

ДИАГНОСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРИВОДОЕМНЫХ ПРОЦЕССОВ В ВОДОХРАНИЛИЩАХ¹

© 2012 г. К. К. Эдельштейн, М. Г. Гречушникова, Ю. С. Даценко, В. В. Пуклаков

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

119992 Москва ГСП-1, Ленинские горы, 1

E-mail: yuri0548@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2010 г.

Сформулированы цели диагностических расчетов по математическим моделям водохранилищ. Приведено описание структуры боксовой гидрологической модели ГМВ–МГУ и результатов таких расчетов суточного водного баланса, структуры внутреннего водообмена и теплового баланса отдельных участков Можайского и Рыбинского водохранилищ, а также первые результаты расчета колебаний среднесуточной биомассы фитопланктона в приплотинном плесе слабоэвтрофного водоема в периоды весеннего (диатомовые водоросли) и летнего (синезеленые) цветения.

Ключевые слова: математическое моделирование, внутриводоемные процессы, водохранилище, экосистема.

В последние десятилетия все бóльшую значимость в лимнологии приобрели работы, направленные на совершенствование методов математического моделирования внутриводоемных процессов, влияния на них водо- и теплообмена воды и тепла с атмосферой, а также обмена органическими и биогенными минеральными веществами между водой и донными отложениями. Достаточно надежно верифицированные лимнологические модели стали обычным инструментом прогностических расчетов возможного изменения экологического состояния крупнейших озер и водохранилищ вследствие ожидаемых климатических изменений. Они используются и для обоснования рекомендаций мероприятий по улучшению качества воды и повышению рыбопродуктивности водоемов различного размера, активно эксплуатируемых водным хозяйством или испытывающих избыточную антропогенную химическую нагрузку.

Намного реже появляются работы, посвященные не решению прогностических задач, а диагностике водного, химического и биологического режима водоемов суши, тогда как такие расчеты уже десятки лет применяются для изучения течений в морях и крупнейших озерах с использованием гидродинамических моделей [19, 21]. По мнению авторов настоящей статьи, математическое моделирование взаимодействия внутриводоемных процессов следует более широко использовать для развития теоретической лимнологии, для более глубокого познания вклада каждого из этих

процессов в синоптическую изменчивость экологического состояния водных масс в водохранилищах. Ведь диагностические расчеты – это, по сути, методология, базирующаяся на физически обоснованной нелинейной интерполяции развития тесно взаимосвязанных в континентальном водоеме гидрометеорологических, термодинамических и химико-биологических процессов, описываемых системой балансовых уравнений, которые выражают закон сохранения вещества и энергии в каждом расчетном участке или слое исследуемого водоема. Такие модельные расчеты позволяют воспроизвести ежесуточные изменения состояния водных масс (например, в каждом морфологически однородном участке водохранилища), происходившие в промежутках между комплексными синхронными съемками водоема, причем даже в трудные для полевых наблюдений периоды (шторма, замерзание и вскрытие водоема). Это дает возможность уточнить следующие имеющиеся представления:

– о реальных соотношениях величин суточных (в различную погоду), сезонных (в годы с различной структурой речного стока) и годовых (различающихся биологической продуктивностью вегетационного периода) составляющих водного, теплового, солевого балансов и в мелководных, и в глубоководных по-разному проточных районах водохранилищ;

– о вероятном диапазоне изменчивости толщины и прочности ледяного покрова, скорости и расхода гравитационных течений, концентрации различных растворенных и взвешенных веществ,

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Госконтракта П 1394 и РФФИ (проект 09-05-00029).

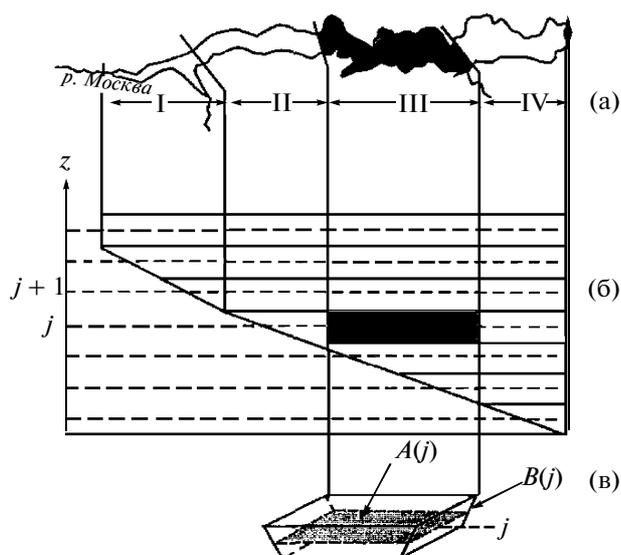


Рис. 1. Схематизация водохранилища в боксовой модели: а – акватория Можайского водохранилища (заштрихован полигон РО-5), длина приплотинного района IV равна 6 км; б – продольный разрез модели из четырех расчетных отсеков (заштрихован третий бокс от дна РО-III); в – бокс модели, $A(j)$ – его средняя площадь, $B(j)$ – средняя ширина.

биомассы основных компонентов фитопланктона, определяющих пространственно-временную вариацию качества воды как в водоеме, так и в воде, сбрасываемой из него через гидроузел в реку;

– о развитии отдельных процессов и явлений, что поможет определить направления необходимых полевых экспериментальных исследований для дальнейшего развития лимнологии и совершенствования лимнологических моделей.

Диагностическое моделирование в сочетании с полевыми исследованиями водоемов необходимо использовать в прогнозах гидрологического режима, при проектировании новых водохранилищ и экологической реконструкции уже существующих техногенных водоемов.

Цель данной работы – показать на нескольких примерах эффективность использования диагностических расчетов по боксовой гидрологической модели водохранилища ГМВ–МГУ, которая разработана В.В. Пуклаковым в 1987 г. [11, 24] и совершенствуется до сих пор на кафедре гидрологии суши географического факультета МГУ путем включения в ее алгоритм новых блоков. Блоки воспроизводят те или иные особенности гидрологического режима и эксплуатации водохранилищ разного типа путем описания все большего числа процессов, в частности – слияния водных масс, поступающих из отсеков боковых долин в тот или иной отсек главной долины многолопастного водохранилища, трансформации экологически значимых веществ и т.п.

СТРУКТУРА МОДЕЛИ ГМВ–МГУ

Гидрологическая модель предназначена для диагностических и прогностических расчетов потоков воды, ее температуры и концентрации в ней различных веществ для водохранилищ, созданных в речных долинах. Внутригодовая изменчивость этих потоков под воздействием гидрометеорологических и водохозяйственных факторов определяет гидролого-гидрохимический и гидробиологический режим водных масс, заполняющих отдельные участки этих сильно вытянутых водоемов, нередко состоящих из нескольких сопряженных участков долины главной реки и боковых долин ее притоков. Важнейшие их особенности, учитываемые в структуре модели, – во-первых, увеличение глубин от верховий затопленных отрезков долин к гидроузлу и, во-вторых, присутствия им в сотни раз больший, по сравнению с озерами, размах колебаний уровня воды.

Чтобы учесть эти особенности в расчетах изменения состава и качества воды при смене синоптических циклов погоды, фаз водности речного стока и режима сброса воды через гидроузел в речную сеть, модель ГМВ–МГУ разрабатывалась как боксовая, пространственно квазидвухмерная, с расчетным шагом 1 сут. Объем водохранилища в модели делится на расчетные отсеки (РО), границы между которыми задаются вертикальными плоскостями, перпендикулярными продольной оси долины (рис. 1). Отсеки состоят из горизонтальных слоев – боксов, в пределах которых температура и находящиеся в воде вещества и организмы считаются равномерно распределенными. При такой схематизации водохранилища к каждому отсеку применим хорошо разработанный алгоритм одномерных лимнологических моделей [20, 28, 29], в котором градиенты температуры и концентрации веществ рассчитываются только в вертикальном направлении.

Алгоритм ГМВ–МГУ состоит из двух взаимосвязанных блоков – теплообмена (ТМО) и трансформации экологически значимых веществ (ТЭВ), каждый включает комплекс взаимосвязанных расчетных подпрограмм.

Блок теплообмена

В основу блока ТМО положен последовательный расчет алгебраических уравнений водного баланса. Сначала он рассчитывается для всего водоема. В диагностическом варианте алгоритма при наличии данных о среднесуточном уровне воды в водоеме предусмотрена корректировка составляющих баланса путем разброса невязки. Учитываются следующие показатели: суточный приток речной воды (по данным измерений в гидростворах) и рассредоточенный боковой приток с водосбора каждого отсека (по модулю стока

реки-аналога); водообмен с береговыми водовмещающими грунтами (по эмпирической связи между невязками суточных балансов и подъемом уровня при наполнении и его снижением при опорожнении полезной емкости водохранилища); разность суточных слоев атмосферных осадков и испарения (“видимое испарение”); объемы воды, поступающие в водохранилище в виде перекачки и забираемые из него в нижний бьеф гидроузла и береговые водозаборы.

Затем рассчитывается втеkanie речного потока в первый, самый верхний, отсек с учетом вертикального распределения плотности воды в этом отсеке в предшествующие сутки. В качестве начального условия задается (по данным гидрологической съемки водоема) исходное термодинамическое состояние каждого бокса во всех отсеках, определяемое его температурой T и минерализацией (суммой ионов, за эквивалент которой принято значение приведенной к 18°C удельной электропроводности воды k , мк См/см, гидрокарбонатного класса в диапазоне 20–700 мг/л). Эти параметры определяют плотность воды ρ , кг/м³, которая вычисляется по формуле

$$\rho = 1000 + (2 + 0.79k + 2 \times 10^{-4} k^2) \times 10^{-3} - [(T - 3.98)^2 (T + 283)] / [503.57 (T + 67.26)], \quad (1)$$

полученной в [23] по классическим экспериментальным данным А. Тизена (по [10], стр. 267) и Ф. Бергера [27], показавшим существенное различие $\rho(T, k)$ в зависимости от ионного состава воды. Воды большинства рек России принадлежат именно к этому гидрохимическому классу, а площадь, занимаемая бассейнами этих рек, составляет ~83% территории бывшего СССР [1].

Бокс, в который втекает поток речной воды, определяется соотношением значения ее плотности (ежесуточные значения минерализации или k рассчитываются по связи минерализации с расходом воды в каждом притоке, а температура воды притока задается в исходных данных) и вертикального распределения ρ в отсеке, что воспроизводит таким образом гипо-, гомо- или гиперпикнальный тип втекания. Зона втекания может охватывать несколько боксов, их количество определяется критическим числом Ричардсона, равным 0.25 [16], которое позволяет оценить предел гидродинамической устойчивости на границах зоны втекания.

Водотепломассообмен первого отсека со вторым рассчитывается исходя из его водного баланса с учетом суточного изменения уровня воды и гравитационных плотностных течений и противотечений. Принимается, что скорость стокового течения одинакова во всех боксах. Скорости плотностных течений и противотечений (в зави-

симости от плотностной структуры смежных отсеков) рассчитываются по формуле

$$v_p^2 = [(\rho - \rho_0)g \sin \gamma D] / (2\rho r), \quad (2)$$

где $(\rho - \rho_0)$ – разность плотностей в потоке и над ним; g – ускорение свободного падения; γ – угол наклона оси потока к горизонту; D – средняя толщина потока, м; r – коэффициент донного трения, принятый равным 5.0×10^{-3} [12].

В результате нестационарности притока и оттока воды из боксов отсека возможно возникновение восходящего или нисходящего тока воды, скорость которого вычисляется по балансовому уравнению

$$v_{z, z+1} = [v_z A_{z, z-1} + 10^{-6} B_z \Delta z (v_{in} - v_{out})] / A_{z, z+1}, \quad (3)$$

где $v_{z, z+1}$ – скорость тока воды с несомыми ею теплотой и веществами через верхнюю грань бокса площадью $A_{z, z+1}$; v_z , $A_{z, z-1}$ – соответственно скорость и площадь его нижней грани; B_z , Δz – соответственно средняя ширина и высота бокса; $v_{in} - v_{out}$ – разность скоростей втекающего в бокс и вытекающего из него потоков. После этого включается подпрограмма динамического перемешивания воды в отсеке между смежными боксами.

Вертикальное перемешивание воды, приводящее как к возникновению в безледный период плотностной, термической и концентрационной (взвешенных и растворенных веществ) стратификации в слабо проточном водохранилище, так и к ее разрушению, воспроизводится в алгоритме ТМО перемешиванием трех следующих видов: возбуждаемым ветром динамическим (ветровые волны и циркуляционные течения с ап- и даунвеллингами, сейшевые течения) перемешиванием; конвективной вертикальной циркуляцией при возникновении аномального распределения плотностей слоев воды (ячейки Бенара в штить); взаимодействием первых двух факторов, вызывающим в водоеме вихри Ленгмюра.

Первая форма перемешивания представлена в алгоритме расчетом скорости вертикального водообмена $w(z)$ в отсеке между его боксами начиная с поверхностного и подповерхностного и т.д. Расчет проводится, как показано в [13], по формуле, полученной по данным многолетних наблюдений на рейдовой станции в центральном районе Можайского водохранилища

$$w(z) = [(0.68 + 0.01 U_2) L^{0.5} \exp(-0.12 H) \times (A_{z-1} / A_z)] / (1 + 4.5 \Delta \rho / \Delta z), \quad (4)$$

где U_2 – скорость ветра на высоте 2 м над водой; L – средняя длина разгона воздушного потока над отсеком, км; A_{z-1} / A_z – соотношение средних площадей соседних боксов, H – глубина, м; $\Delta \rho / \Delta z$ –

градиент плотности воды на границе боксов, характеризующий гидродинамическую устойчивость стратификации.

Вторая форма перемешивания реализуется в отсеке четырежды – в начале расчетов, после расчета водообмена, затем после теплообмена и в конце расчета вертикальной структуры отсека. Для этого используется балансовая схема [22], в которой каждый параметр состояния (T , k или концентрация любого вещества C_i) вычисляется так

$$C_i = \Sigma [A(z) z C(z)] / \Sigma [A(z) z], \quad (5)$$

где $[A(z) z]$ – объем воды в боксе, $\Sigma [A(z) z]$ – объем воды в слое из нескольких боксов, охваченных вертикальным перемешиванием. Вертикальный размер ячейки Ленгмюра оценивается по [20] так

$$Z_L = 0.036 U_2^{0.7} / N_{V-B}, \quad (6)$$

где U_2 – скорость ветра, N_{V-B} – частота плавучести Вайсяля–Брента в слое перемешивания.

Затем начинается расчет тепловых потоков на границе вода–атмосфера с корректировкой используемых метеоданных с учетом трансформации скорости ветра, температуры и влажности воздуха при переходе с суши на акваторию по методике ГГИ [17], принятой в водохозяйственных расчетах водохранилищ. Ослабление потока солнечной радиации с глубиной задано эмпирической формулой

$$I_z = I_0 \exp(-\delta z^\chi), \quad (7)$$

где I_z и I_0 – поток радиации на глубине z и на поверхности, Вт/м², $\delta = 2.5$ – коэффициент экстинкции; $\chi = 0.5$ – эмпирический коэффициент. Значения этих коэффициентов получены методом оптимизации по данным измерений температуры воды на станциях в десятке детальных съемок Можайского водохранилища, выполненных в 1983–1984 гг.

Теплообмен с грунтами ложа (θ_d) рассчитывается по методике [17] и аппроксимирован В.В. Пуклаковым уравнением

$$\theta_d = 0.485(1 - 0.02H)(10 - 0.05\varphi^{1.21}) \times \sin[2\pi(\tau - 258)/365], \quad (8)$$

где H – глубина, м; φ – географическая широта, τ – число суток от начала календарного года. Площадь грунтов дна каждого бокса принимается равной разности площадей его верхней и нижней грани.

В алгоритме ТМО имеется подпрограмма ICE [13], которая воспроизводит замерзание отсека, нарастание толщины снежно-ледяного покрова с образованием кристаллического и водно-снегового льда и его таяние в оттепели и весной.

Такой же расчетный цикл повторяется для второго отсека, затем для третьего и т.д. Завершаю-

щий этап в алгоритме блока ТМО – формирование потока в водозаборные устройства (поверхностный водослив, глубинные водоводы) гидроузла. Методика этого расчета [22] позволяет выделить в верхнем бьефе зоны оттока и установить селективность сброса воды при ее достаточной гидродинамически устойчивой стратификации.

После завершения расчета термодинамического состояния и пространственного распределения концентрации консервативных веществ в первый день расчетного периода подобный цикл вычислений повторяется для второго дня, затем для третьего и т.д. до последнего в расчетном периоде, который выбирается обычно не более одного водохозяйственного года. Таким образом, модельный диагностический расчет гидролого-гидрохимических съемок водохранилища в течение расчетного года представляет собой, по сути, нелинейную физически обоснованную интерполяцию изменяющейся от съемки к съемке структуры водных масс в участках водоема, расположенных между смежными гидрологическими станциями. А данные наблюдений на них используются автоматически для коррекции выполняемых по модели расчетов, что и предусмотрено в ее алгоритме одновременно со статистической оценкой погрешности расчетов по нескольким показателям.

Блок трансформации экологически значимых веществ

В алгоритме блока ТЭВ предусмотрены расчеты следующих переменных (неконсервативных характеристик): содержания аммонийного, нитратного, фосфатного ионов, общего фосфора, лабильного (легко окисляемого организмами) и стойкого органического вещества, растворенного кислорода; щелочности воды и рН, биомассы трех групп фитопланктона и зоопланктона; детрита, минеральной и органической взвеси. Эти расчеты проводятся по уравнениям баланса массы в соответствии с концептуальными схемами взаимосвязей этих переменных в водной экосистеме. Изменения переменных в каждом боксе отсека воспроизводятся в модели после просчета их потоков в блоке ТМО по специальным подпрограммам, содержащим принятую в лимнологии параметризацию процессов, трансформирующих неконсервативные вещества.

К числу наиболее сложных (как по блок-схемам внутриводоемных связей, так и по формализациям внутриводоемной кинетики) элементов моделирования экосистем относится переменная “фитопланктон”. В модели ГМВ–МГУ базовое

уравнение для расчета биомассы фитопланктона имеет вид

$$\frac{\partial B_{\Phi}}{\partial t} = K_{рф} B_{\Phi} - K_{дф} B_{\Phi} - K_{вф} B_{\Phi} - K_{сф} B_{\Phi} - \frac{\omega_{\Phi}}{\Delta z} B_{\Phi}, \quad (9)$$

где B_{Φ} — биомасса фитопланктона, г/м³; $K_{рф}$ — скорость роста фитопланктона, сут⁻¹; $K_{дф}$ — скорость дыхания фитопланктона, сут⁻¹; $K_{вф}$ — скорость экскреции фитопланктона, сут⁻¹; $K_{сф}$ — скорость отмирания фитопланктона, сут⁻¹; ω_{Φ} — скорость осаждения фитопланктона, м/сут; Δz — толщина слоев, м.

Приходная составляющая этого уравнения баланса биомассы фитопланктона в боксе рассчитывается по уравнению

$$K_{рф} = \gamma_{рт} \gamma_{ст} \lambda_{\min} K_{рф \max}, \quad (10)$$

где $\gamma_{рт}$ и $\gamma_{ст}$ — характеристики соответственно подъема и спада кривой влияния температуры воды, λ_{\min} — множитель для лимитирующих факторов (минимум освещения, биогенного питания), $K_{рф \max}$ — максимальная скорость роста фитопланктона, сут⁻¹.

Характеристики кривой влияния температуры воды и лимитирующая функция по световым условиям определялись по схемам, использованным в модели CE-QUAL-R1 [28], лимитирование по биогенному питанию — по уравнению Михаэлиса—Ментен.

Расчеты биомассы фитопланктона по модели проводились по данным наблюдений 1996–1998, 2000, 2002, 2003, 2006 гг. В результате расчетов получены поля биомасс фитопланктона в горизонтальной и вертикальной плоскостях водохранилища в соответствии с пространственным разрезением модели ТМО.

Валидация модели

Степень доверия к результатам модельного расчета зависит от совершенства методики валидации математической модели. Валидация в лимнологическом моделировании [8] — это статистическая оценка погрешности расчета характеристик состояния объекта, выполненная по данным независимых наблюдений, не использовавшихся для параметризации уравнений модели. Успешная валидация модели общепризнанно служит свидетельством удовлетворительного знания закономерностей функционирования водной экосистемы, достаточного для решения задач рационального водопользования.

При диагностическом моделировании гидрологического режима водохранилища по ГМВ—

МГУ измеренные в очередной съемке водохранилища значения характеристик вводятся в ее подпрограмму STATIS, где объединяются в ряды по 100 членов и более, которые сравниваются с такими же рядами рассчитанных значений в каждом боксе модели на дату этой съемки. Критериями их качества приняты: средняя ошибка расчета Δ_x , среднеквадратическая погрешность S_x , ее среднеквадратическая относительная погрешность $\varepsilon_x = \{ \sum [(x_n - x_p)/x_n]^2 / (n - 1) \}^{0.5}$ (x_n и x_p — наблюдаемые и рассчитанные значения переменной, n — их число), критерий S/σ (σ — среднеквадратическое отклонение значений x_n от их среднего значения). Однако такой набор критериев не позволяет оценить качество воспроизведения моделью стратификации водной толщи в отсеке. С целью еще более статистически надежной проверки модели 5 июля 2002 г. в центральном районе Можайского водохранилища с моторных лодок была выполнена гидрологическая съемка по 50 станциям, равномерно распределенным на акватории отсека РО-5 площадью 5 км², при делении модели водоема на 8 расчетных отсеков. Одновременно в центре полигона на заякоренном судне выполнялись ежечасные метеонаблюдения и термокондуктометрическое (ТКМ) зондирование 14-м толщи воды от поверхности до дна русловой ложбины. В [7, 25] дано детальное описание состава и методики полевых и лабораторных работ. Продолжительность синхронной экспресс-съемки — 8.5 ч, а пространственная частота зондирования доведена до 10 станций на 1 км² акватории. Столь густая сетка наблюдений позволяет существенно приблизить оценку математического ожидания и дисперсии к значению этих статистических параметров генеральной совокупности характеристик, определяющих термическое состояние, минерализацию и плотностную стратификацию воды в водоеме. Оказалось, что их изменчивость и по диапазону, и по величине σ_x рядов этих характеристик, измеренных в экспресс-съемке, превышает их внутрисуточную изменчивость в каждом метровом слое водной толщи в центре полигона.

Начальное состояние водохранилища для диагностических расчетов по ГМВ—МГУ определено по данным первой после его вскрытия гидролого-гидрохимической съемки. Валидация расчета гидроэкологического режима всего водоема в течение 70-сут периода (25 апреля—1 июля 2002 г.) включала следующие этапы:

статистическую оценку погрешности с использованием подпрограммы STATIS; среднеквадратическое различие 102 значений T , рассчитанных и полученных по данным ТКМ-зондирования, — $\pm 1.3^\circ\text{C}$, электропроводности воды — ± 16 мк См/см (9%); примерно таково оно и в пределах полигона РО-5;

Таблица 1. Оценка погрешности расчета среднесуточных значений переменных в полигоне РО-5 5 июля 2002 г. (число боксов в отсеке $n = 13$ для характеристик ТКМ-зондирования, $n = 9$ для O_2 и $n = 5$ для фосфора)

Критерии	$T, ^\circ\text{C}$	$k, \text{мкСм/см}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$O_2, \text{мг/л}$	Содержание P, мкг/л	
					ТР	P-PO ₄
Среднеарифметическая ошибка Δ_x	1.1	13	0.17	0.9	-47	-42
Среднеквадратическая погрешность S_x	1.3	16	0.23	2.0	59	57
Среднеквадратическая относительная погрешность $\varepsilon_x, \%$	7	7	0.02	65	96	554
Качества расчета S/σ	0.44	0.52	0.26	0.56	1.6	16

такую же оценку погрешности расчета T и k в полигоне РО-5 на 5 июля, когда их средние значения получены по данным ТКМ-зондирования не на 5, а на 50 станциях; она показала несколько лучшие результаты (табл. 1); по достаточно жесткому критерию S/σ , принятому в гидрометеорологических прогнозах, расчет ρ можно считать “хорошим”, T – “почти хорошим”, k и O_2 – “удовлетворительным”, расчет концентрации обеих форм фосфора – “неудовлетворительным”;

статистическую оценку погрешности расчета в полигоне в РО-5 с учетом наиболее вероятного их значения, необходимость которого обоснована в [26]. Средняя величина характеристики X состоя-

ния воды для генеральной совокупности точек полигона находится в пределах доверительного интервала $\bar{x} \pm \tau\sigma_x/n^{0.5}$. Примем $\tau = 3$, тогда доверительный уровень интервала возможных значений X составит 99.7%. Если полученные по модельному расчету среднесуточные значения $x_{\text{сут}}$ в том или ином боксе полигона попадают внутрь такого доверительного интервала (ДИ), – расчет верен, Если значение $x_{\text{сут}}$ оказалось за пределами ДИ, то качество расчета оценивается отклонением $\delta x_{\text{сут}}$ от ближайшей к нему границы ДИ: при $\delta x_{\text{сут}} \leq 2 \text{ ДИ}$ расчет считается “хорошим”, при $\delta x_{\text{сут}} < 3 \text{ ДИ}$ – “удовлетворительным”, а при $\delta x_{\text{сут}} \geq 3 \text{ ДИ}$ – “неудовлетворительным”. На рис. 2 вид-

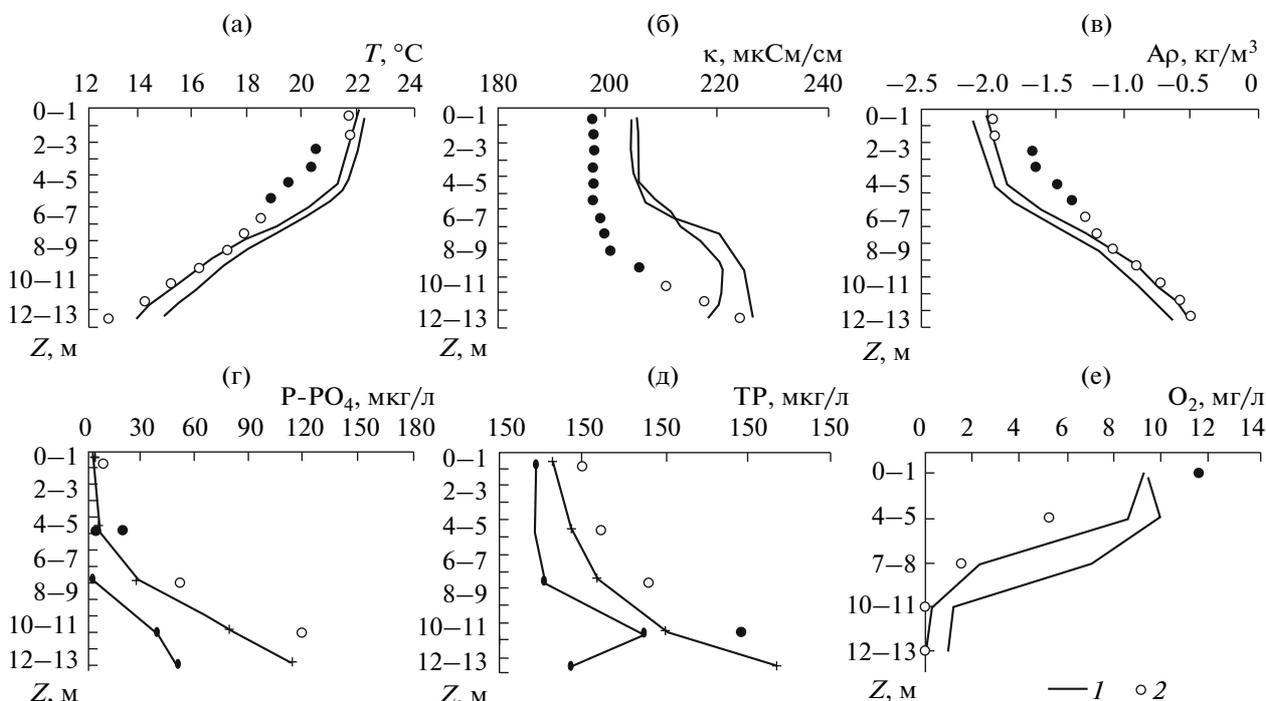


Рис. 2. Доверительный интервал (I – его границы) среднесуточной величины температуры (а), удельной электропроводности (б), аномалии плотности воды $A\rho = \rho - 1000$ (в), содержания в ней минерального (г) и общего (д) фосфора, растворенного кислорода (е) 5 июля 2002 г. и рассчитанные по ГМВ–МГУ их значения (2) в водной толще полигона РО-5 (светлые кружки – хорошие и удовлетворительные модельные значения переменных, темные кружки – неудовлетворительные).

но, что наилучший результат валидации модели — по вертикальному распределению плотности воды. В расчете электропроводности значения $k_{\text{свт}}$ занижены на 8 мк См/см (<1% ее вероятной величины), для O_2 неудовлетворителен расчет только в поверхностном слое — завышен на 1.5 мг/л (13%). В отличие от неудовлетворительной погрешности расчета концентраций в воде общего и минерального фосфора (табл. 1), вероятностная оценка ошибки модельного расчета ТР и P-PO₄ более реалистична и обнадеживающа (рис. 2) ввиду весьма большой изменчивости результатов химического анализа содержания фосфора в пробах воды.

Таким образом, три способа валидации показали достаточно хорошее воспроизведение моделью состояния водной толщи водоема по шести важнейшим ее характеристикам без промежуточной корректировки счета для периода в 70 сут. Ошибки диагностических расчетов по ГМВ—МГУ сопоставимы с погрешностью оценки состояния водоема современными методами полевых и лабораторных лимнологических исследований.

Диагностика продольной плотностной циркуляции в слабопроточном водохранилище

В результате анализа данных ТКМ-зондирования 30—60 станций в многочисленных гидрологических съемках Можайского водохранилища в 1960—1990 гг. была теоретически обоснована гравитационная неустойчивость в течение всего года речной и основной водных масс, заполняющих его, вследствие их температурно-минерализационного различия и асимметрии продольного профиля ложа [12]. Неустойчивость, проявляющаяся в маятниковоподобном колебании центра тяжести массы воды в долинном водохранилище, вызывает придонное плотностное течение в русловой ложбине затопленного водохранилищем участка р. Москвы (рис. 3). Для оценки колебаний расхода, скорости, толщины этого течения, его вклада во внутренний водообмен водоема в различные периоды водохозяйственного года выполнены по ГМВ—МГУ расчеты их среднесуточных значений и аналогичных значений стокового течения [15] в трех створах на границах зоны выклинивания подпора (РО-I) (рис. 1а), верхнего (РО-II) и центрального (РО-III) районов с приплотинным районом (РО-IV). Расчеты проведены для двух лет — особенно многоводного с небольшой (на 2.5 м) зимней сработкой и крайне маловодного, когда полезный объем в половодье заполнился водой наполовину, а падение уровня к концу зимы составило >7.5 м от НПУ. Исследования этих течений сериями микровертушек [18] подтвердили порядок их скоростей (до 10—12 см/с), рассчитанных по модели.

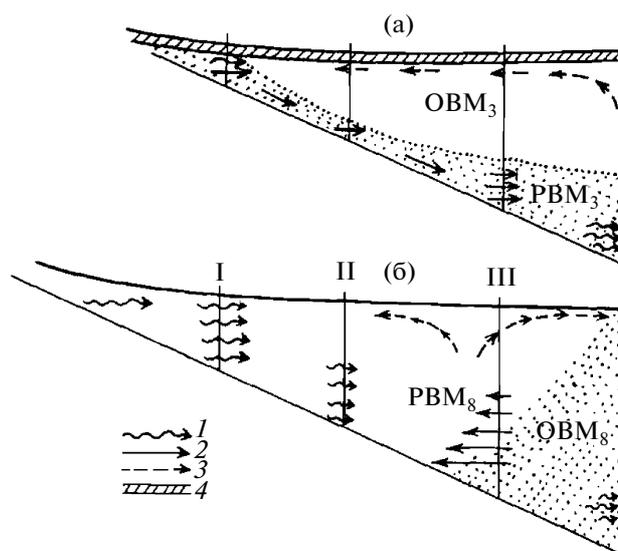


Рис. 3. Схема гравитационных течений в слабопроточном водохранилище зимой (а) и в период весенне-летней динамической стабилизации водных масс (б). РВМ₃ и РВМ₈ — зимняя и весенняя речные водные массы; ОВМ₃ и ОВМ₈ — зимняя и весенняя основные водные массы водохранилища; 1, 2, 3 — соответственно стоковое, плотностное и компенсационное течения, 4 — ледяной покров. I, II, III — поперечные створы на границах отсеков модели водохранилища.

Модельные расчеты подтвердили ведущую роль в водообмене в период зимней сработки плотностного придонного течения в центральном и приплотинном районах (табл. 2, створ III), средний расход которого в маловодный год составляет 4, а в многоводный 14 м³/с, тогда как расход стокового течения в вышележащей толще не более 3—5 м³/с. Вследствие того, что через глубинный водовод ГЭС Можайского гидроузла сбрасывается не более 7 м³/с, у плотины возникает подпор плотностного течения, апвеллинг и уклон водной поверхности под ледяным покровом от плотины к центральному району водоема. Образующееся в основной водной массе компенсационное противотечение тормозит стоковое течение и даже временами замыкает продольную циркуляцию (рис. 3а).

В период наполнения полезной емкости водохранилища маломинерализованной в половодье речной водной массой под всплывающим ледяным покровом происходит ее натекание на вдвое более минерализованную основную зимнюю массу, и во всем водохранилище господствует стоковое течение (табл. 2). Но на спаде половодья, как только центральный и приплотинный районы освобождаются ото льда, в них возникает весеннее конвективное перемешивание водной толщи, приводящее к возникновению весенней модифи-

Таблица 2. Доля, %, различных видов гравитационного течения в структуре продольного водообмена водохранилища в годы разной водности (I, II, III – поперечные створы на границах отсеков модели водохранилища)

Створ	Стоковое течение		Плотностное течение		Компенсационное течение	
	многоводный год	маловодный год	многоводный год	маловодный год	многоводный год	маловодный год
Период весеннего наполнения						
I	99	98	1	2	0	0
II	99	97	1	3	0	0
III	99	80	1	20	0	0
Период весенне-летней стабилизации						
I	79	83	16	15	5	2
II	73	63	27	37	0	0
III	64	61	36	39	—	—
Период летней стратификации						
I	60	65	35	35	5	0
II	72	57	27	33	1	10
III	76	89	23	11	1	0
Период осенней конвекции						
I	68	91	25	9	7	0
II	67	21	22	47	11	32
III	89	14	11	47	0	39
Период зимней сработки						
I	98	99	2	1	0	0
II	65	89	34	11	1	0
III	15	35	62	56	23	9
Весь водохозяйственный год						
I	86	95	12	5	2	0
II	79	68	19	25	2	7
III	58	49	34	39	8	12

кации основной водной массы, более минерализованной и плотной, чем воды половодья. В период весенне-летней стабилизации динамического режима возникает плотностное противотечение через створ III в центральный район, где образуется апвеллинг, разделяющий продольную циркуляцию на два звена (рис. 36). В верхнем слое водоема в створе III компенсационное течение становится стоковым, а створе II оно тормозит стоковое течение. При этом центральный район становится очагом летней модификации основной водной массы из смешивающихся здесь двух весенних масс – речной и основной.

Расчеты показали, что длительность существования в Можайском водохранилище наряду со стоковым плотностного течения – от 290 до 320 сут, а временами сопровождающего его компенсационного – ~40 сут в течение года

Оценка вклада адвекции в тепловой баланс отдельных районов долинного водохранилища

Для диагностических расчетов выбраны годы различной водности: 1966 – многоводный (20%-ной обеспеченности), 1984 – средневодный (57%) и 1996 – маловодный (78%). За начало и конец расчетного периода приняты даты наступления вертикальной изотермии водной толщи соответственно в апреле и в октябре–ноябре. Период делится на фазы нагрева и охлаждения водоема по дате регистрации максимальной температуры воды.

Сравнение вычисленных величин ежесуточных составляющих теплового баланса отсеков в верховьях водохранилища и в приплотинном районе, просуммированных за фазы нагревания и охлаждения выбранных лет, проводилось отдельно для составляющих вертикального (через поверхность вода–воздух) и горизонтального (адвективного) теплообмена в водной толще (рис. 4).

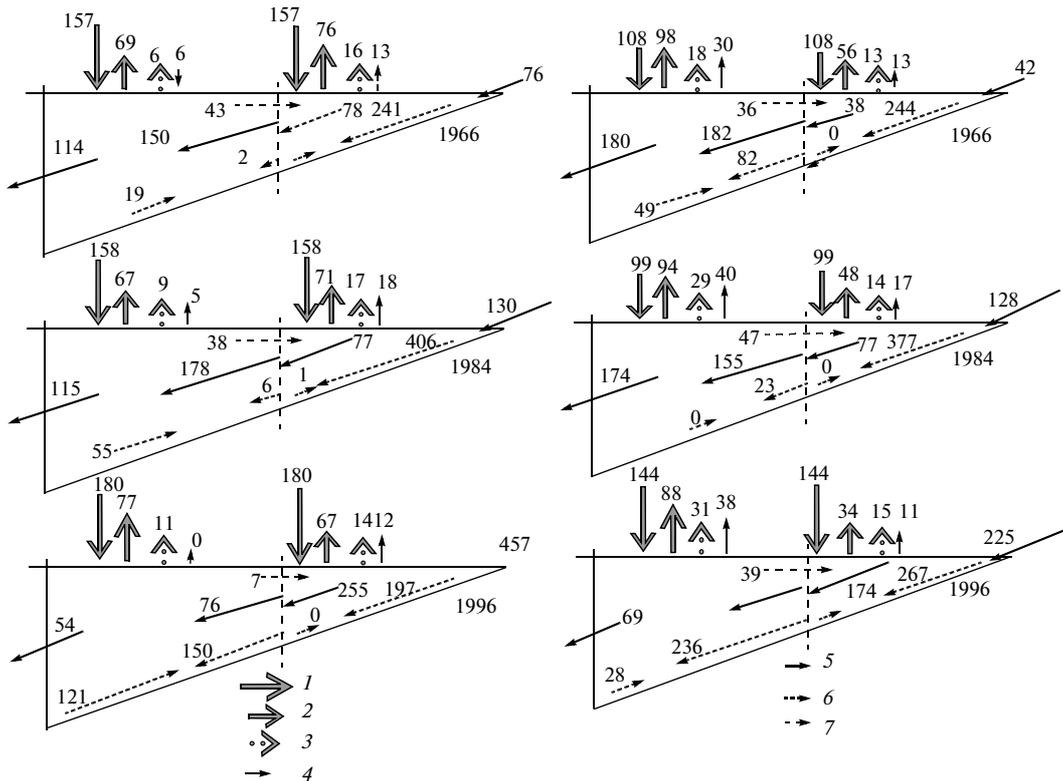


Рис. 4. Осредненные в фазах нагревания (а) и охлаждения (б) составляющие, Вт/м² водной поверхности, вертикального внешнего и горизонтального адвективного теплообмена в верхней и приплотинной частях Можайского водохранилища: 1 – коротковолновая солнечная радиация, 2 – испарение, 3 – эффективное излучение, 4 – теплообмен с атмосферой, 5 – стоковые течения, 6 – плотностные течения, 7 – компенсационные течения.

В фазе нагревания расходные составляющие (эффективное излучение водной поверхности и испарение с турбулентным теплообменом) в целом увеличиваются вверх по водохранилищу, так как более мелководная часть водоема (глубиной до 4–5 м) быстрее прогревается и, соответственно, более интенсивно расходует накопленное тепло. В фазе охлаждения наиболее интенсивны потери тепла в глубоководной части (глубиной до 17–22 м); так, теплотери с испарением в этих районах различаются почти вдвое во все три изучаемых года. Так же отчетливо выражены в нижней, более прогретой в период охлаждения, части водохранилища теплообмен с атмосферой и эффективное излучение водной поверхности.

Горизонтальный теплообмен представляет собой перенос теплоты стоковыми, плотностными и компенсационными течениями. Наиболее интенсивно адвективный теплоперенос проявился в 1996 г. вследствие преобладания в течение всего расчетного периода солнечной погоды. Особенно он был активен в верховьях и ослаблен в остальной части водохранилища вследствие продолжавшегося накопления воды в полезном объеме и малой скорости стокового течения.

В результате модельных расчетов установлено следующее [6]:

сочетание в тепловом балансе каждого района водохранилища вертикальной и горизонтальной компонент внешнего и внутреннего теплообмена – причина большой изменчивости результирующей величины суточного теплообмена отсеков в разные по погодным условиям и водности годы; адвективное поступление теплоты в отдельные участки в той или иной степени компенсируется ее потерями со стоковыми, плотностными и компенсационными течениями; однако постоянный транзит теплоты к гидроузлу осложняется нередко компенсационными противотечениями;

оказалось, что количество теплоты, переносимое вертикальными составляющими теплового баланса, в 1.5–2 раза меньше переносимого гравитационными течениями; в фазе охлаждения преобладание горизонтального теплообмена над вертикальным уменьшается;

на температурный режим верхнего района оказывает существенное влияние приток теплоты с речными водами, особенно в теплую весну; в центральном районе температурный режим испытывает влияние плотностного течения: в фазе нагревания преобладают плотностные противотечения

из приплотинного участка, а в фазе охлаждения — из верхнего района; роль стокового течения менее значима, так как приносимая им теплота центральный район “проходит транзитом”;

численные эксперименты с попеременным отключением подпрограмм “Конвекция” и “Ветровое перемешивание” [5] показали, что оба процесса примерно в равной степени определяют охлаждение воды и заглупление термоклина до дна надпойменных участков водоема; во время летней стратификации конвективное перемешивание увеличивает устойчивость термоклина и тем ослабляет штормовое перемешивание воды в водохранилище.

Оценка пространственно-временной изменчивости биомассы фитопланктона

В алгоритме блока трансформации экологически значимых веществ (ТЭВ) фитопланктон рассматривается как единое сообщество, состояние которого характеризуется биомассой, а ее изменчивость определяется продукцией, выеданием зоопланктоном, отмиранием и осаждением, что соответствует сложившемуся в гидробиологии продукционному направлению [3].

Параметризация этих процессов в блоке ТЭВ для групп диатомовых и синезеленых водорослей и надежное описание процессов переноса в блоке ТМО модели ГМВ—МГУ с суточной дискретностью позволили провести расчеты биомассы фитопланктона в Можайском водохранилище за 7 лет (1996—1998, 2000, 2002, 2003, 2006 гг.), по которым имелась необходимая подробная гидрометеорологическая информация. Для всех этих лет получено бимодальное развитие фитопланктона (рис. 5а) — типичное для водоемов умеренных широт. Однако колебания биомассы водорослей в различные годы оказались весьма значительными. Различалась и длительность цветения обеих групп: диатомовых водорослей — от 2 недель в 1997 и 1998 гг. до 6 недель в 2000 г., а синезеленых — с конца июня до начала сентября во все годы наблюдений и расчетов.

Распределение биомассы фитопланктона в водохранилище характеризуется крайней неравномерностью и пятнистостью, которую невозможно выявить при существующем мониторинге. Для синезеленых водорослей различия в биомассе достигают нередко 5 мг/л. Они обусловлены неравномерностью полей биогенных веществ и динамическими явлениями переноса биомассы. На рис. 5б и 5в показаны продольные разрезы водохранилища с изолиниями биомассы фитопланктона через 0.5 мг/л. Ее значения, рассчитанные в боксах всех отсеков модели водоема, характеризуют дни с наибольшим цветением в 2002 г. Уменьшение биомассы с глубиной и практически

полное отсутствие водорослей ниже фотического слоя закономерно связано с ослаблением в воде необходимой для фотосинтеза солнечной радиации.

Таким образом, диагностические расчеты по гидрологической модели, оснащенной блоком ТЭВ, представляют собой эффективное средство решения важной задачи — оптимизации мониторинга эвтрофирования экосистемы водохранилищ — источников водоснабжения. Это невозможно получить при частоте отбора проб раз в месяц только из поверхностного слоя водохранилища в приплотинном, центральном участках и в верховье водохранилища, как принято в лабораториях Мосводоканала. Проводимые авторами в июле—августе учащенные наблюдения концентрации в воде O_2 показывают, что в водохранилище нередки дни со значительным пересыщением воды кислородом. Это — свидетельство высокой интенсивности фотосинтеза, подтверждающее факт развития обильного фитопланктона, который при редких (и во времени и по пространству) наблюдениях зафиксировать невозможно.

Модельные расчеты суточных водных балансов Рыбинского водохранилища

Рыбинское водохранилище — одно из крупнейших в России, созданное перекрытием плотинами рек Волги и Шексны вблизи места их слияния для многолетнего регулирования их стока. По морфологическим особенностям ложа оно относится к сложным котловинно-долинным водоемам: его площадь 4550 км², длина 112 км, ширина до 56 км, максимальная глубина 30 м, а объем при НПУ — 25420 млн м³, показатель разветвленности ($\gamma = 5.9$) максимален, а коэффициент водообмена ($K_v = 1.7$) минимален для водохранилищ Волжско-Камского каскада [4]. Большой размер разветвленной акватории, замедленный водообмен и наполнение полезного объема стоком Волги, Мологи и Шексны формируют сложный гидрологический режим водохранилища, многие особенности которого, несмотря на 70-летнее его существование, нуждаются в диагностических исследованиях.

В боксовой гидрологической модели водохранилища [14] оно представлено тремя состыкованными лопастями с дополнительной лопастью приустьевое участка рек Согожи и Ухры (рис. 6). При этом модель водоема разделена на 17 РО, состоящих из боксов метровой толщины, что позволяет в диагностическом расчете получить достаточно полное представление о режиме моделируемых параметров состояния водоема. Уровень воды в водоеме принимается горизонтальным, его изменение в конце суточного расчетного шага определяется расчетом водного баланса всего водохранилища. Для диагностических расчетов по

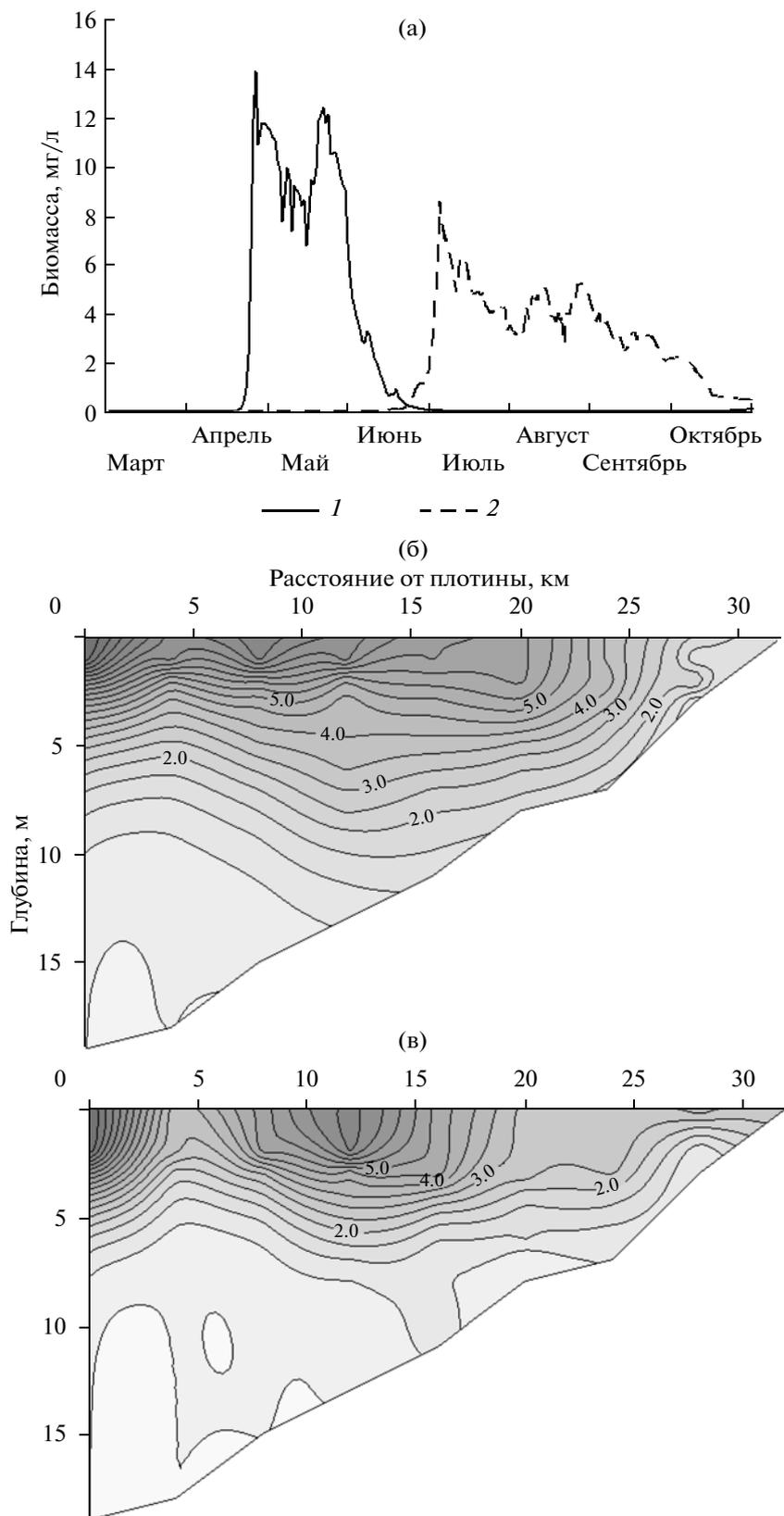


Рис. 5. Результаты модельного расчета биомассы фитопланктона в поверхностном слое приплотинного отсека Можайском водохранилища в средний по водности 2006 г. (а), распределение диатомовых водорослей 30 мая 2006 (б) и синезеленых 24 июля 2006 г. (в). 1 – диатомовые водоросли, 2 – синезеленые водоросли.

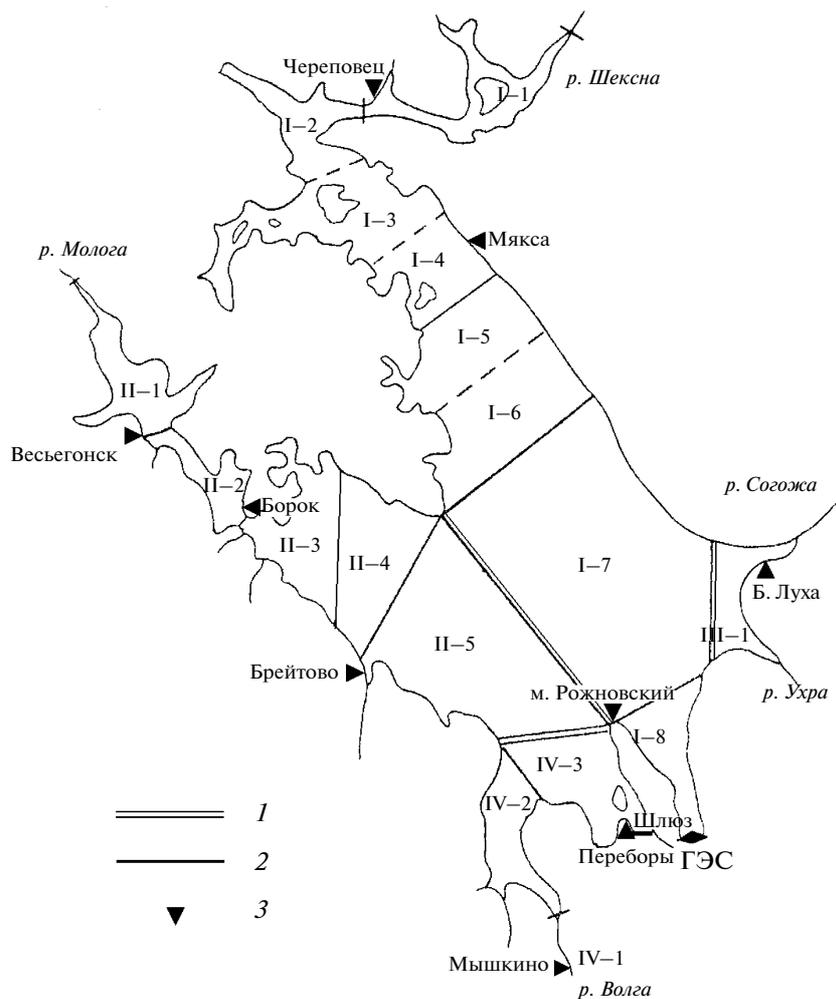


Рис. 6. Карта-схема Рыбинского водохранилища: 1 – границы выделенных лопастей, 2 – границы расчетных отсеков, 3 – гидрологические посты.

данным за 1964 г. изменение уровня воды известно по наблюдениям на водомерных постах, поэтому в модели выполнена коррекция баланса: невязка распределена между всеми его составляющими (исключая объемы суточного сброса воды через Угличский, Шекснинский и Рыбинский гидроузлы) пропорционально их весовому вкладу в структуру суточного баланса. Поэтому невязки месячных водных балансов получены существенно меньшими, чем рассчитанные в Рыбинской гидрометобсерватории (РГМО) [4], несмотря на

то, что авторами использована одна и та же методика вычислений составляющих баланса (табл. 3).

Базирующаяся на скорректированном водном балансе оценка гравитационных течений показала следующее:

практически во всех створах на границах расчетных отсеков во все сезоны 1964 г. расход стокового течения преобладал над расходами двух других видов гравитационных течений; лишь во время спада половодья в створе первой лопасти

Таблица 3. Невязки, млн м³, месячных водных балансов Рыбинского водохранилища

Метод расчета	Месяц												Год
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
РГМО	-61	41	38	-65	-56	46	78	11	27	175	116	13	363
ГМВ-МГУ	0.0	0.06	0.01	0.02	0.03	0.00	0.02	0.03	0.02	0.01	0.05	0.0	0.13

Таблица 4. Наблюденные в 1964 г. (по съемке) и рассчитанные (по модели) значения температуры воды в поверхностном слое РО водохранилища

Дата	РО									
	I-3	I-4	I-5	I-7	II-2	II-3	II-4	II-5	IV-2	IV-3
15 мая										
по съемке	10.8	10.5	8.6	7.1	12.2	12.1	7.2	5.3	8.6	6.8
по модели	12.2	11.3	10.7	7.6	12.5	12.6	9.6	7.4	9.9	9.9
9 июня										
по съемке	15.2	15.2	15.4	14.8	16.4	16.2	15.2	14.7	15.8	15.7
по модели	16.0	16.0	16.2	15.9	15.8	16.0	16.0	15.5	15.8	15.9
1 августа										
по съемке	19.2	19.7	19.4	19.7	19.7	19.6	19.5	20.5	19.8	19.9
по модели	18.7	18.7	18.9	18.6	18.7	18.6	18.8	18.8	18.7	18.7
3 ноября										
по съемке	4.8	5.0	4.9	4.7	5.2	5.2	5.6	5.7	5.9	5.5
по модели	3.5	4.1	4.1	4.7	3.6	3.4	4.3	4.6	4.4	4.2

РО I-7/РО I-8 и летом в створах РО II-3/РО II-4 и РО III-1/РО I-7 его расход был меньше расхода плотностного течения к плотине Рыбинской ГЭС; одновременно там же возникали и наибольшие расходы компенсационных противотечений; плотностное течение к плотине наиболее характерно для зимнего и летнего сезонов; наибольший вклад в водообмен между отсеками оно давало в середине Моложской лопасти (РО II-2, II-3 и II-4), в приустьевом участке (РО III-1) и в низовье Волжской лопасти (РО IV-3);

интенсивное развитие плотностного течения во время спада половодья в створе приплотинного участка (РО I-7/I-8) обусловлено очень малым сбросом воды в нижний бьеф Рыбинского ГЭС и накоплением зимних вод в РО I-7, вытесненных сюда половодьем из лопастей; плотностное течение вверх по водохранилищу в период спада половодья особенно проявилось в створе между РО I-7/I-6 и II-5/II-4; это – просадка купола плотных зимних вод и их растекание вдоль дна на периферии Главного плеса, обнаруженные еще в мае 1966 г. при термокондуктометрических съемках гидрологического фронта в Моложском полигоне [23].

Валидация боксовой модели Рыбинского водохранилища проведена по данным водомерных постов и гидролого-гидрохимических съемок водохранилища из архивов лаборатории гидрологии ИБВВ РАН. Сопоставление результатов модельного расчета с этими данными показало, что расчеты достаточно хорошо воспроизводят режим температуры и минерализации воды, а также формирование и разрушение снежно-ледяного покрова как в пространстве, так и во времени. В 1964 г. проводились синхронные съемки с четырех траловых ботов в течение светлого времени

суток по сетке из 47 станций, равномерно распределенных по акватории водохранилища. Измеренная в поверхностном горизонте температура T_0 на отдельных станциях в пределах одного расчетного отсека осреднялась. Как видно в табл. 4, для 40 сравниваемых пар значений T_0 48% ошибок не превышали 1.0°C, 43% составляли 1.0–1.8°C. Наибольшие ошибки (2–3.1°C) получились для расчетных отсеков Главного плеса в майской съемке. Это объясняется остаточным влиянием сноса льда стоковым течением из Волжской и Моложской лопастей (ледоход в водоеме наблюдался на водомерном посту Брейтово до 11 мая). Несмотря на то, что T_0 измеряется на постах у берега, внутригодовой ее ход неплохо воспроизведен модельным расчетом для РО как в Моложской и Шекнинской лопастях, так и в Главном плесе с его Согожско-Ухринским участком (рис. 7).

Сопоставление результатов расчета минерализации воды с данными наблюдений в съемках водохранилища 1964 г. проведено пересчетом измеренных значений удельной электропроводности воды в минерализацию по их эмпирической связи для вод гидрокарбонатного класса [9]. Из 66 сравниваемых пар значений в 26% погрешность не превышала 10, в 50% – 30, в 24% – 50 мг/л. Максимальное занижение минерализации расчетом достигало 35% при ее значениях >400 мг/л на отдельных станциях в конце зимы – начале весны, когда разнородность водных масс в водохранилище наиболее ярко выражена [2].

ВЫВОДЫ

Модельные диагностические расчеты гидрологического режима и изменения экологического

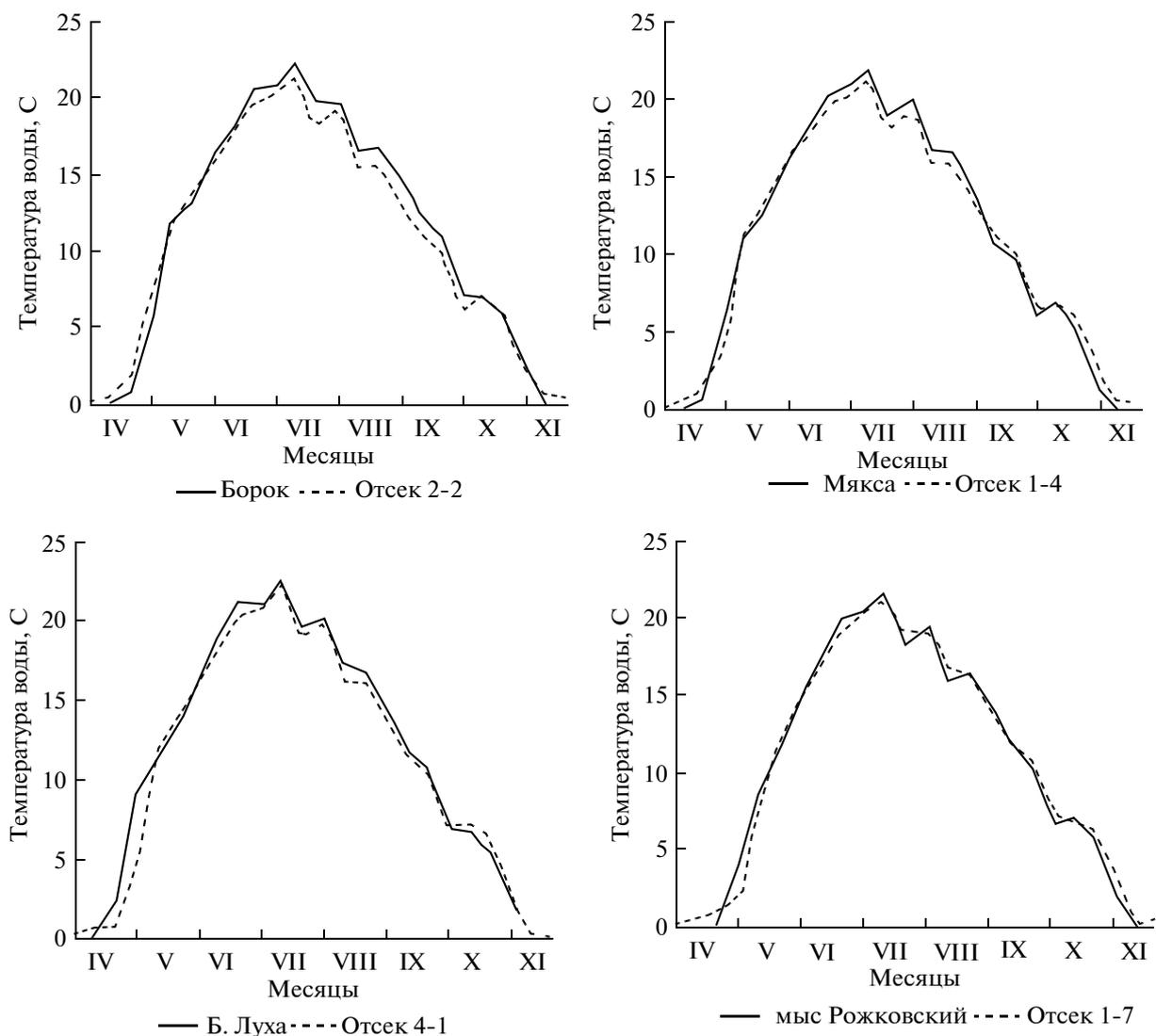


Рис. 7. Внутригодовой ход среднедекадных значений температуры воды поверхностного слоя в расчетных отсеках в модели и на расположенных в их пределах водомерных постах Рыбинского водохранилища.

состояния водохранилищ служат эффективным методом восполнения знаний о развитии внутриводоемных процессов, подверженных сильной синоптический изменчивости, а в регулируемых гидроузлами участках гидрографической сети (водохранилищах и руслах ниже плотин) — еще и режимом пусков воды.

В основу алгоритма математических моделей гидрологического режима следует закладывать расчет суточного водного баланса, по возможности, наиболее полный по своей структуре, в котором невязка не должна превышать погрешность водомерного определения уровня воды в водном объекте.

В алгоритме таких моделей водохранилищ необходимо учитывать изменчивость плотности воды, наличие гравитационных плотностных тече-

ний и нередко возбуждаемых ими компенсационных противотечений. Они возникают наряду со стоковыми течениями в отдельных участках небольших и крупнейших водохранилищ в любой сезон года эпизодически либо образуют циркуляционную систему в течение многосуточных периодов. Недоучет их роли в формировании водообмена, термического и химического режима ведет к крупным погрешностям диагностических расчетов.

Диагностическими расчетами ежесуточных изменений характеристик гидрологического режима уточняются результаты вычислений не только месячных и годовых водных балансов, но и балансов растворенных и взвешенных веществ, биологической продуктивности за вегетационный сезон и его фазы. Это дает возможность для

корректной количественной оценки качества воды в водном объекте и его биологической продуктивности в годы и сезоны разной водности с разными погодными условиями.

Для дальнейшего развития алгоритма модели планируется включение в него двух подпрограмм, описывающих расходы и скорости ветровых течений и весеннего дрейфа льда с гравитационным течением в закраинах, что особенно важно для таких обширных водохранилищ, как Рыбинское.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алёкин О.А. Основы гидрохимии. Л.: Гидрометеоздат, 1970. 444 с.
2. Буторин Н.В. Гидрологические процессы и динамика водных масс в водохранилищах Волжского каскада. Л.: Наука, 1969. 332 с.
3. Винберг Г.Г. Первичная продукция водоемов. Минск: Изд-во АН БССР, 1960. 245 с.
4. Водохранилища Верхней Волги. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 292 с.
5. Гречушникова М.Г. Роль конвективного и ветрового перемешивания в термической стратификации неглубокого водоема // Вестн. МГУ. Сер. 5, География. 2004. № 2. С. 9–15.
6. Гречушникова М.Г., Антонов А.А. Расчет составляющих вертикального и горизонтального теплообмена в Можайском водохранилище // Тр. Всерос. конф. "Ледовые и термические процессы в водных объектах России". Архангельск, 2007. С. 61–64.
7. Даценко Ю.С., Эдельштейн К.К., Гончаров А.В., Пуклаков В.В. Пространственно-временная изменчивость экологических характеристик водных масс в центральном плесе Можайского водохранилища // Вод. ресурсы. 2005. Т. 32. № 3. С. 352–360.
8. Йоргенсен С.Э. Управление озерными экосистемами М.: Агропромиздат, 1985. 160 с.
9. Комплексные исследования водохранилищ. М.: Изд-во МГУ, 1979. Вып. III. 467 с.
10. Мамаев О.И. Термохалинный анализ вод Мирового океана. Л.: Гидрометеоздат, 1987. 296 с.
11. Пуклаков В.В. Тепло- и массообмен в водоеме долинного типа (на примере Можайского водохранилища). Автореф. дис. ... канд. геогр. наук. М.: МГУ, 1987. 14 с.
12. Пуклаков В.В. Роль плотностных течений во внутреннем водообмене водохранилища // Вод. ресурсы. 1999. Т. 26. № 2. С. 161–169.
13. Пуклаков В.В. Гидрологическая модель водохранилища: руководство для пользователей. М.: ГЕОС, 1999. 96 с.
14. Пуклаков В.В., Гречушникова М.Г. Имитация гидрологического режима Рыбинского водохранилища на основе модели ТМО // Современные проблемы водохранилищ и их водосборов. Пермь, 2009. Т.1. С. 120–125.
15. Пуклаков В.В., Эдельштейн К.К. Расчеты плотностных течений в Можайском водохранилище // Метеорология и гидрология. 2001. № 5. С. 94–104.
16. Пыркин Ю.Г., Самолюбов Б.И. Динамика и структура придонного стратифицированного течения в водохранилище // Динамика и термика рек и водохранилищ. М.: Наука, 1984. С.38–61.
17. Руководство по гидрологическим расчетам при проектировании водохранилищ. Л.: Гидрометеоздат, 1983. 368 с.
18. Самолюбов Б.И. Плотностные течения и диффузия примесей. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. 352 с.
19. Саркисян А.С. Численный анализ и прогноз морских течений. Л.: Гидрометеоздат, 1977. 181 с.
20. Термодинамические процессы в глубоких озерах. Л.: Наука, 1981. 222 с.
21. Филатов Н.Н. Гидродинамика озер. СПб.: Наука, 1991. 196 с.
22. Хендерсон-Селлерс Б. Инженерная лимнология. Л.: Гидрометеоздат, 1987. 336 с.
23. Эдельштейн К.К. Водные массы долинных водохранилищ. М.: Изд-во МГУ, 1991. 196 с.
24. Эдельштейн К.К., Ершова М.Г., Пуклаков В.В. Моделирование гидрологической структуры долинных водохранилищ // Вестн. МГУ. Сер. 5, География. 1989. № 2. С. 50–58.
25. Эдельштейн К.К., Гончаров А.В., Даценко Ю.С. и др. Суперверификация гидрологической модели водохранилища // Теоретические и прикладные проблемы современной лимнологии. Минск: БГУ, 2003. С. 237–239.
26. Эдельштейн К.К., Даценко Ю.С., Пуклаков В.В. Экспериментальная оценка погрешности модельного расчета стратификации водной толщи в водохранилище // Вестн. МГУ. Сер. 5, География. 2005. № 6. С. 20–24.
27. Berger F. Die Dichte naturlicher Wasser und Konzentrationen-Stabilitat in Seen // Arch. f. Hydrobiologie. Stuttgart, 1955. Suppl.-B. XXII. H.P. 286–294.
28. CE-QUAL-R1: A numerical one-dimensional model of reservoir water quality; User's manual. Instruction report E-82-1. Vicksburg: US Army Engineering Waterways Experiment Station Environ. Laboratory, 1986. 508 p.
29. Ryan H.J., Harleman D.R.F. Prediction of the annual cycle of temperature change in a stratified lake or reservoir: mathematical model and user's manual. Cambridge: MIT, 1971. MIT Tech. Report 137. 137 p.