

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ контроля **КАЧЕСТВА ВОДЫ**



Предложены модели контроля качества воды и обобщенные критерии результативности деятельности контролирующих органов, зависящие от уровня неопределенности измерительной информации вследствие погрешности измерений и изменчивости исследуемых показателей. Развита модель допускового и выборочного контроля и введены следующие критерии: вероятность правильной оценки качества воды по альтернативному признаку, характеризующая достоверность заключений, а также порог различимости, ограничивающий зону, где корректное заключение о качестве воды не может быть сделано. Предложена схема валидации контроля путем оценки качества (приемлемости) используемой для его заключений измерительной информации и показано, что многофакторный контроль (по нескольким показателям) характеризуется пониженной достоверностью заключений. Показано также, что недостоверный контроль становится непреодолимым барьером для рынка воды и водных услуг, но ситуация разрешается при переходе к интерпретации результатов измерений с помощью многомерных статистических методов, обеспечивающих наиболее «мягкие» условия регулирования рыночных отношений. Результаты работы рассматриваются в качестве основы для институциональных изменений, повышающих результативность работы контролирующих органов.

## Введение

**К**онтроль качества воды — важнейший инструмент водохозяйственного управления. На основании заключений производственных и государственных контролирующих органов принимаются технологические решения, устанавливаются взыскания за нарушение водного законодательства, осуществляются институциональные преобразования и встраивание водопользования в рыночные отношения. Проблема возникает потому, что любая система контроля не идеальна [1, 2]. Это особенно очевидно при водном контроле, заключения которого формируются по результатам анализа воды, не всегда отражающего истинную картину по нескольким причинам. Таковы погрешности измерений и ошибки выборки, которые, сум-

**О.М. Розенталь\***,  
доктор технических наук,  
главный научный сотрудник,  
ФГБУН Институт водных проблем  
Российской академии наук

мируясь по многим контролируемым показателям, повышают вероятность ошибочных заключений контролирующих органов до недопустимого уровня [1]. Для ограничения вероятности ошибок, чреватых нереализованными водохозяйственными проектами, экологическими и экономическими потерями, неудовлетворительным мониторингом водных систем [3] недостаточно одной только фиксации соответствия или несоответствия воды установленным требованиям. Необходимо участие органов контроля в планировании измерений, а также полноценная обработка лабораторных данных на основе методов, обеспечивающих достаточную надежность заключений в соответствии с критериями, которые должны быть разработаны, официально признаны и узаконены. Все это требует развития теоретических основ контроля качества воды, позволяющих оценивать и корректировать уровень рисков ошибочных заключений, возникающих даже

\*Адрес для корреспонденции: [orosental@rambler.ru](mailto:orosental@rambler.ru)

при наличии точной информации о контролируемых показателях.

1. *Ошибки контроля* при наличии точной измерительной информации о единственном контролируемом показателе маловероятны. Но ситуация изменяется при необходимости делать заключение одновременно по нескольким показателям. Покажем это на примере проверки выполнения «правила суммации» для двух веществ

$$\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} \leq 1 \quad [4],$$

плотности распределения которых

$$f_1\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1}\right) \text{ и } f_2\left(\frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right)$$

точно известны, а концентрации каждого в воде,  $C_1$  и  $C_2$ , меньше предельно допустимой (**ПДК**).

С учетом правила аддитивности суммарная концентрация распределена по закону,

$$f\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right) = F'\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right),$$

где функция распределения

$$F\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right) = \int_0^{\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}} \int_0^{\frac{C_2}{\text{ПДК}_2}} f_1\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1}\right) f_2\left(\frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right) d\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1}\right) d\left(\frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right).$$

Пусть, например, относительная концентрация каждого вещества характеризуется равномерной функцией и ограничена диапазоном 0-1 (горизонтальная линия на *рис. 1*). Тогда суммарная концентрация описывается треугольным распределением (ломаная линия на *рис. 1* с математическим ожиданием, равным единице), а заключение о соответствии воды делается с риском ошибки 0,5. Если же контроль осуществляется с учетом еще одного, третьего вещества, концентрация которого

$$\frac{C_3}{\text{ПДК}_3}$$

также подчиняется равномерному закону и ограничена диапазоном 0-1, то суммарное распределение уже напоминает нормальное с математическим ожиданием ~1,5 (*рис. 1*). При этом заключение контроля о соответствии воды делается с риском ошибки ~80 %, а о несоответствии — с риском ~20 %.

*Пример 1.* Принять решение о возможности использования подземной воды Западного Зауралья в качестве питьевой по содержанию в ней кадмия (индекс 1) и свинца (индекс 2), концентрация которых в пробах приближенно описывается функциями:

$$f_1\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1}\right) \approx \begin{cases} 0, & \text{при } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} < 0,6, \\ 1, & \text{при } 0,6 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} < 1,6 \\ 0, & \text{при } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} > 1,6 \end{cases}$$

и

$$f_2\left(\frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right) \approx \begin{cases} 0, & \text{при } \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,1, \\ 10, & \text{при } 0,1 < \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,2. \\ 0, & \text{при } \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} > 0,2 \end{cases}$$

Рассмотреть также эту возможность после отбраковки скважин, где обнаружена сверхнормативная концентрация кадмия в воде.

*Решение.* Используя приведенную схему расчета, имеем:

$$g\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right) \approx \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,7, \\ 10\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} - 0,7\right), & \text{если } 0,7 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,8, \\ 1, & \text{если } 0,8 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,7, \\ 10\left(1,8 - \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} - \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right), & \text{если } 1,7 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,8, \\ 0, & \text{если } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} > 1,8. \end{cases}$$

Здесь вероятность того, что случайно выбранная проба содержит воду удовлетворительного качества, равна:

$$P\left\{0 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1\right\} = 0,25.$$

Отбраковка скважин, где обнаружена сверхнормативная концентрация кадмия в воде соответствует усечению распределения  $f_1(x)$  до единицы, что приводит к следующему результату:

$$\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} \approx \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,7, \\ 25\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} - 0,7\right), & \text{если } 0,7 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1, \\ 2,5, & \text{если } 0,8 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,1, \\ 25\left(1,2 - \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} - \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right), & \text{если } 1,1 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,2, \\ 0, & \text{если } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} > 1,2. \end{cases}$$

В данном случае вероятность того, что вода соответствует установленным требованиям, равна:

$$P\left\{0 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1\right\} = 0,625.$$

Таким образом, «отбраковка» (1,6-1,0) / (1,6-0,6) = 60 % водоисточников позволила в 2,5 раза увеличить вероятность соответствия воды установленным требованиям. Однако, как видно из следующего примера, такая «удача» бывает не всегда.

**Пример 2.** Проанализировать партию расфасованной в емкости воды на ее соответствия требованиям [5] по содержанию свинца (индекс 1) и ртути (индекс 2) при условиях:

$$f_1\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1}\right) = \begin{cases} 0, & \text{при } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} < 0,6, \\ 2, & \text{при } 0,6 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} < 1,1, \\ 0, & \text{при } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} > 1,1 \end{cases}$$

$$\text{и} \\ f_2\left(\frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right) = \begin{cases} 0, & \text{при } \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,3, \\ 5, & \text{при } 0,3 < \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,5, \\ 0, & \text{при } \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} > 0,5 \end{cases}$$

**Решение.** По вышеприведенной методике получаем:

$$g\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right) = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,9, \\ 10\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} - 0,9\right), & \text{если } 0,9 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,1, \\ 2, & \text{если } 1,1 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,4, \\ 10\left(1,6 - \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right), & \text{если } 1,4 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,6, \\ 0, & \text{если } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} > 1,6. \end{cases}$$

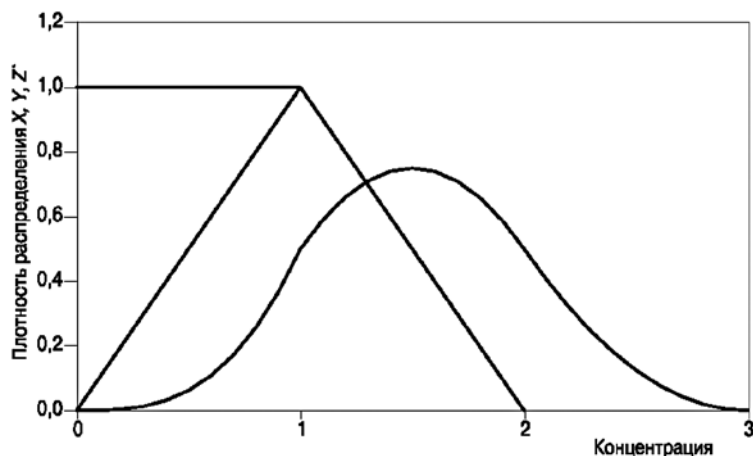
Вероятность того, что контролируемая партия содержит воду питьевого качества, равна:

$$P\left\{0 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1\right\} = 0,05.$$

При отбраковке получаем усечение распределения  $f_1(x)$  до единицы и следующие результаты:

$$g\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right) = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 0,9, \\ 12,5\left(\frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} - 0,9\right), & \text{если } 0,9 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,1, \\ 2,5, & \text{если } 1,1 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,3, \\ 12,5\left(1,5 - \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2}\right), & \text{если } 1,3 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1,5, \\ 0, & \text{если } \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} > 1,5. \end{cases}$$

Следовательно, вероятность соответствия:



**Рис. 1.** Плотность распределения концентрации загрязняющих воду веществ в единицах ПДК.

$$P\left\{0 < \frac{C_1}{\text{ПДК}_1} + \frac{C_2}{\text{ПДК}_2} < 1\right\} = 0,0625.$$

В данном примере до отбраковки 5 % партий содержали воду питьевого качества, а после отбраковки — немногим более 6 %. Как видно, даже знание точной информации об отдельных показателях качества воды не гарантирует безошибочного контроля по нескольким показателям настолько, чтобы соответствующую установленным требованиям воду нельзя было принять за несоответствующую, а несоответствующую за соответствующую. Учет же неточности информации является общей задачей теории водного контроля.

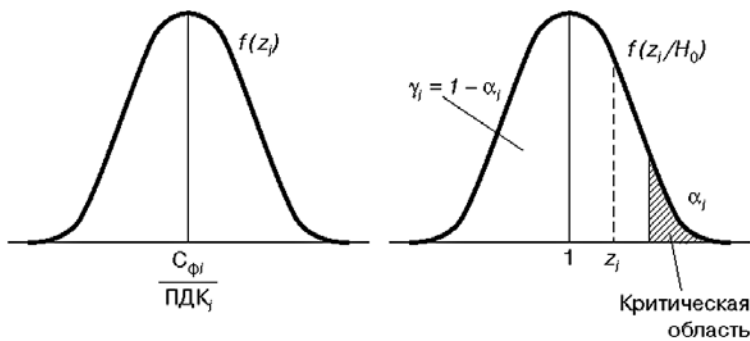
2. **Достоверность контроля,** характеризующую надежность заключений в общем случае с учетом перечисленных во введении причин неточной информации, будем оценивать в схеме, отвечающей классу одномерных статистических методов, позволяющих выяснить выполнение нулевой гипотезы  $H_0$  о соблюдении установленных требований. Уравнение наблюдений (рис. 2 а) для  $i$ -го вещества-загрязнителя воды имеет вид:

$$z_i = \frac{C_i}{\text{ПДК}_i} + \xi_i \text{ где } \xi_i$$

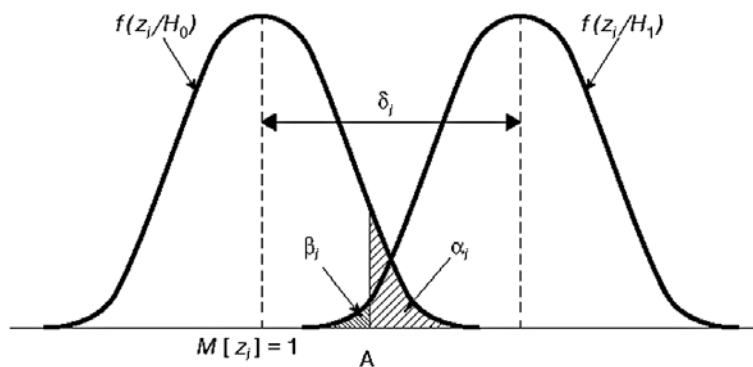
- нормально распределенная случайная погрешность измерения величины

$$\frac{C_i}{\text{ПДК}_i}$$

с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_{0,i}^2$ , обусловленной совокупностью влияющих факторов, так что



**Рис. 2.** Функция распределения, полученная по результатам измерений (а, слева) и иллюстрация к задаче оценки вероятности признания соответствия (б, справа).



**Рис. 3.** Иллюстрация к задаче о принятии альтернативной гипотезы.

$$M[z_i] = \frac{C_i}{\text{ПДК}_i}$$

Нулевая гипотеза

$$\frac{C_i}{\text{ПДК}_i} \leq 1$$

принимается, если измеренное значение не попадает в критическую область малых вероятностей, определяемую выбранным уровнем значимости  $\alpha_i$  (рис. 2 б). Соответствующее решающее правило имеет вид:

$$\frac{\frac{C_i}{\text{ПДК}_i} - 1}{\sigma_{0i}} \leq u_{1-\alpha_i} \quad (1)$$

где  $u_{1-\alpha_i}$  — квантиль стандартного нормального распределения  $N(0,1)$ ,  $\alpha$  — вероятность не принять нулевую гипотезу, если она верна, т.е. ошибка 1-го рода, характеризующая риск аналитической лаборатории.

Оценим теперь ошибку 2-го рода, т.е. риск контроля  $\beta$  принять нулевую гипотезу, если верна альтернативная  $H_1$  вследствие погрешности  $\Delta_i$  (рис. 3). При этом:

$$\frac{\frac{C_i}{\text{ПДК}_i} - 1 - \Delta_i}{\sigma_{0i}} \leq u_{\beta_i} \quad (2)$$

Из (1) и (2) для граничной точки А на рис. 3 имеем:

$$\frac{\frac{C_i}{\text{ПДК}_i} - 1}{\sigma_{0i}} \leq u_{1-\alpha_i}, \quad \frac{\frac{C_i}{\text{ПДК}_i} - 1 - \Delta_i}{\sigma_{0i}} \leq u_{\beta_i}$$

Отсюда получаем для расстояния между зонами различимости и неразличимости нулевой и альтернативной гипотез:

$$\frac{\Delta_i}{\sigma_{0i}} = u_{1-\alpha_i} - u_{\beta_i} = u_{1-\alpha_i} + u_{1-\beta_i} \quad (3)$$

Для функции стандартного нормального распределения (рис. 4, где  $M = 0, \sigma_0^2 = 1$ ) этот показатель различимости соответствует вероятности безошибочного решения:

$$D_i = 1 - (\alpha_i + \beta_i) \quad (4)$$

— величине, которая в теории сложных технических систем вводится эмпирически как достоверность контроля [2].

**Пример 3.** Оценить качество контроля воды при  $\alpha = \beta_i = 0,1$ .

**Решение.** В данном случае  $D_i = 1 - 0,2 = 0,8$ , а

$$\frac{\Delta_i}{\sigma_{0i}} = 2,56$$

поскольку  $u_{1-\alpha_i} = -u_{\beta_i} = 1,28$ .

Следовательно, корректное заключение органов контроля возможно, если только ПДК превышена в  $2,56 \sigma_{0i}$ . Если же результат измерения лежит в интервале

$$1 < \frac{C_i}{\text{ПДК}_i} < 2,56,$$

он попадает в зону неразличимости.

При измерении концентрации нескольких ( $k$ ) веществ вероятность соответствия составит  $\gamma = \prod_{i=1}^k \gamma_i$  (рис. 2 б), что соответствует повышенному риску лаборатории:

$$1 - \alpha = \prod_{i=1}^k (1 - \alpha_i) \quad (5)$$

Кроме того, для приведенной схемы контроля при принятии гипотезы  $H_0$ , когда справедлива альтернативная гипотеза  $H_1$ , снова имеем  $\gamma = \prod_{i=1}^k \gamma_i$  (рис. 3), что уже соответствует пониженному риску контроля:

$$\beta = \prod_{i=1}^k \beta_i \quad (6).$$

Снижение  $\beta$  с ростом  $k$  естественно потому, что схема контроля предполагает признание воды несоответствующей установленным требованиям, если концентрация хотя бы одного контролируемого вещества-загрязнителя превышает ПДК. Очевидно также и увеличение при этом риска лаборатории. Если, например, при  $k = 3$  приемлемый риск ошибочного заключения о качестве воды  $\alpha = \alpha_{k=3}$ , то при  $k = 2$  он должен быть ниже. В противном случае суммарный риск уже не будет приемлемым, т.к.

$$\alpha_{k=2} = 1 - (1 - \alpha_{k=3})^2 > \alpha_{k=3} .$$

Этот вывод тем более справедлив при  $k = 1$ , поскольку

$$\alpha_{k=1} = 1 - (1 - \alpha_{k=3})^3 > \alpha_{k=2} > \alpha_{k=3} .$$

Данное замечание особенно наглядно для малых значений рисков, когда можно с достаточной точностью записать

$$\ln(1 - \alpha) = \sum_{i=1}^k \ln(1 - \alpha_i)$$

или даже

$$\alpha \approx \sum_{i=1}^k \alpha_i .$$

Пусть, например, снова  $k = 3$ , и по всем компонентам поддерживается равный риск  $\alpha_i = 0,01$ . Тогда суммарный риск лаборатории  $\alpha_{k=3} = 0,03$ . И хотя причиной этого может быть

**Ключевые слова:** контроль качества воды, неопределенность измерительной информации, погрешность измерений, ошибки выборки, валидация, достоверность заключения, порог различимости, результативность контроля, контроль по альтернативному признаку, приемлемость результатов измерений, ширина поля допуска

компонент № 3 (риск 0,01), все же скорее это два предыдущих (риск 0,02).

В ряде отраслей современной промышленности (электроника, фармацевтика, оптика и др.) требуется повышенная гарантия качества воды. Это означает, что содержание загрязняющих веществ в ней не просто не должно превышать установленных требований, как при выбранном выше условии  $C_i \leq \text{ПДК}_i$ , но быть заведомо ниже —  $C_i < \text{ПДК}_i$ . Соответственно, в решающем правиле (2) необходимо знак «не больше» заменить знаком «меньше». Такая замена только на первый взгляд кажется незначительной. Это существенно меняет подход к решению задачи контроля, если учесть, что нулевая гипотеза  $H_0$  выполняется в области больших вероятностей. Новое требование означает необходимость перехода к зеркально отображенным рис. 1 б и 2, так что теперь альтернативная гипотеза  $H_1$  уже задается в предположении, что математическое ожидание результата измерений есть  $1 - \Delta$ . Также меняют на противоположный свой смысл ошибки 1-го и 2-го рода, и иначе выглядит решение многомерной задачи. Если, например,  $k = 2$ , то следующие события составляют полную группу:

- концентрация обоих веществ превышает норму (вероятность —  $\gamma_1\gamma_2$ ),
- концентрация первого сверхнормативная, второго — нормативная  $\gamma_1(1 - \gamma_2)$ ,
- концентрация второго сверхнормативная, первого — нормативная  $\gamma_2(1 - \gamma_1)$ ,
- концентрация обоих веществ нормативная  $(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)$ .

Следовательно, вода будет признана несоответствующей при условии  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2$ . Поскольку здесь  $1 - \gamma = \alpha$ , то, после несложных преобразований, получаем  $\alpha = \alpha_1\alpha_2$ . Соответственно,  $1 - \beta = (1 - \beta_1)(1 - \beta_2)$ . Используя далее метод математической индукции последние два неравенства можно переписать для любого ( $k$ ) числа контролируемых показателей, и тогда, как и следовало ожидать, результат для  $\alpha$  и  $\beta$  оказывается аналогичен приведенному выше с учетом изменившегося смысла этих величин. Таким образом, здесь, как и при предыдущем рассмотрении, с увеличением количества контролируемых показателей риск контроля снижается, а риск лаборатории растет. Последнее делает достоверность (4) сколь угодно низкой, вследствие чего возникает почти непреодолимый барьер для корректной поставки воды.

Отметим еще, что на практике возможны ситуации, при которых не удастся ни принятия гипотезы

$$\frac{C_i}{\text{ПДК}_i} < 1$$

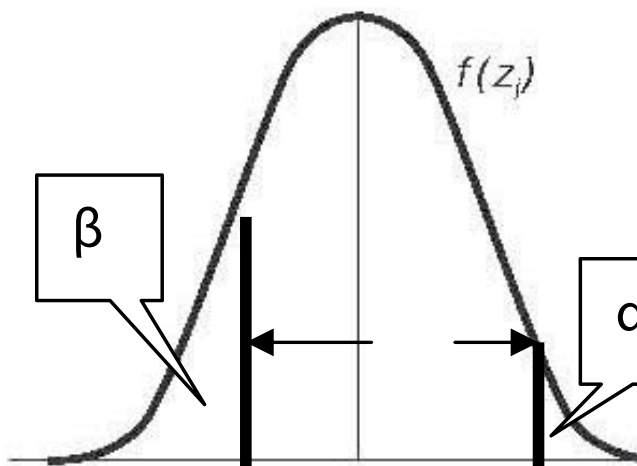


Рис. 4. Достоверность контроля.

(по «жесткой» односторонней схеме статистического контроля), ни принятие гипотезы

$$\frac{C_i}{\text{ПДК}_i} > 1$$

(по «мягкой» схеме). В этом случае выполняется двустороннее решающее правило принятия гипотезы

$$\frac{C_i}{\text{ПДК}_i} = 1: \frac{\left| \frac{C_{\phi i}}{\text{ПДК}_i} - 1 \right|}{\sigma_{0i}} \leq u_{1-\frac{\alpha_i}{2}}$$

Тогда пороги различимости, определяющие интервал неопределенности при принятых в примере 3  $\alpha_i = \beta_i = 0,1$ , составляют уже

$$\frac{\Delta_i}{\sigma_{0i}} \approx 2,9,$$

так что основной задачей повышения качества контроля становится снижение порогов различимости.

Дальнейший анализ проводим для «мягкой» схемы контроля (для «жесткой» процедура аналогичная).

3. *Повышение качества контроля* требует исследования расширенных массивов данных о качестве воды. Рассмотрим эту работу, следуя [6], на примере табл. 1, где из общего числа  $n$  проанализированных проб только меньшая часть ( $m$ ) оказалась удовлетворительной, преимущественно по одному из показателей, так что:

$$\text{для Pb: } \frac{m}{n} = \frac{13}{31} = 0,42,$$

для Cd: 0,387,

для Hg: 0,29.

Следовательно, вероятность соответствия воды установленным требованиям по этим веществам, равная произведению записанных величин, только 0,047.

В подобных случаях необходимы дублирующие измерения. Это позволяет в качестве результата принимать среднеарифметические показатели:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$$

$$\text{с дисперсией } \sigma_z^2 = \frac{1}{n} S_{0i}^2,$$

$$\text{где } S_{0i}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2$$

$$z_i = \frac{C_{\phi i}}{\text{ПДК}_i}.$$

Если отбор отдельных проб воды для измерений осуществляется через достаточно

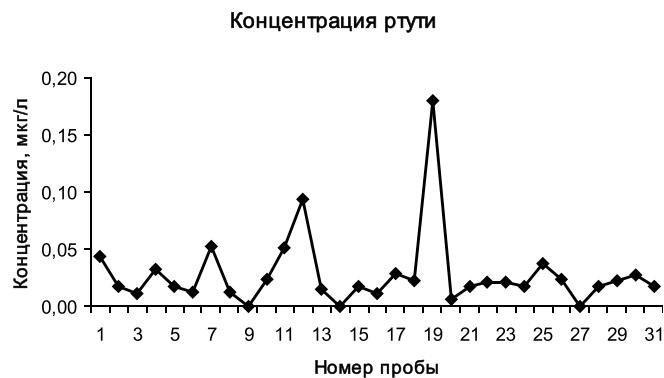
Таблица 1

Концентрация металлов в р. Исеть, створ К-Уральский, август 2009 г. Ежедневные наблюдения

Ион	Pb	Cd	Hg
	6,08	5,33	0,04
2	4,65	2,76	0,02
3	7,96	8,87	0,01
4	1,39	8,03	0,03
5	11,30	3,81	0,02
6	11,50	5,02	0,01
7	11,50	6,85	0,05
8	8,70	3,08	0,01
9	9,60	2,78	0,00
10	12,30	5,71	0,02
11	11,50	1,39	0,05
12	9,73	5,50	0,09
13	7,76	4,91	0,01
14	1,87	4,27	0,00
15	4,81	4,01	0,02
16	4,58	5,84	0,01
17	9,57	4,06	0,03
18	11,50	6,23	0,02
19	7,32	8,73	0,18
20	7,31	4,98	0,01
21	5,99	3,29	0,02
22	6,47	3,68	0,02
23	4,02	6,83	0,02
24	10,60	7,11	0,02
25	8,56	8,10	0,04
26	2,51	7,02	0,02
27	0,98	8,23	0,00
28	1,61	7,82	0,02
29	3,71	5,79	0,02
30	5,19	7,15	0,03
31	4,87	11,50	0,02
ПДК	6	5	0,03
Ср.	6,95	5,76	0,03
С.к.о.	3,45	2,23	0,034

короткие промежутки времени, то величина  $S_0^2$  определяет только дисперсию измерительной погрешности. Если же пробоотбор редок (рис. 4),  $S_0^2$  определяет суммарную дисперсию погрешности и недостаточной периодичности измерений изменчивых контролируемых показателей. Разделение этих двух составляющих дисперсии требует проведения специального эксперимента. Однако, в данном случае, считая погрешность измерения нормально распределенной и принимая ее величину при доверительной вероятности 0,95 равной

$$\zeta_i = \frac{1,96\sigma_{0i}}{\sqrt{n}},$$



**Рис. 4. Временная зависимость контролируемых показателей качества воды (р. Исеть, створ К-Уральский).**

получим  $\zeta_{01} \approx 25\%$ ;  $\zeta_{02} \approx 20\%$ ;  $\zeta_{03} \approx 56\%$  от соответствующего среднего значения, что не превышает погрешность (табл. 2). Поэтому здесь фактом изменчивости можно пренебречь.

Статистикой для принятия решений в случае, когда среднее квадратическое отклонение неизвестно и оценивается по той же выборке, что и среднее, является величина

$$\frac{\bar{z}_i - 1}{S_{0i} / \sqrt{n}}$$

Эта статистика будет иметь уже не нормальное, а  $t$ -распределение Стьюдента за счет замены известного среднее квадратического отклонения  $\sigma_{0i}$  его оценкой  $S_{0i}$ . При этом решающее правило принятия гипотезы  $H_0$  приобретает вид:

$$\frac{\bar{z}_i - 1}{S_{0i} / \sqrt{n}} \leq t_{1-\alpha_i}(n-1) \quad (7),$$

где  $t_{1-\alpha_i}$  — квантиль распределения Стьюдента с параметром  $(n-1)$ .

**Пример 4.** Проверить выполнение условия (7) для данных табл. 1.

**Решение:** Имеем для Pb:

**Таблица 2**

**Нормативы качества растворимых в воде форм металлов в пресных водах рыбохозяйственного значения (числитель) и в морях (знаменатель). Измерения аттестованными методами индуктивно связанной плазмы и атомно-абсорбционной спектроскопии**

Вещество	Класс опасности	ПДК, мг/дм <sup>3</sup>	Норма погрешности, %
Свинец Pb CAS*:7439-92-1	2/3	0,006/0,01	40/30
Кадмий Cd CAS:7440-43-9	2/2	0,005/0,01	40/30
Ртуть Hg CAS:7439-97-6	1/1	0,00001/0,0001	70/60

\* Chemical Abstracts Service — идентификатор химических соединений химической реферативной службы американского химического общества

$$\frac{6,95 - 6}{3,45 / \sqrt{31}} = 1,53 < 1,697 = t_{(1-0,05)}(30) \quad ,$$

для Cd:

$$\frac{5,76 - 5}{2,23 / \sqrt{31}} = 1,9 < 2,042 = t_{(1-0,025)}(30) \quad ,$$

для Hg:

$$\frac{0,03 - 0,01}{0,034 / \sqrt{31}} = 3,27 < 3,38 = t_{(1-0,001)}(30) \quad .$$

Таким образом, требования к качеству воды по содержанию в ней Cd и Hg подтверждаются лишь с уровнем значимости, меньше стандартного значения (0,05), что характеризует плохую согласованность экспериментальных данных с нулевой гипотезой<sup>1</sup>. Риск лаборатории будет мал:  $\alpha = 0,075$ .

Рассчитаем риск контроля. При альтернативной гипотезе

$$M[\bar{z}_i] = 1 + \Delta_i \text{ случайная величина}$$

<sup>1</sup> Действительно, при уменьшении уровня значимости  $\alpha_i$  область принятия гипотезы  $H_0$  расширяется. В пределе при  $\alpha_i \rightarrow 0$  всегда будет принята нулевая гипотеза, однако тогда ошибка второго рода  $\beta_i$  стремится к единице. Таким образом, величина  $\alpha_i$  характеризует не только ошибку 1-го рода, но и степень согласованности экспериментальных данных с нулевой гипотезой.



$$\frac{\bar{z}_i - 1 - \Delta_i}{S_{0i} / \sqrt{n}}$$

имеет  $t$ -распределение Стьюдента с параметром  $(n - 1)$ , однако, случайная величина

$$\frac{\bar{z}_i - 1}{S_{0i} / \sqrt{n}}$$

будет иметь уже нецентральное  $t$ -распределение Стьюдента с параметром нецентральности

$$\frac{\sqrt{n}\Delta_i}{\sigma_{0i}}$$

Используя нормальную аппроксимацию нецентрального  $t$ -распределения при  $n \geq 10$ , получим ранее введенное выражение, определяющее риск контроля [6]:

$$\frac{\Delta_i}{\sigma_{0i}} = \frac{t_{1-\alpha_i} - u_{\beta_i} \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{t_{1-\alpha_i}^2}{n-1}}}{\sqrt{n}}$$

*Пример 5.* Оценить порог различимости нулевой и альтернативной гипотез при дублирующих измерениях (табл. 1).

*Решение.* Для ртутного загрязнения воды ( $Hg$ ) нулевая гипотеза подтверждается только при малом значении  $\alpha_i = 0,001$ . Примем  $\beta_i = 0,1$ .

$$\text{Тогда } \frac{\Delta_3}{\sigma_{03}} = 0,85$$

$$\text{Для Pb: } \frac{\Delta_1}{\sigma_{01}} = 0,49$$

$$\text{для Cd: } \frac{\Delta_2}{\sigma_{02}} = 0,552$$

т.е. среднее значение  $\Delta_{cp} \approx 0,66 \sigma$ . Таким образом, за счет дублирующих измерений получаем значительное снижение порога различимости гипотез, в примере 2 достигавшего 2,56.

Поскольку все  $\Delta_i$  и  $\sigma_{0i}$  различны, не имеет смысла рассчитывать общую ошибку второго рода и среднюю различимость, но видно, что здесь  $\Delta/\sigma$  информативнее, чем  $D \approx 0,9$ .

В гидрохимической практике часто используется индекс загрязненности воды (**ИЗВ**):

$$\text{ИЗВ} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{C_i}{\text{ПДК}_i} \quad [7],$$

где  $k$  — число загрязняющих веществ с одинаковыми лимитирующими признаками вредности I и II класса опасности. Соответствие признается, если  $\text{ИЗВ} \leq 1$ , а все  $C_i \leq \text{ПДК}_i$ . Здесь аддитивное влияние концентрации отдельных веществ на ИЗВ обеспечивает компенсацию одних частных показателей за счет других. Поэтому целесообразно использование многомерных статистических методов выборочного контроля при общем среднем

$$\bar{\bar{z}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{z}_j, \quad \bar{z}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{ij}$$

и средней суммарной дисперсии

$$S_0^2 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k S_{0j}^2$$

$$S_{0j}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_{ij} - \bar{z}_j)^2 \quad (8)$$

К сожалению, сумма случайных величин, имеющих  $t$ -распределение Стьюдента, не является точным  $t$ -распределением. Однако приближенно, используя правило Саттервайта, можно записать условие соответствия воды установленным требованиям в виде:

$$\frac{\bar{\bar{z}} - 1}{S_0 / \sqrt{v}} \leq t_{1-\alpha}(v), \quad \text{где } v = \frac{(\sum_{j=1}^k S_{0j}^2 / n)^2}{\sum_{j=1}^k (S_{0j}^2 / n)^2} \cdot (n-1)$$

*Пример 6.* Для данных табл. 1 оценить порог различимости гипотез  $H_0$  и  $H_1$  с учетом ИЗВ.

*Решение.* По формулам (8) получим:  $\bar{\bar{z}} = 1,77$ ,  $S_0 \approx 2$ ,  $v \approx 33$ .

Следовательно,

$$\frac{\bar{\bar{z}} - 1}{S_0 / \sqrt{v}} = \frac{1,77 - 1}{2 / \sqrt{33}} = 2,21 < 2,44 = t_{1-0,01}(33)$$

Таким образом, общий уровень значимости составляет  $\alpha = 0,01$ , что меньше 0,075 (из примера 4). При этом порог различимости для



$$\beta = 0,1; \frac{\delta_i}{\sigma_{0i}} = 0,66, ,$$

что составляет приблизительно среднее из трех порогов различимости примера 5, равно-го 0,657.

Другой многомерный статистический метод не требует приведенной функциональной зависимости для ИЗВ.

$$\text{Случайная величина } \frac{\bar{z}_j - 1}{S_{0j} / \sqrt{n}}$$

имеет  $F$ -распределение Фишера с  $(1, n - 1)$  степенями свободы. В многомерном случае

$$T^2 = \sum_{j=1}^k \left( \frac{\bar{z}_j - 1}{S_{0j} / \sqrt{n}} \right)^2$$

подчиняется распределению Хотеллинга, а величины  $T^2$  и  $F$  связаны соотношением:

$$T_p^2(k, n - k) = \frac{k(n - 1)}{n - k} F_p(k, n - k).$$

Отсюда получаем многомерное решающее правило,

$$\sum_{j=1}^k \left( \frac{\bar{z}_j - 1}{S_{0j} / \sqrt{n}} \right)^2 \leq \frac{k(n - 1)}{n - k} F_{1-\alpha}(k, n - k)$$

где  $F_{1-\alpha}$  — квантиль распределения Фишера.

*Пример 7.* Оценить значимость результатов контроля качества воды с использованием распределения Хотеллинга.

*Решение.* Для данных табл. 1 и примера 4 рассчитываем статистику  $T^2 = 1,53^2 + 1,9^2 + 3,27^2 = 16,6$ . Из статистических таблиц получим  $F(3; 27) = 5,17$ ,

$$\text{а } \frac{k(n - 1)}{n - k} F_{1-0,1}(3; 27) = 16,6.$$

Как видно, нулевая гипотеза здесь принимается с достаточно высоким уровнем значимости  $\alpha = 0,1$ , характеризующим высокую степень совпадения теоретических и экспериментальных данных.

К сожалению, при данном подходе отсутствует методика оценки ошибки второго рода. Поэтому можно рекомендовать следующую процедуру принятия решения о качестве воды по результатам измерительного контроля.

1. Предварительно оценить, соответствуют ли все контролируемые показатели установленным требованиям с использованием критерия Хотеллинга, поскольку обнаруженное в этом случае несоответствие означает также несоответствие по остальным критериям<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Данное утверждение верно потому, что указанный критерий, вследствие самого высокого из трех рассматриваемых подходов уровня значимости, определяет наиболее узкую зону приемки нулевой гипотезы, и, тем самым, наиболее широкую зону принятия альтернативной гипотезы.

2. При установлении соответствия по Хотеллингу считать воду соответствующей. При обнаружении несоответствия искать ответ на вопрос: концентрация какого именно металла превышает норму?

3. Для ответа на поставленный вопрос использовать одномерный подход.

*Примечание:* оценка качества воды по количественному признаку затрудняется при приближении показателей качества воды к соответствующим ПДК, т.е. при появлении риска попадания в зону неразличимости нулевой и альтернативной гипотез. Тогда необходима оценка среднего порога различимости с применением критерия, основанного на использовании показателя ИЗВ. Если найденный порог будет слишком велик, снова необходим дифференцируемый подход — комплекс одномерных методов с дублирующими измерениями. В целом же для правильного понимания и корректного применения результатов измерения целесообразна валидация.

4. *Валидация контроля* — процедура достижения уверенности в правильном использовании результатов измерений для подготовки заключений по отдельным контролируемым показателям и по их совокупности.

4.1. *Валидация по отдельным показателям* включает выяснение уровня соответствия данных аналитической лаборатории истинным значениям контролируемых показателей. Это нетрудно выполнить с использованием стандартных образцов (СО) воды [8, 9] в соответствии с требованиями 102-ФЗ «Об обеспечении единства измерений». Измерения СО могут привести к следующим результатам со своими вероятностями:

- $P_1$  — СО нормативного состава определяются как нормативные (правильно обнаруживается, что концентрация добавленного вещества  $C < \text{ПДК}$ ),
- $P_2$  — СО нормативного состава определяются как сверхнормативные (неправильно обнаруживается, что  $C > \text{ПДК}$ ),
- $P_3$  — СО сверхнормативного состава определяются как нормативные,
- $P_4$  — СО сверхнормативного состава определяются как сверхнормативные.

Здесь  $P_1 + P_4$  и  $P_2 + P_3$  — вероятности получения правильных и неправильных результатов измерений,  $P_1 + P_3 = P_r$  и  $P_2 + P_4 = P_{nr}$  — вероятности обнаружения СО, содержащих нормативную и сверхнормативную концентрацию примеси в воде,  $P_1 + P_2 = R_0$  и  $P_3 + P_4 = 1 - R_0$  — истинные доли указанных СО.

В модели допускового контроля величины  $P_2$  и  $P_3$  могут быть рассчитаны, если контролирующий орган заблаговременно оценил

Таблица 3

Вероятности реализации возможных состояний

Состояние Заклучения	Первое вещество		Второе вещество	
	Соответствие	Несоответствие	Несоответствие	Соответствие
Признание соответствия	1 $R_{01}(1-\alpha_1)$	2 $(1-R_{01})\beta_1$	3 $R_{02}(1-\alpha_2)$	4 $(1-R_{02})\beta_2$
Признание несоответствия	5 $R_{01}\alpha_1$	6 $(1-R_{01})(1-\beta_1)$	7 $R_{02}\alpha_2$	8 $(1-R_{02})(1-\beta_1)$

допустимый риск ошибки, и, в зависимости от этого, задав ширину поля допуска  $K$ , связанную с величиной  $R_0$  (например,  $K = 3 \sigma$  для  $R_0 = 0,997$ ). При поставке воды заданного качества величина  $P_2$  характеризует уровень «жесткости», а  $P_3$  — «мягкости» контроля, эффективность которого может быть определена из выражений:

$$\mathcal{E}' = \frac{P_1}{R_0} = \frac{P_1 + P_3}{P_1 + P_2}$$

$$\text{или } \mathcal{E}'' = \frac{1 - R_0}{1 - P_2} = \frac{P_4 + P_3}{P_4 + P_2}$$

*Пример 8.* Сравнить эффективность контроля при  $P_1 = 0,5$ ,  $P_4 = 0,2$ , если в условиях «жесткого» контроля  $P_2 = 0,2$ ,  $P_3 = 0,1$ , а в условиях относительно более «мягкого» —  $P_2 = 0,1$ ,  $P_3 = 0,2$ .

*Решение.* При более «жестком» контроле

$$\mathcal{E}' = \frac{6}{7}, \quad \mathcal{E}'' = \frac{3}{4},$$

т.е. меньше единицы, что указывает на его неэффективность, при «мягком» —

$$\mathcal{E}' = \frac{7}{6}, \quad \mathcal{E}'' = \frac{4}{3}$$

что указывает на его эффективность.

Для органа контроля, заинтересованного в предосторожности, целесообразна пониженная оценка эффективности. В данном примере — это  $\mathcal{E}''$  в первом случае и  $\mathcal{E}'$  во втором. Для аналитической лаборатории, заинтересованной в демонстрации повышенной эффективности, приоритеты противоположны:  $\mathcal{E}'$  в первом и  $\mathcal{E}''$  во втором случае. В целом, если априори известно, что  $P_1 > P_4$  и  $P_3 > P_2$  или  $P_4 > P_1$  и  $P_2 > P_3$ , то для органа контроля показателем эффективности служит оценка  $\mathcal{E}'$ , а для лаборатории —  $\mathcal{E}''$ ; при

других соотношениях вероятностей показатели меняются местами.

4.2. *Валидация по двум показателям* (индексы 1 и 2) требует исследования ряда возможных состояний (табл. 3).

Здесь  $\alpha$  и  $\beta$  — риски лаборатории и контроля, например,

$$\alpha_1 = \frac{P_2}{R_0}, \quad \beta_1 = \frac{P_3}{1 - R_0}$$

Соответствие признается при следующих комбинациях результатов контроля по отдельным состояниям: [1, 3]; [2, 3]; [1, 4]; [2, 4], где только первое сочетание соответствует правильному заключению, а другие — ошибочному. В то же время несоответствие признается при: [5, 7]; [5, 8]; [6, 7]; [6, 8]; [1, 7]; [1, 8]; [2, 7]; [2, 8]; [3, 5]; [3, 6]; [4, 5]; [4, 6]. Здесь сочетания [5, 8]; [6, 7]; [6, 8]; [1, 8]; [2, 7]; [2, 8]; [3, 6]; [4, 5]; [4, 6] соответствуют правильному заключению, а остальные — ошибочному. Поэтому вероятности ошибочного заключения о несоответствии и о соответствии:  $P_2 = P_5P_7 + P_1P_7 + P_3P_5; P_3P_2P_3 + P_1P_4 + P_2P_4$ . Подставляя табличные значения вероятностей, и проведя преобразования, получим снова:  $1 - \alpha = (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)$ ,

$$\text{а также } \mathcal{E} = \frac{P_1}{R_0} = \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2$$

*Пример 9.* При условиях примера 8 оценить и сравнить риски лаборатории в условиях «жесткого» и «мягкого» контроля, а также его эффективность в случае заключения по двум контролируемым показателям.

*Решение.* При переходе от «жесткого» контроля к «мягкому» искомая ошибка уменьшается вдвое,

$$\text{от } \frac{2}{7} \text{ до } \frac{1}{7};$$

если бы эти величины характеризовали риски ошибки  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  для двух веществ в воде, то об-

щий контроль по ним выполнялся бы с высоким риском

$$\alpha \approx \frac{2}{5}$$

Что касается эффективности, то для «жесткого» контроля она убывает:

$$\frac{6}{7} \cdot \frac{3}{4} \approx \frac{2}{3}$$

а «мягкого» растет:

$$\frac{7}{6} \cdot \frac{4}{3} \approx \frac{3}{2}$$

Обобщая задачу контроля и переходя к произвольному количеству  $k$  контролируемых показателей методом математической индукции, получаем:

$$P_2 = \prod_{i=1}^k (1 - R_{i1}) - \prod_{i=1}^k P_{i1} \quad (9)$$

$$P_3 = \prod_{i=1}^k R_{i0} - \prod_{i=1}^k P_{i1} \quad (10)$$

Из (9) нетрудно получить уже известное для риска лаборатории выражение (5). Для риска контроля в данном случае столь же удобной зависимости найти не удастся. Однако при валидации контроля важно знать прежде всего долю несоответствующих проб воды среди принятых,

$$\text{т.е. показатель } \beta' = \frac{P_3}{R_T}.$$

Для этой величины из (10) получим:

$$1 - \beta' = \prod_{i=1}^k (1 - \beta'_i), \quad (11)$$

а достоверность  $D' = 1 - (\alpha + \beta')$ . Что же касается выражения (6) для  $\beta$ , то в данной модели удастся понять его смысл в терминах прослеживаемости (traceability [8, 9])<sup>1</sup> при водном контроле. Речь идет о переходе от принципа «независимого принятия» органом контроля результатов измерений к принципу «зависимого принятия», при котором апостериорная вероятность безошибочного установления соответствия для  $i$ -го компонента рассматривается как априорная для  $(i+1)$ -го. Во введенных

### Ключевые

**слова:** контроль качества воды, неопределенность измерительной информации, погрешность измерений, ошибки выборки, валидация, достоверность заключения, порог различимости, результативность контроля, контроль по альтернативному признаку, приемлемость результатов измерений, ширина поля допуска

ранее обозначениях апостериорная вероятность для  $i$ -го показателя:

$$\frac{P_{i1}}{R_{i1}} = \frac{(1 - \alpha_i)R_{i0}}{(1 - \alpha_i)R_{i0} + \beta_i(1 - R_{i0})}$$

представляет собой априорную для  $(i+1)$ -го. А апостериорная вероятность для  $(i+1)$ -го показателя —

$$\frac{P_{(i+1)1}}{R_{(i+1)1}} = \frac{(1 - \alpha_{i+1})P_{i11B}}{(1 - \alpha_{i+1})P_{i11B} + \beta_{i+1}(1 - P_{i11B})} \cdot \frac{(1 - \alpha_i)(1 - \alpha_{i+1})R_{i11}}{(1 - \alpha_i)(1 - \alpha_{i+1})R_{i11} + \beta_i\beta_{i+1}(1 - R_{i11})}$$

Из последних выражений получаем для риска лаборатории выражение, совпадающее с (5), а для риска контроля — с (6). При этом, как нетрудно показать, уже при  $k = 3$  и погрешности измерений 20 % риск  $\beta$  оказывается меньше 0,01 при «зависимом принятии» результатов измерений, но зато  $\alpha$  и  $\beta'$  достигают 0,5 при «независимом принятии». Следовательно, достоверность  $D' \rightarrow 0$ , что снова указывает на трудности многофакторного контроля и ставит вопрос о необходимости его валидации по критерию пригодности имеющихся для этого результатов измерений.

**4.3. Валидация по критерию приемлемости результатов измерений** выполняется сопоставлением априорной вероятности ошибки, равной  $P_3 + P_4 = 1 - R_0$  с суммой вероятностей необнаруженного несоответствия  $P_3 = \beta(1 - R_0)$  и необнаруженного соответствия

$$P_2 = \alpha R_0: \frac{(1 - R_0)}{\alpha R_0 + \beta(1 - R_0)}$$

Результаты измерений могут быть использованы для подготовки заключения контролирующего органа, если последняя величина больше единицы, т.е. справедливо неравенство:

$$\frac{R_0}{1 - R_0} < \frac{1 - \beta}{\alpha}$$

Это означает, что при «независимом принятии» результатов измерений (когда  $\alpha \approx \beta$ )

$$\alpha < \frac{1 - R_0}{R_0}, \text{ а при «зависимом»}$$

( $\alpha \gg \beta$ ) —  $\alpha < 1 - R_0$ . Если, например,  $R_0 \leq 0,7$ ,  $\alpha \geq 0,4$  в первом случае и  $\alpha \geq 0,3$  — во втором, то измерительный контроль допустим. При нарушении приведенных неравенств контроль нецелесообразен и высока вероятность конфликтных ситуаций.



<sup>1</sup> Известна, например, метрологическая прослеживаемость результатов анализа вплоть до наиболее высокого уровня референтного материала (первичных эталонов и стандартных образцов), а также референтных методик измерений

Конфликты между заинтересованными в качестве воды сторонами — органами производственного и государственного контроля или поставщиками и потребителями — возникают обычно в случаях, когда 1-я сторона фиксирует пригодность воды, а 2-я — непригодность. В этом случае «арбитражная характеристика» [10] есть:

$$R = R_{га} \cdot (1 - R_{гб})$$

Здесь  $R_{га}$  складывается из вероятности признать соответствие, если оно действительно имеется  $P_{1а} = (1 - \alpha_a)R_{0а}$  и вероятности ложных ошибок  $P_{3а} = \beta_a(1 - R_{0а})$ , а  $1 - R_{гб}$  — из вероятности не признать соответствие, если оно действительно отсутствует  $P_{4б} = (1 - \beta_b)(1 - R_{0б})$  и вероятности необнаруженных ошибок  $P_{2б} = \alpha_b R_{0б}$ . Отсюда вероятность действительных разногласий при «независимом принятии» результатов измерений:

$$R' = \frac{(1 - \alpha_a)R_{0а}}{R_{га}} \cdot \frac{\alpha_b R_{0б}}{R_{гб}} = \alpha_b' (1 - \beta_a'),$$

где  $R_{0а} = R_{0б} = R_0$

и условные вероятности необнаруженной и ложной ошибки контроля:

$$\beta' = \frac{P_3}{R_z} = \beta \frac{(1 - R_0)}{R_z}$$

и  $\alpha' = \frac{P_2}{1 - R_z} = \frac{\alpha \cdot R_0}{1 - R_z}$ .

Следовательно, вероятность того, что сторона «а» права, а «б» не права при «независимом принятии» и  $\beta_a' = 0$  определяется только вероятностью ошибочного несоответствия, а при  $\alpha_b' = 0$  разногласий не возникает. При «зависимом принятии» указанная вероятность равна:

$$R'' = \alpha_b'' (1 - \beta_a''),$$

где  $\alpha_b'' = \frac{\alpha_b \cdot P_{2а}}{1 - P_{1б}/R_{гб}}$ .

Поскольку также  $P_{1б}/R_{гб} > P_{1а}/R_{га}$ , то вероятность правоты стороны «а» (и неправоты «б») при «зависимом принятии» увеличивается. Что же касается случая наибольшей неопределенности, когда  $\alpha = \beta = R_{гг} = 0,5$  получаем  $R' = R'' = 0,25$ , как в [10].

## Заключение

Ужесточение нормативов состава и свойств используемой воды с одновременным ухудшением ее качества в водисточниках усложняют условия управления водопользованием и повышают требования к надежности заключений водного контроля. В современных условиях контролирующие органы уже не могут представлять заключения о соответствии воды установленным требованиям путем простой фиксации результатов измерений без учета их погрешности, ошибок выборки и рисков лабораторий. Необходим анализ данных, обеспечивающих оценку вероятности ошибочных заключений, а в ответственных случаях — установление требований к точности измерений с целью снижения возникающих рисков до приемлемого уровня. Для этого в работе предложены модели контроля и критерии оценки его результативности. Теоретическими моделями служат допусковый контроль принадлежности контролируемых показателей заданной области значений и выборочный контроль по альтернативному признаку соответствия/несоответствия воды. В качестве обобщенных критериев результативности контроля предложены вероятность правильной оценки качества воды, т.е. достоверность заключений и порог различимости, ограничивающий зону, где корректное заключение о качестве не может быть сделано. Показано, что многофакторный контроль (по нескольким показателям) характеризуется пониженной достоверностью. Показано также, что недостоверность заключений может стать непреодолимым барьером для рынка воды и водных услуг, причем разрешение ситуации требует перехода к интерпретации результатов измерений с помощью многомерных статистических методов, обеспечивающих наиболее «мягкие» условия регулирования рыночных отношений. Предложена схема валидации контроля путем оценки качества (приемлемости) используемой для его заключений измерительной информации. Показано, что режим «зависимого принятия» результатов измерений, при котором апостериорная вероятность безошибочного установления соответствия для  $i$ -го компонента, рассматривается как априорная для  $(i + 1)$ -го, предусматривает более жесткие требования к измерительной информации, чем режим «независимого принятия».

Принятое современным российским законодательством использование измерительной информации без учета ее неопределенности может быть оправдано только при заведомо из-

вестном надежном соответствии (или «безнадежном несоответствии») качества воды установленным требованиям. В других случаях, а тем более при достаточном повышении количества контролируемых показателей риски ошибок увеличиваются настолько, что корректные заключения о качестве воды становятся практически невозможными. Впрочем, существующая «безрисковая» практика измерительного контроля, к сожалению, и не может быть иной, т.к. тогда она создала бы почти непроницаемый барьер для водопотребления, водоотведения и встраивания водопользования в рыночные отношения. Сохранившееся до сих пор «упрощенчество», узаконившее непосредственное сопоставление контролируемых показателей, величин случайных, с детерминированными, такими как ПДК, это — коррупционногенная норма права. Обращение к статистическим методам контроля, достоверность которого известна и приемлема, представляет собой естественную «плату» за блага цивилизации в мире, где бизнес управляет гигантскими силами природы.

## Литература

1. Александровская Л.Н. Водно-экологическое нормирование / Л.Н. Александровская, О.М. Розенталь // Водные ресурсы. 2011. Т. 38. № 1. С. 108-119.
2. Малышенко Ю.В. Техническая диагностика Учебное пособие / Ю.В. Малышенко, Л.Ф. Стыцора и др. Под общ. ред. Ю.В. Малышенко. Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2010. 302 с.

3. Баренбойм Г.М. Некоторые научно-технологические проблемы проектирования, создания и функционирования систем мониторинга водных объектов. III. Развитие информационной системы экологического мониторинга водных объектов (часть 2) / Г.М. Баренбойм, Е.В. Веницианов, В.И. Данилов-Данильян // Вода: химия и экология. 2009. № 11. С. 2-10.
4. Жолдакова З. И. Комплексное действие веществ. Гигиеническая оценка и обоснование региональных нормативов / З. И. Жолдакова, Ю.А. Рахманин, О.О. Синицина. М.: Изд-во АртЭтамп, 2007. 243 с.
5. СанПиН 2.1.4.1116-02 Питьевая вода. Гигиенические требования к качеству воды, расфасованной в емкости. Контроль качества.
6. Розенталь О.М. Применение методов квалитметрии для интерпретации результатов лабораторного анализа // Вода, химия, экология. 2012. № 8. С. 39-52.
7. РД 52.24.643-2002 Метод комплексной оценки степени загрязненности поверхностных вод по гидрохимическим показателям
8. Осинцева Е.В. Стандартные образцы — основа метрологической прослеживаемости измерений // Методы оценки соответствия. 2011. № 10. С. 4-8.
9. Руководство ЕВРАХИМ/СИТАК Прослеживаемость в химическом измерении (2003), пер. с англ. СПб.: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 2005. 91с.
10. Лапидус В.А. Статистический контроль качества продукции на основе принципа распределения приоритетов / В.А. Лапидус, М.И. Розно, А.В. Глазунов и др. М.: Финансы и статистика, 1991. С. 36-79.



О.М. Rozental'

## THEORETICAL BASIS OF WATER QUALITY CONTROL

Models of water quality control (in particular of tolerancing and random sampling) and generalized criterions for activity performance of regulatory authority were proposed. Criterions such as probability of correct water quality assessment basing on alternative factor characterizing confidence of conclusions and difference threshold limiting area where correct conclusion about water quality cannot be done were introduced. Validation scheme of control through water quality estimation was proposed. It was shown that multifactorial control is described decreased confidence of conclusions that may be impassable barrier for trade of water service. The situation may be improved by interpretation of measured data through multidimensional statistic methods providing mild conditions for market relations. Results of this work may be viewed as basis for institutional changes improving activity performance of regulatory authority.

**Key words:** water quality control, indetermination of measuring data, instrumental error, sampling error, validation, confidence of conclusions, difference threshold, control performance, alternative factor control, acceptability of measuring data, width of tolerance zone.