t_\mu) - \sum_{m=1}^M D_m^{(1)} \varphi_{m2}^{(1)}(t_v) \varphi_{m3}^{(1)}(t_\mu) - \sum_{m=1}^M D_m^{(2)} \varphi_{m3}^{(2)}(t_v) \varphi_{m3}^{(2)}(t_\mu) - \sum_{m=1}^{v-1} D_m^{(3)} \varphi_{v3}^{(3)}(t_v) \varphi_{m3}^{(3)}(t_\mu) \right\}, \quad (7)$$

$$D_v^{(3)} = K_{22}(t_v, t_v) - \sum_{m=1}^M D_m^{(1)} [\varphi_{m3}^{(1)}(t_v)]^2 - \sum_{m=1}^M D_m^{(2)} [\varphi_{m3}^{(2)}(t_v)]^2 - \sum_{m=1}^{v-1} D_m^{(3)} [\varphi_{m3}^{(3)}(t_v)]^2. \quad (8)$$

Уравнения (5) и (6) следуют из (2) соответственно при $i = 1, \ell = 3$ и $i = 2, \ell = 3$, а выражение (7) – при $i = 3, \ell = 3$. Функции $\varphi_{v1}^{(1)}$, $\varphi_{v2}^{(1)}$ и $\varphi_{v2}^{(2)}$ могут быть получены соответственно при $i = \ell = 1$; $i = 1, \ell = 2$ и $i = \ell = 2$.

Дисперсии $D_v^{(3)}$ случайных величин V_v получаются из (3) при $i = 3, k = 1, 2$. Функции $\varphi_{v3}^{(1)}(t)$, $\varphi_{v3}^{(2)}(t)$ образуют квадратную несимметричную матрицу, функции $\varphi_{v3}^{(3)}(t)$ образуют верхнюю треугольную матрицу с единицами на главной диагонали, т.е. $\varphi_{v3}^{(3)}(t) = 0$ при $v > \mu$ и $\varphi_{v3}^{(3)}(t) = 1$ при $v = \mu$.

Статистическое моделирование гидрографов месячного стока выполнено по формуле (4). Из нее следует, что сначала строится каноническое разложение стока первой составляющей $Q_1(t)$, как и в случае одномерного разложения, затем по значениям $\varphi_{v2}^{(1)}(t)$, $\varphi_{v2}^{(2)}(t)$ – каноническое разложение второй составляющей $Q_2(t)$, по функциям $\varphi_{v3}^{(1)}(t)$, $\varphi_{v3}^{(2)}(t)$, $\varphi_{v3}^{(3)}(t)$ – разложения третьей составляющей $Q_3(t)$. Если моделирование проводится в створах, расположенных на одной и той же реке, то в качестве $Q_1(t)$ удобно принимать самый верхний (первый) створ, в качестве $Q_2(t)$ – второй створ. Если же пункты наблюдений расположены на разных реках, то безразлично, какой из пунктов принимать за первую или вторую составляющую.

Алгоритм моделирования гидрографов стока заключается в следующем:

1. оценка однородности рядов наблюдений;
2. ввод исходных данных – реализация месячных величин стока и ординаты таблицы кривой обеспеченности С.Н. Крицкого и М.Ф. Менкеля при соответствующих соотношениях между параметрами C_v и C_s ;
3. вычисление математических ожиданий, коэффициентов вариации и асимметрии, ковариационной и нормированной корреляционной мат-

риц, коэффициентов автокорреляции месячного стока;

4. ввод принятого соотношения между коэффициентами вариации C_V и асимметрии C_S ;

5. оценка несмещенного значения коэффициентов вариации и автокорреляции месячного стока рек;

6. определение средних месячных расходов воды по уравнению авторегрессии с учетом связи между смежными членами стокового ряда;

7. вычисление координатных функций и дисперсии случайных коэффициентов;

8. формирование случайных коэффициентов V_V с заданным стандартным отклонением и нулевым математическим ожиданием;

9. получение реализации случайных величин по уравнению канонического разложения;

10. определение вероятности (обеспеченности) переменных, вычисленных в пункте 9;

11. преобразование рассчитанных значений обеспеченности (0–100%) в табличный интервал от 0.001 до 99.9%;

12. вход по полученным значениям обеспеченности в таблицу кривой распределения Крицкого–Менкеля при заданных значениях C_V и C_S/C_V и вычисление модульных коэффициентов стока путем интерполяции их табличных значений;

13. сравнение статистических параметров исходных и смоделированных рядов.

Согласно [5, 6], в качестве закона распределения декадного и месячного стока может приниматься трехпараметрическое гамма-распределение Крицкого–Менкеля. При этом для рек снегового питания рекомендуется принимать $C_S = 3C_V$ для месячных величин, $C_S = 4C_V$ – для декадных и пентадных значений. Исследования автора показывают, что для многих рек соотношение C_S/C_V для месячного стока может меняться в пределах 1–6.

Оценку однородности рядов наблюдений и принадлежности отскакивающих точек к одной совокупности необходимо выполнить на основе рекомендаций ГГИ [8].

Аномальные значения стока в зоне малой обеспеченности в период половодья в основном лежат выше теоретической кривой, что может привести к получению заниженных значений моделируемой последовательности. Если смоделированные значения стока данного интервала существенно отличаются от натуральных и приводят к искажению формы гидрографа стока, то моделирование стока в рассматриваемой зоне обеспе-

ченности, видимо, нужно проводить с введением гарантийного поправочного коэффициента, как это делается при расчете максимального стока.

Исследование показало, что трехкомпонентная модель канонического разложения хорошо воспроизводит нормы и коэффициенты вариации. Величина коэффициента автокорреляции первого порядка сохраняется в пределах точности расчета r_1 . Устойчивость коэффициентов асимметрии недостаточно высокая. Причем существенная разница между сопоставляемыми величинами C_S имеет место при больших значениях параметров C_V и C_S . Как видно из табл. 1, существенное расхождение между значениями C_S имеет место для стока р. Урал – с. Кизильское в месяцы VI и VII при $C_S = 6C_V$. Однако расхождение между значениями C_S наблюдаемых и смоделированных рядов в большинстве случаев лежит в пределах точности расчета C_S [9]. По мере увеличения числа моделируемых гидрографов улучшается сходимость параметров C_S . При $n \geq 10000$ –15000 лет влияние длины ряда на сходимость параметра ряда незначительно. Значения других статистических параметров стока: нормы, коэффициента вариации, коэффициента авто- и взаимокорреляции – при $n \geq 5000$ остаются более менее устойчивыми.

Моделирование ведется по сложной цепи Маркова. Первое значение стока моделируется в соответствии с ее безусловным распределением, а каждая последующая величина – в соответствии с условным распределением с учетом ранее полученных значений стока. Метод учитывает всевозможные связи, заложенные в корреляционной матрице, что позволяет воспроизводить особенности сезонного хода стока любой реки. Следовательно, предлагаемая модель воспроизводит не только отмеченные выше статистические характеристики месячного стока, но и полную корреляционную матрицу (табл. 2, 3).

Важным критерием качества модели является совпадение кривых обеспеченностей среднемесячных расходов воды наблюдаемых и смоделированных рядов. Такое сопоставление для отдельных месяцев проведено для р. Урал – с. Кушум. Из рис. 1 видно достаточно удовлетворительное соответствие точек смоделированных рядов заданному теоретическому закону распределения наблюдаемых величин.

Автокорреляционные функции смоделированных месячных расходов, полученные по модели простой цепи Маркова, отличаются от аналогичных функций натуральных рядов (табл. 4). Это

Таблица 1. Статистические параметры среднемесячных расходов для наблюдаемых (верхняя строка) и смоделированных (нижняя строка) гидрологических рядов ($n = 15000$)

Параметр	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
р. Урал – с. Верхнеуральск (1938–1980 гг.)												
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	0.86	0.71	0.83	30.0	28.5	11.7	9.54	7.08	3.94	4.84	3.14	138
	0.86	0.72	0.85	30.1	28.1	11.7	9.67	7.16	3.89	4.78	3.12	1.40
C_v	0.90	1.01	1.00	0.70	0.71	0.77	1.23	1.32	0.95	1.06	0.95	0.79
	0.92	1.02	1.01	0.70	0.72	0.77	1.24	1.33	0.94	1.08	0.96	0.79
C_s	1.80	2.02	2.00	2.10	1.42	3.08	4.92	5.28	1.90	5.30	3.80	1.58
	1.91	2.08	2.09	2.14	1.55	2.80	4.34	5.10	1.80	5.61	3.93	1.60
r_1	0.48	0.53	0.51	0.45	0.39	-0.01	0.15	0.23	0.50	0.38	0.22	0.31
	0.45	0.48	0.46	0.42	0.37	-0.01	0.07	0.13	0.44	0.30	0.17	0.27
р. Урал – с. Кизильское (1938–1980 гг.)												
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	2.96	2.58	5.40	140	80.1	28.9	21.7	18.9	11.2	12.7	8.59	4.56
	3.00	2.66	5.67	140	78.6	28.6	21.1	18.7	11.1	12.7	8.52	4.54
C_v	0.82	0.85	1.37	1.01	0.88	0.89	1.19	1.38	1.07	1.21	0.88	0.78
	0.82	0.85	1.37	1.02	0.90	0.86	1.16	1.38	1.07	1.20	0.87	0.78
C_s	1.64	1.70	4.11	2.02	3.52	5.16	7.14	5.52	3.21	4.84	3.52	0.78
	1.61	1.69	3.79	1.99	4.26	3.72	4.68	5.66	3.16	4.68	2.91	0.81
r_1	0.56	0.70	0.16	0.46	0.44	0.38	0.07	0.25	0.27	0.33	0.45	0.46
	0.51	0.66	0.12	0.41	0.39	0.29	0.04	0.16	0.20	0.22	0.36	0.40
р. Урал – с. Кушум (1938–1980 гг.)												
$Q, \text{ м}^3/\text{с}$	66.0	60.0	81.3	947	1360	420	199	132	106	101	91.9	66.4
	66.1	60.0	83.0	952	1350	415	197	129	103	98.4	91.5	65.8
C_v	0.57	0.54	0.95	0.98	0.86	0.63	0.45	0.45	0.43	0.42	0.47	0.47
	0.57	0.54	0.96	0.98	0.88	0.64	0.46	0.47	0.45	0.45	0.47	0.48
C_s	2.85	1.08	3.80	5.88	2.58	1.26	0.90	0.45	0.43	0.42	0.94	0.94
	3.01	1.09	3.89	4.90	2.75	1.35	0.96	0.48	0.38	0.32	0.99	1.00
r_1	0.66	0.72	0.28	0.27	0.30	0.41	0.50	0.52	0.55	0.61	0.63	0.63
	0.61	0.69	0.21	0.22	0.28	0.40	0.49	0.51	0.52	0.58	0.62	0.62

Таблица 2. Корреляционная матрица среднемесячных расходов воды для наблюдаемых (верхняя строка) и смоделированных (нижняя строка) рядов р. Урал у с. Верхнеуральск (1938–1980 гг.; $n = 15000$)

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
I	1	0.96	0.83	0.79	0.32	0.30	0.27	0.20	0.40	0.28	0.16	0.28
		0.95	0.80	0.77	0.29	0.21	0.18	0.13	0.33	0.20	0.10	0.22
II		1	0.88	0.80	0.32	0.26	0.24	0.22	0.41	0.31	0.17	0.30
			0.86	0.78	0.30	0.17	0.14	0.14	0.33	0.21	0.11	0.22
III			1	0.69	0.22	0.24	0.20	0.14	0.38	0.27	0.14	0.28
				0.64	0.19	0.15	0.12	0.09	0.31	0.18	0.08	0.21
IV				1	0.31	0.22	0.18	0.36	0.48	0.54	0.44	0.47
					0.30	0.16	0.12	0.26	0.42	0.43	0.34	0.41
V					1	0.53	0.33	0.25	0.40	0.38	0.29	0.32
						0.44	0.26	0.17	0.34	0.28	0.22	0.27
VI						1	0.77	0.37	0.65	0.32	0.27	0.41
							0.69	0.26	0.50	0.21	0.21	0.34
VII							1	0.54	0.68	0.40	0.30	0.51
								0.42	0.53	0.27	0.22	0.41
VIII								1	0.73	0.61	0.47	0.44
									0.73	0.61	0.47	0.44
IX									1	0.84	0.75	0.72
										0.74	0.66	0.66
X										1	0.91	0.80
											0.86	0.76
XI											1	0.75
												0.70
XII												1

различие существенно при сдвиге ряда $\tau > 1$. Значения коэффициентов долгосрочных корреляций полученных рядов могут быть как больше, так и меньше, чем их исходные величины. Коэффициенты автокорреляции смежных лет r_1 модели, хотя и мало отличаются от натуральных данных, но почти всегда меньше, чем для наблюдаемого ряда (табл. 1).

При моделировании месячного стока возможны два способа получения рядов годового стока:

1. совместное моделирование значений годового и месячного стока при рассмотрении первого как стока дополнительного 13-го интервала;

2. определение значений годового стока из смоделированных месячных величин.

В первом случае статистические параметры годового стока сохраняются, так же как в случае мо-

делирования месячного. Однако при этом возникает проблема объединения смоделированных месячных и годовых величин. В данной работе рассмотрен второй способ моделирования годового стока. Результаты расчета по двум группам рек представлены в табл. 4, из которой видно, что исследуемая модель сохраняет исходные значения нормы, коэффициента вариации и коэффициента взаимной корреляции R_{ij} . В то же время, она приводит к получению заниженных значений коэффициентов корреляции смежных лет R_1 и завышению значения C_S годового стока. Степень совпадения значений C_S годового стока зависит от корректности задания соотношения C_S/C_V месячного стока. Если принять соотношение C_S/C_V по данным наблюдений, а не по критериям согласия, то сходимость параметров C_S улучшается,

Таблица 3. Взаимокорреляционная матрица среднемесячных расходов воды для наблюдаемых (верхняя строка) и смоделированных (нижняя строка) рядов р. Урал у сел Верхнеуральск и Кизильское (1936–1980 гг.)

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
I	0.60	0.54	0.47	0.46	0.10	0.29	0.22	0.03	0.21	0.06	0.04	0.22
	0.56	0.50	0.42	0.44	0.09	0.21	0.15	0.02	0.17	0.04	0.02	0.18
II	0.57	0.53	0.45	0.44	0.06	0.22	0.18	0.06	0.21	0.10	0.08	0.24
	0.49	0.45	0.37	0.38	0.04	0.13	0.10	0.03	0.16	0.07	0.04	0.18
III	0.48	0.44	0.45	0.45	-0.02	0.18	0.14	0.03	0.16	0.02	0.01	0.08
	0.38	0.34	0.34	0.36	-0.04	0.14	0.10	0.03	0.12	0.02	0.01	0.07
IV	0.74	0.76	0.56	0.88	0.41	0.23	0.12	0.34	0.45	0.47	0.38	0.38
	0.71	0.72	0.50	0.86	0.38	0.17	0.08	0.24	0.38	0.36	0.28	0.32
V	0.32	0.34	0.18	0.34	0.93	0.45	0.24	0.24	0.40	0.40	0.31	0.28
	0.27	0.29	0.14	0.30	0.87	0.34	0.17	0.17	0.31	0.28	0.22	0.21
VI	0.41	0.40	0.36	0.37	0.75	0.82	0.51	0.33	0.61	0.40	0.31	0.39
	0.34	0.32	0.27	0.31	0.68	0.70	0.40	0.22	0.51	0.29	0.22	0.31
VII	0.33	0.28	0.22	0.17	0.41	0.76	0.92	0.46	0.67	0.39	0.27	0.48
	0.21	0.17	0.13	0.11	0.31	0.68	0.87	0.32	0.50	0.25	0.20	0.37
VIII	0.20	0.20	0.13	0.26	0.61	0.64	0.69	0.72	0.73	0.66	0.47	0.58
	0.12	0.11	0.06	0.18	0.48	0.51	0.57	0.61	0.59	0.52	0.436	0.47
IX	0.39	0.38	0.32	0.40	0.61	0.71	0.72	0.60	0.83	0.69	0.55	0.62
	0.30	0.28	0.22	0.32	0.53	0.62	0.63	0.49	0.75	0.57	0.47	0.56
X	0.35	0.36	0.31	0.47	0.44	0.45	0.54	0.53	0.76	0.86	0.69	0.75
	0.25	0.26	0.21	0.38	0.35	0.33	0.41	0.41	0.66	0.80	0.60	0.66
XI	0.14	0.15	0.09	0.40	0.49	0.40	0.39	0.36	0.57	0.65	0.70	0.63
	0.10	0.11	0.05	0.33	0.43	0.30	0.30	0.26	0.52	0.58	0.62	0.58
XII	0.16	0.17	0.14	0.39	0.28	0.22	0.36	0.28	0.50	0.65	0.63	0.76
	0.12	0.12	0.09	0.33	0.25	0.16	0.27	0.22	0.45	0.54	0.55	0.73

следовательно – возникает проблема оценки коэффициентов C_5 месячного стока, которая, с одной стороны, соответствовала бы эмпирическим данным, с другой – обеспечивала бы сохранение C_5 в полученных рядах годового стока в допустимых пределах.

Другим важным требованием к качеству модели является подобие (сходство) внутригодового распределения стока натуральных и смоделированных рядов [6]. В качестве показателя внутригодового распределения стока принят коэффициент внутригодовой неравномерности (d) по В.Г. Андрянову. В табл. 5 приведены значения d , в том числе его среднее многолетнее значение, вычисленное по наблюдаемым и смоделированным рядам месячного стока.

Из данных последнего столбца табл. 5 видно полное соответствие внутригодового распределения смоделированных и натуральных рядов. Из гидрографов, приведенных на рис. 2, также следует, что предлагаемая модель достаточно хорошо воспроизводит внутригодовое распределение стока и использование аппарата нормальной корреляции не вызывает существенных отклонений смоделированных гидрографов от наблюдаемых.

ВЫВОДЫ

При одновременном моделировании гидрографов стока в трех створах одной и той же реки или разных рек предложенная модель канонического разложения с достаточной для практики точностью обеспечивает сохранение всех статистических параметров натуральных рядов, в том чис-

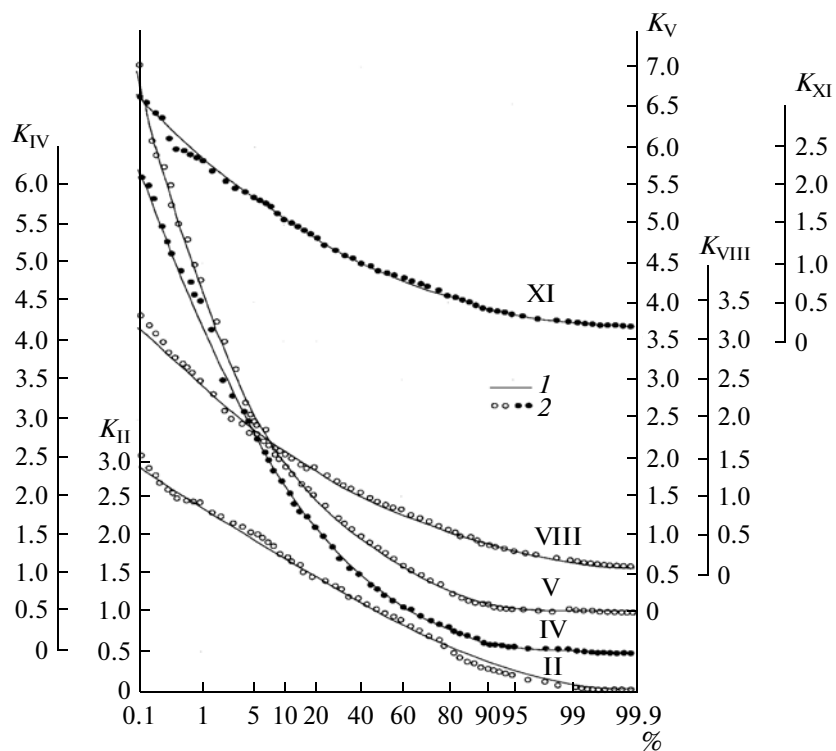


Рис. 1. Кривые обеспеченности среднемесячных расходов воды р. Урал–с. Кушум. 1 – исходные кривые, 2 – точки смоделированных рядов.

Таблица 4. Статистические характеристики рядов годового стока наблюдаемых (верхняя строка) и полученных из смоделированных значений месячного стока (нижняя строка) ($n = 1500$ лет; $p = 1$)

№ группы и рек	Река–пункт	Q , м ³ /с	C_v	C_s	R_1	R_{ij}
I	1 Лепсы – г. Лепсинск	20.5	0.20	0.59	0.11	$R_{12} = \frac{0.62}{0.62}$
		20.5	0.20	0.61	0.04	
	2 Сарканд – г. Сарканд	7.07	0.16	0.35	0.20	$R_{13} = \frac{0.66}{0.65}$
		7.10	0.16	0.55	0.05	
3	Коктал – с. Арал-Тобе	9.04	0.25	0.46	0.12	$R_{23} = \frac{0.67}{0.66}$
		9.08	0.25	0.64	0.01	
II	1 Урал – с. Верхнеуральск	8.68	0.59	0.83	0.59	$R_{12} = \frac{0.91}{0.87}$
		8.61	0.57	1.58	0.34	
	2 Урал – с. Кизильское	28.1	0.75	1.38	0.52	$R_{13} = \frac{0.66}{0.66}$
28.1	0.76	2.10	0.38			
3	Урал – с. Кушум	302	0.63	1.33	0.34	$R_{23} = \frac{0.87}{0.84}$
		302	0.64	2.15	0.33	

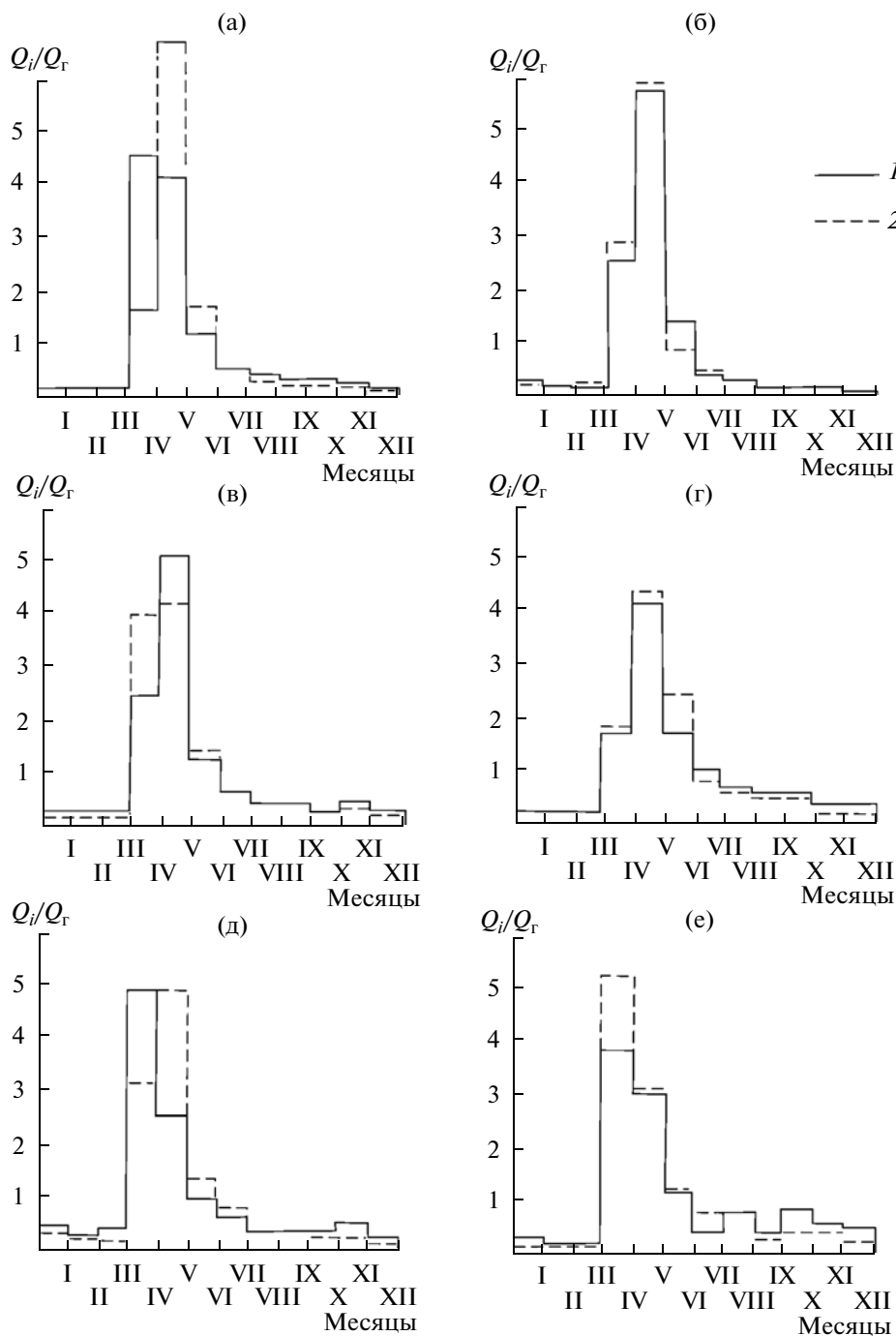


Рис. 2. Гидрографы месячного стока различной обеспеченности р. Урал – с. Кушум. 1 – наблюдаемый, 2 – смоделированный ряды. а – 5, б – 10, в – 25, г – 50, д – 75, е – 95%.

ле автокорреляционных функций месячного и годового стока в пределах точности их расчетов, а также сохраняет внутригодовое распределение и асинхронность колебаний стока, т.е. отвечает всем требованиям, отмеченным в [6]. Это дает основание для вывода о пригодности модели для получения множества реализаций гидрографов стока и о

возможности проведения по этим гидрографам различных водноэнергетических и водохозяйственных расчетов. Нестационарность процессов месячного стока за счет сезонного хода учитывается уравнением канонического разложения. Модель канонического разложения может быть использована для статистического моделирования

Таблица 5. Показатели внутригодового распределения наблюдаемых (верхняя строка) и смоделированных (нижняя строка) гидрографов стока р. Урал (d)

Пункт	Обеспеченность годового стока, %					\bar{d}
	10	25	50	75	95	
с. Верхнеуральское	0.53	0.48	0.41	0.53	0.62	0.51
	0.40	0.45	0.46	0.45	0.56	0.52
с. Кизильское	0.62	0.57	0.51	0.48	0.47	0.52
	0.56	0.50	0.47	0.50	0.50	0.52
с. Кушум	0.54	0.53	0.38	0.52	0.48	0.47
	0.52	0.50	0.43	0.51	0.50	0.47

стока не только по месячным интервалам, но и по пентадным и декадным интервалам времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болгов М.В. Стохастические модели периодически коррелированных внутригодовых колебаний речного стока // Метеорология и гидрология. 1999. № 1. С. 101–116.
2. Бусалаев И.В., Давлетгалиев С.К. Описание речного стока в нескольких створах методом канонического разложения // Метеорология и гидрология. № 3. 1982. С. 81–88.
3. Григолия Г.Л. Групповое моделирование месячных величин стока для водохозяйственных расчетов // Специфические аспекты гидрологических расчетов для водохозяйственного проектирования. Л.: Гидрометеиздат, ЮНЕСКО Пресс, 1981. С. 362–368.
4. Лаукс Д., Стединджер Дж., Хейт Д. Планирование и анализ водохозяйственных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 400 с.
5. Раткович Д.Я., Болгов М.В., Иванова Л.И. О моделях колебания гидрометеорологических процессов // Водные проблемы на рубеже веков. Сб. статей ИВП РАН. М.: Наука, 1999. С. 11–26.
6. Раткович Д.Я., Иванова А.В. Вероятностные закономерности внутригодовых колебаний речного стока // Вод. ресурсы. 1999. Т. 22. № 2. С. 144–154.
7. Резниковский А.М., Александровский А.Ю. Гидрологические основы гидроэнергетики. М.: Энергия, 1979. 232 с.
8. Рекомендации по статистическим методам анализа однородности пространственно-временных колебаний речного стока. Л.: Гидрометеиздат, 1984. 78 с.
9. Рождественский А.В. Оценка точности кривых распределения гидрологических характеристик. Л.: Гидрометеиздат, 1977. 269 с.
10. Пугачев В.С. Теория случайных функций. М.: Физматгиз, 1962. 884 с.
11. Сванидзе Г.Г. Математическое моделирование гидрологических рядов. Л.: Гидрометеиздат, 1977. 293 с.
12. Gurta R.S. Multi-Site stream-flow simulation of saint John River // J. Climat. 1981. V. 62. P. 1–6.
13. Nageshwar R.B., Elbert E., Whitlatch Jr. Application of the HEC-4 monthly stream-flow simulation model // Water Resour. Bulletin. 1980. V. 16. № 4. P. 587.