

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА математического моделирования для изучения гидродинамического РЕЖИМА разнотипных **ВОДНЫХ ЭКОСИСТЕМ**

**Обсуждается возможность применения нестационарной плановой гидродинамической модели для изучения структуры течений в разнотипных водных экосистемах. Рассматриваются устьевая область малой реки, речной плес водохранилища, включая защищенные мелководья, и водохранилище в целом. Показаны особенности формирования и пространственно-временная изменчивость циркуляции воды в указанных водных объектах.**

## Введение

**В** настоящее время наблюдения за состоянием абиотических и биотических компонентов экосистемы водоемов осуществляются следующими группами методов: точечными отборами проб с последующей их обработкой в лабораторных условиях; точечными контактными измерениями с непрерывной регистрацией параметров среды *in situ*; дистанционными измерениями. Применение точечных методов требует соответствующей оценки минимально необходимой частоты наблюдений, поскольку без такой оценки невозможно осуществить полноценное исследование временной изменчивости изучаемых характеристик. Кроме этого необходимо провести обоснование пространственного разрешения сети наблюдений. Контактные методы с использованием автоматизированных систем измерения параметров водной среды позволяют не только изучать пространственно-временную изменчивость полей исследуемых характеристик, но и обойти трудности, которые возникают при применении первого метода [1].

Среди дистанционных методов при гидрологических и гидробиологических исследова-

**С.А. Поддубный\***,

доктор  
географических наук,  
старший научный  
сотрудник,  
заместитель  
директора  
по научной работе,  
Учреждение  
Российской  
академии наук  
Институт биологии  
внутренних вод  
им. И.Д. Папанина  
РАН  
(ИБВВ РАН)



ниях чаще используются методы, которые основаны на регистрации собственного излучения водной поверхности в инфракрасной области оптического спектра. С использованием установленных на искусственных спутниках Земли радиометров, оптических приборов, тематических картографов и другой аппаратуры появляется возможность изучения батиметрии водоема, его горизонтальной термической структуры, зон подъема и опускания вод, термических фронтов, циркуляционных течений, зон концентрации биомасс планктона [2-5]. Использование спутниковой информации с дальнейшим построением карт для оценки качества воды в озерах и водохранилищах позволяет оперативно выявить экологическое состояние водоема и наметить пути рационального использования ресурсов водных систем. Вместе с тем следует отметить, что использо-

\* Адрес для корреспонденции: [spod@ibiw.yaroslavl.ru](mailto:spod@ibiw.yaroslavl.ru)

вание контактных методов с применением современных зарубежных и отечественных измерительных комплексов, так же как и дистанционных методов, отличающихся спецификой обработки и сложностью интерпретации полученной информации, остается все еще крайне дорогостоящим для большинства научно-исследовательских институтов.

На современном этапе изучения водных экосистем важными и эффективными методами исследования процессов формирования гидрологической, гидрохимической и гидробиологической структуры водоемов, помимо непосредственного наблюдения и натурного эксперимента, становятся методы математического моделирования и вычислительный эксперимент. Математические модели предназначены для изучения механизмов и способов оптимизации сложных многопараметрических нелинейных процессов, теоретическое и экспериментальное изучение которых затруднено или невозможно. Исследование механизмов функционирования водных экосистем, в свою очередь, является необходимой основой для разработки прогнозов изменений их состояния в будущем [6].

Цель данной работы заключается в исследовании возможностей нестационарной плановой гидродинамической модели для изучения структуры течений в разнотипных водных экосистемах. В задачи исследования входило моделирование структуры течений при меняющихся во времени гидрометеорологических условиях в период открытой воды, а также обсуждение особенностей формирования и анализ пространственно-временной изменчивости циркуляции воды в пределах рассматриваемых водных объектов.

## Материалы и методы исследования

Объектами изучения послужили устьевая область малой р. Ильд, Волжский плес водохранилища, включая правое и левобережные защищенные мелководья и Рыбинское водохранилище в целом (рис. 1). Для моделирования гидродинамического режима Рыбинского водохранилища к настоящему времени имеется опыт использования моделей двух типов – стационарной модели ветровых течений (полных потоков), разработанной А.И. Фельзенбаумом [7] применительно к мелким морям и впоследствии адаптированной ГОИН (Государственный океанографический институт им. Н.Н.Зубова) для озер и водохранилищ, и диагностической модели, основанной на полных нелинейных уравнениях движения и рассматривающей бароклинные эффекты

**К.А. Подгорный,**  
старший научный  
сотрудник,  
Учреждение  
Российской  
академии наук  
Институт биологии  
внутренних вод  
им. И.Д. Папанина  
РАН  
(ИБВВ РАН)

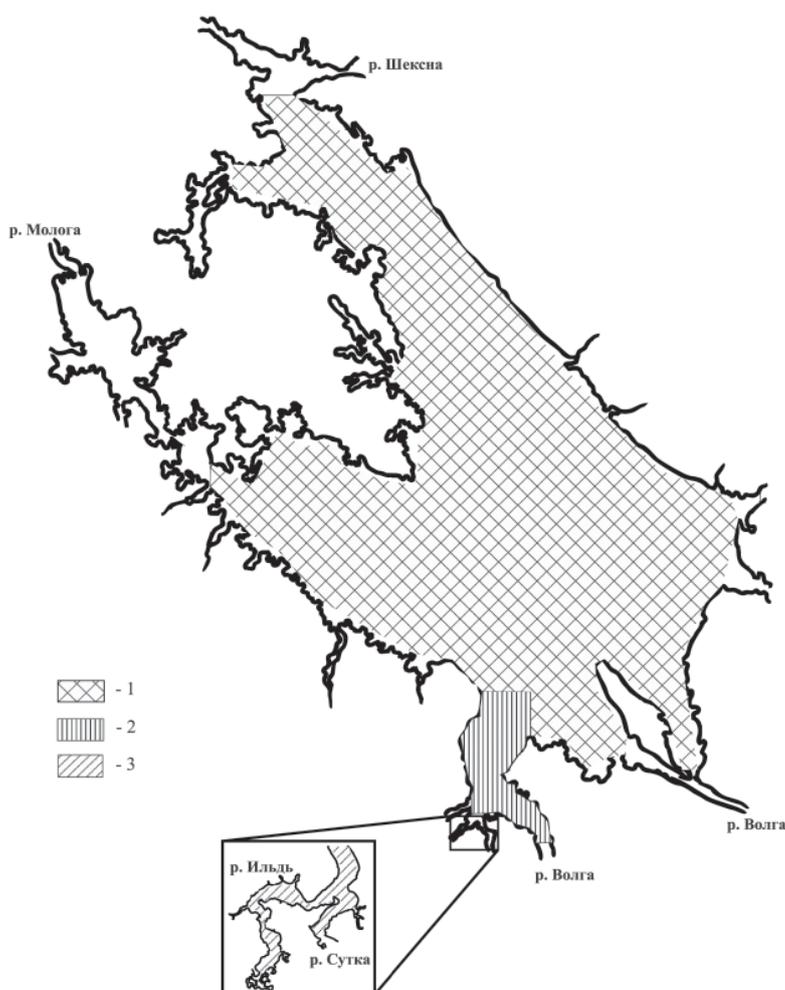
**И.А. Цветков,**  
научный сотрудник,  
Учреждение  
Российской  
академии наук  
Институт биологии  
внутренних вод  
им. И.Д. Папанина  
РАН  
(ИБВВ РАН)

[8]. В данном случае моделирование течений в Рыбинском водохранилище основывается на использовании системы уравнений Сен-Венана. Учитывая гидрологические особенности водохранилища, система уравнений теории мелкой воды является наиболее подходящей моделью для описания структуры течений и ее пространственно-временной изменчивости под влиянием различных внешних факторов (изменения ветровой ситуации над водоемом, временных колебаний стока рек и уровня воды). Система уравнений Сен-Венана без учета влияния турбулентного перемешивания имеет следующий вид [6]:

$$U = \frac{1}{h+\zeta} \int_{-h}^{\zeta} u dz, \quad V = \frac{1}{h+\zeta} \int_{-h}^{\zeta} v dz, \quad H = h + \zeta, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fV +$$

$$+ g \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{C^2 H} - \frac{1}{\rho H} \tau_x^s = 0, \quad (2)$$



**Рис. 1.** Расчетные области центральной части (1), Волжского плеса (2) Рыбинского водохранилища и устьевой области р. Ильд (3).

$$\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} + U \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial x} + V \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fU +$$

$$+ g \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{C^2 H} - \frac{1}{\rho H} \tau_y^s = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(HU)}{\partial x} + \frac{\partial(HV)}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

где:  $U, V$  – проекции вектора средней по глубине скорости на оси координат, причем ось  $Ox$  направлена на восток, ось  $Oy$  – на север, ось  $Oz$  – вверх;  $\zeta$  – возвышение свободной поверхности над отсчетной поверхностью уровня;  $h$  – расстояние от отсчетной поверхности уровня до дна;  $H = h + \zeta$  – полная глубина водоема в заданный момент времени;  $f$  – параметр Кориолиса;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\tau_x^s, \tau_y^s$  – проекции касательного напряжения ветра на оси координат;  $\rho$  – плотность воды;  $C$  – коэффициент Шези.

При развитой турбулентности течения в соответствии с законом Ван-Дорна для расчета составляющих касательного напряжения ветра принимаются следующие соотношения:

$$\tau_x^s = \theta \rho_a W_a^2 \cos \alpha_w, \quad \tau_y^s = \theta \rho_a W_a^2 \sin \alpha_w,$$

где:  $W_a$  – скорость ветра над водоемом,  $\alpha_w$  – направление ветра,  $\rho_a$  – плотность воздуха,  $\theta$  – коэффициент гидравлического сопротивления на водной поверхности. Коэффициент Шези учитывает потерю энергии на преодоление сил трения, зависящих от степени шероховатости и поперечных размеров русла (или глубины водоема). Для его расчета применяются различные полуэмпирические формулы. В данной работе для определения коэффициента Шези использовалась более простая формула Маннинга.

Система уравнений (1) – (4) дополняется следующими граничными условиями. На твердом контуре задается условие непротекания, то есть равенство нулю нормальной составляющей средней по глубине скорости течения:  $\bar{U}_n = 0$ . На жидкой границе используется условие излучения гравитационных волн:

$$\bar{U}_n = \zeta \sqrt{\frac{g}{H}}, \quad \text{если } \bar{U}_n \geq 0 \quad \text{и} \quad \begin{cases} \bar{U}_n = \zeta \sqrt{\frac{g}{H}}, \\ \bar{U}_\tau = 0, \end{cases} \quad \text{если } \bar{U}_n \leq 0$$

где  $\bar{U}_\tau$  – касательная составляющая средней по глубине скорости течения. В местах впадения рек используется энергетическое условие:

$$U_n^2 + g\zeta = \frac{Q_{river}^2}{W_{river}^2 h_{river}^2}$$



где:  $Q_{river}$  – расход воды,  $W_{river}$  – ширина створа,  $h_{river}$  – средняя глубина в створе реки. В качестве начальных условий использовались нулевые значения скоростей и уровня (состояние покоя). При смене ветровой ситуации над водоемом начальными полями являлись величины скоростей течения и возвышения уровня, полученные на предыдущем шаге по времени.

Оценка роли отдельных слагаемых в системе уравнений Сен-Венана, выполненная нами в работе [6], показала, что при моделировании течений в мелководных нестратифицированных водоемах необходимо учитывать вклад всех слагаемых в системе уравнений теории мелкой воды. При этом любые попытки изменения исходной системы уравнений вызывают необходимость тщательного анализа вариантов постановки граничных условий и приспособления их к сделанным допущениям [9]. Это, в свою очередь, может потребовать коренного пересмотра и численного метода решения поставленной модельной задачи.

Для численного интегрирования системы уравнений (1) – (4) при выбранных граничных условиях применялась  $C$ -сетка Аракавы и неявная, разнесенная по пространству и времени разностная схема с применением метода переменных направлений. Для предотвращения и подавления вычислительной неустойчивости использовалась процедура фильтрации полей возвышения свободной поверхности над отсчетной поверхностью уровня с помощью девятиточечного изотропного косинус-фильтра Тьюки [6]. Для верификации модели использовались архивные материалы лаборатории гидрологии и гидрохимии ИБВВ РАН за период с 1988 по 1993 гг. по регистрации параметров течений самописцами БПВ-2р и АЦИТТ. Самописцы устанавливались на автономных буйковых станциях (АБС) в открытой части водохранилища на горизонте 0,6 Н. В процессе про-

верки модели использовались также данные измерений параметров течений дрейфующими поплавками. В этом случае паруса поплавков погружались на заданные горизонты (0, 1, 2 м и т.д.). Сами поправки снабжались GPS-логгерами. Частота записи географических координат логгеров составляла 1 мин. После компьютерной обработки значений координат строились траектории перемещения поплавков на различных горизонтах.

## Результаты и их обсуждение

**М**оделирование гидродинамического режима перечисленных выше водных объектов проводилось в следующей последовательности: Рыбинское водохранилище, Волжский плес с защищенными мелководьями, устьевая область малой реки Ильд.

*Циркуляция вод в Рыбинском водохранилище.* Расчеты течений выполнялись на квадратной пространственной сетке с постоянным шагом 2 км. В соответствующих граничных узлах расчетной сетки задавались среднемесячные многолетние данные по расходам воды через Угличский, Шекснинский гидроузлы (г/у) и р. Молога, а также сбросу воды через Рыбинский г/у в период с мая по октябрь (рис. 2 а).

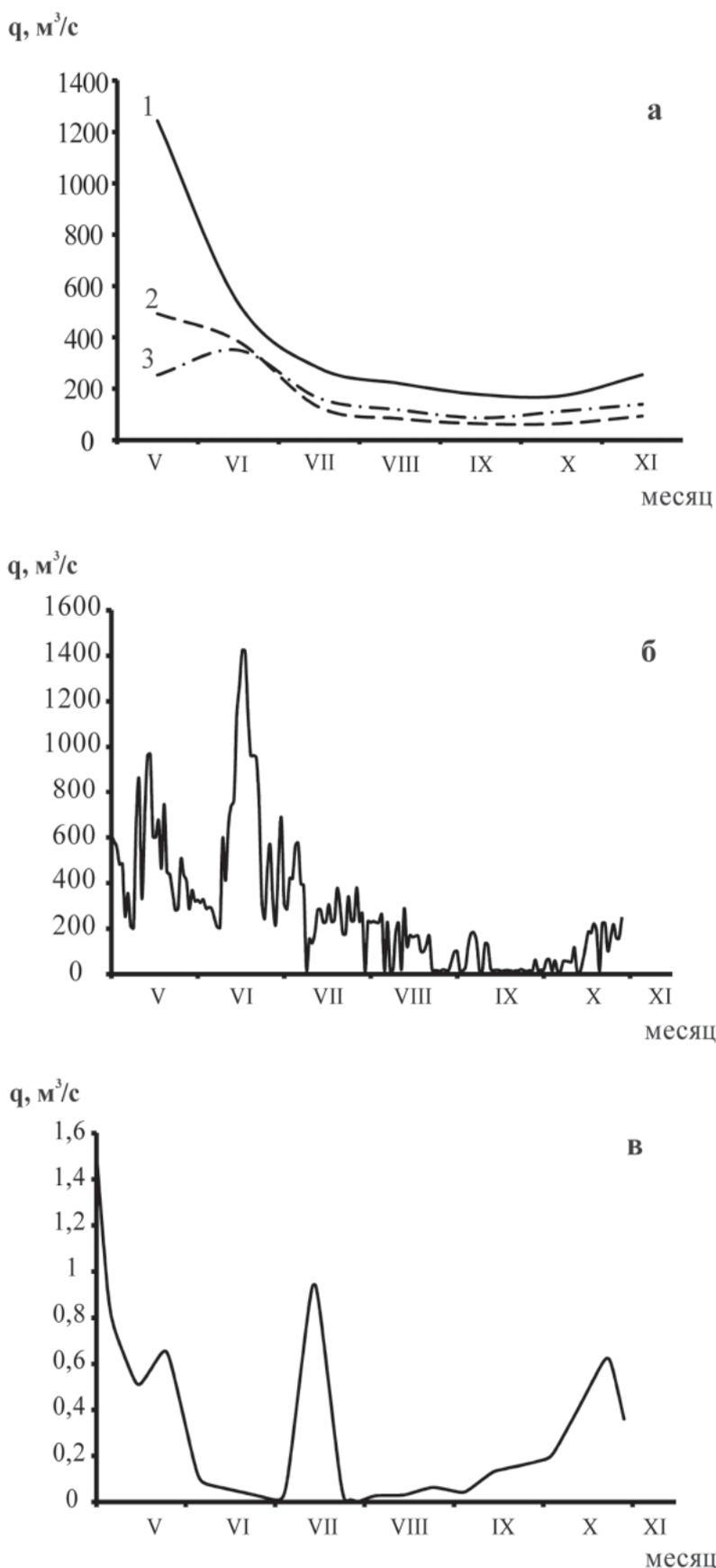
Уровень воды водохранилища принимался постоянным. Метеорологическая информация задавалась в виде многолетних средне-суточных значений скорости и направления ветра.

Верификация нестационарной гидродинамической модели по данным наблюдений за параметрами течений на АБС показала, что расхождение рассчитанных и фактических скоростей течений не превышает ошибку измерения последних (2 см/с). Ошибка расчета направлений течений составляет в среднем 15-20 %.

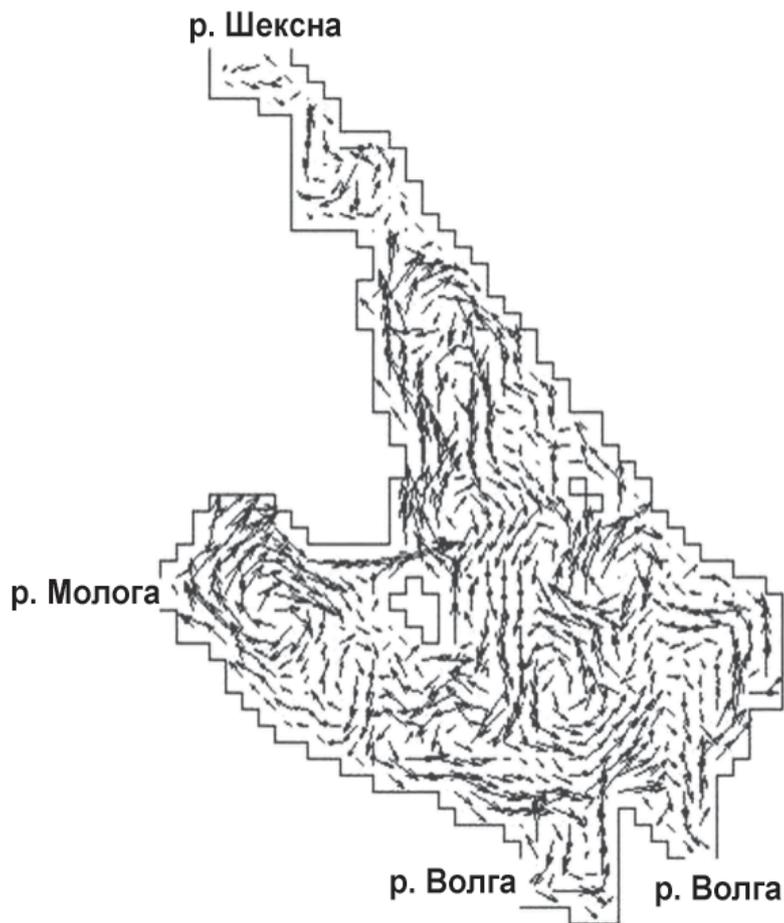
Численные эксперименты, проведенные при указанных выше граничных условиях, позволили выявить особенности формирования нестационарного поля течений на отдельных участках водохранилища. Так, в центральной части водоема циркуляционные зоны начинают образовываться через 4-5 ч после смены ветровой ситуации над водоемом (рис. 3).

Структура течений полностью формируется в течение 16-18 ч. Время начала выхода на стационар и общее время установления течения контролируется путем расчета величин общей энергии.

Для всех вариантов экспериментов было показано, что наиболее быстрое изменение структуры течений наблюдается в течение



**Рис. 2.** Среднемесячные расходы воды через Угличский (1), Шекснинский (3) г/у и по р. Молога (2) по [10] (а), среднесуточные расходы через Угличский г/у в 2005 г. (б), среднесуточные расходы по р. Ильд в 2007 г. (в).



**Рис. 3.** Расчетное поле течений в Рыбинском водохранилище при скорости ветра 6,9 м/с, направлении ветра 50° (максимальная скорость течения 16,3 см/с, средняя – 5,6 см/с).

первых 6 ч модельного времени. Топография дна и направление ветра оказывают существенное влияние на формирование и количество зон круговоротов воды. Вычисления по нестационарной плановой модели в целом соответствуют результатам вычислений по стационарной модели полных потоков А.И. Фельзенбаума [7]. Однако важным достоинством и преимуществом нестационарной плановой модели течений является ее способность качественно и количественно правильно воспроизводить, во-первых, течения

не только на глубоководных, но и на мелководных участках водоема, и, во-вторых, чисто стоковый перенос воды в водохранилище при полном отсутствии ветра.

*Циркуляция вод в Волжском плесе.* Расчеты выполнялись на квадратной пространственной сетке с постоянным шагом 250 м. В качестве граничных условий для моделирования течений в Волжском плесе водохранилища задавались среднесуточные данные по сбросам воды через Угличский г/у и среднесуточные значения скорости и направления ветра в мае-октябре 2005 г. при неизменном уровне водоема (рис. 2 б).

В результате моделирования выявлены необходимые условия формирования систем циклонических и антициклонических циркуляций на различных участках Волжского плеса. Так, при расходах выше 650-700 м<sup>3</sup>/с и средних скоростях ветра до 7-8 м/с любого направления формирование системы круговоротов практически не происходит. Распространение водных масс аналогично их переносу по руслам рек. При расходах от 200 до 600 м<sup>3</sup>/с формирование системы круговоротов в наибольшей степени зависит от направления ветра. В случае последовательной смены направлений ветра каждые сутки с шагом 45°, время начала установления течений зависит как от предшествующей их структуры, так и от направления ветра относительно оси водоема. Это время может меняться от 4-5 до 10-12 ч, соответственно, при продольных и боковых ветрах. Соответственно, и время выхода на стационар меняется от 10-12 до 15-17 ч.

Разнонаправленные круговороты в количестве 2-3 шт. формируются над право- и левобережной затопленной поймой. Локальные круговороты образуются вокруг островов. При расходах менее 100 м<sup>3</sup>/с формируется более сложная циркуляционная структура, причем определяющую роль при этом играют ветровые условия, морфометрия плеса и особенности рельефа дна (рис. 4).



*Циркуляция вод в устьевой области малой реки.* Моделирование формирования и внутригодовой изменчивости структуры течений в устьевой зоне р. Ильд проводилось на период с 1 мая по 31 октября 2007 г. При этом задавались среднесуточные значения параметров ветра, а также среднесуточные расходы воды р. Ильд (рис. 2 в). В месте слияния р. Ильд и р. Сутка расход последней принимался постоянным и равным  $10 \text{ м}^3/\text{с}$ . Пространственный шаг квадратной расчетной сетки составил 50 м.

Результаты проведенного модельного эксперимента показали, что формирование и внутригодовая изменчивость структуры течений в устьевой зоне р. Ильд определяется, преимущественно, воздействием ветра и морфометрическими особенностями области моделирования. Влияние стока в целом незначительно и наблюдается только при достаточно малых скоростях ветра (менее  $1,5 \text{ м/с}$ ).

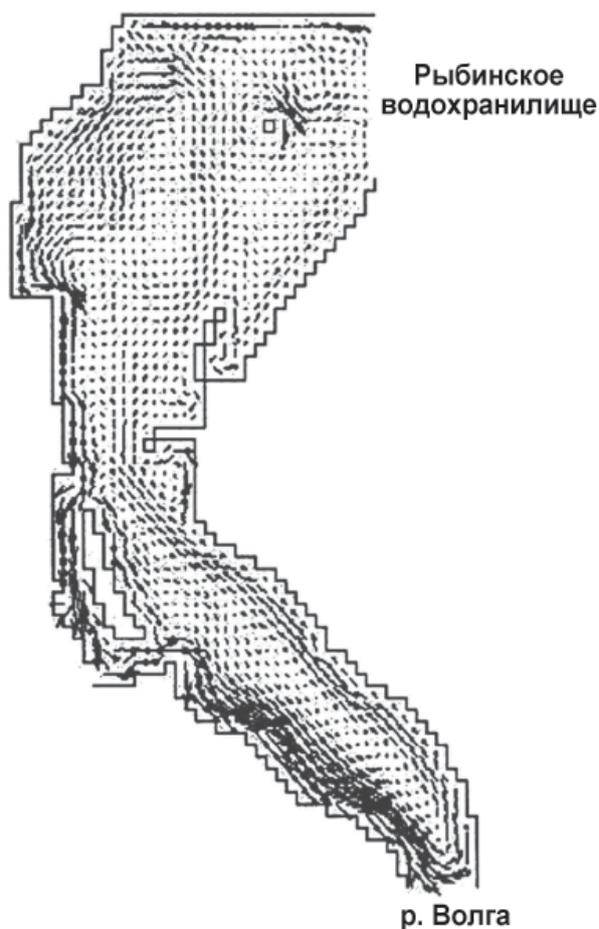
Время формирования устойчивой пространственной структуры течений меняется от 6 до 10 ч (в среднем 7 ч) в зависимости от скорости и направления ветра. Размеры

**Ключевые слова:**

моделирование,  
течение,  
режим,  
формирование,  
экосистема

циркуляционных зон вдоль наибольшей из осей – от 50 до 500 м, а средний их размер порядка 150-250 м. Области образования циклонической и антициклонической циркуляции на участке до места впадения р. Сутка располагаются примерно в одних и тех же местах, количество таких областей порядка 8-10. Их положение зависит, главным образом, от силы и направления ветра, морфометрических особенностей устьевой зоны на пути потока. Однако направление круговорота воды и положение осей каждой циркуляционной зоны определяется направлением ветра. От силы ветра, текущего положения уровня воды и глубины зависят величины скоростей течения. В зоне слияния рек Ильд и Сутка пространственно-временная структура течений отличается наибольшим разнообразием (рис.5).

Сравнение данных наблюдений течений с помощью поплавков и расчетов по модели показало, что величины модуля средней по вертикали скорости течений отличаются не более чем на 5-10 %. Расхождения в направлениях течения составляют от 9 до 16 %. Таким образом, можно сделать вывод о том, что модель качественно и количественно правильно воспроизводит структуру поля течений как на мелководных, так и на глубоководных участках устьевой зоны.

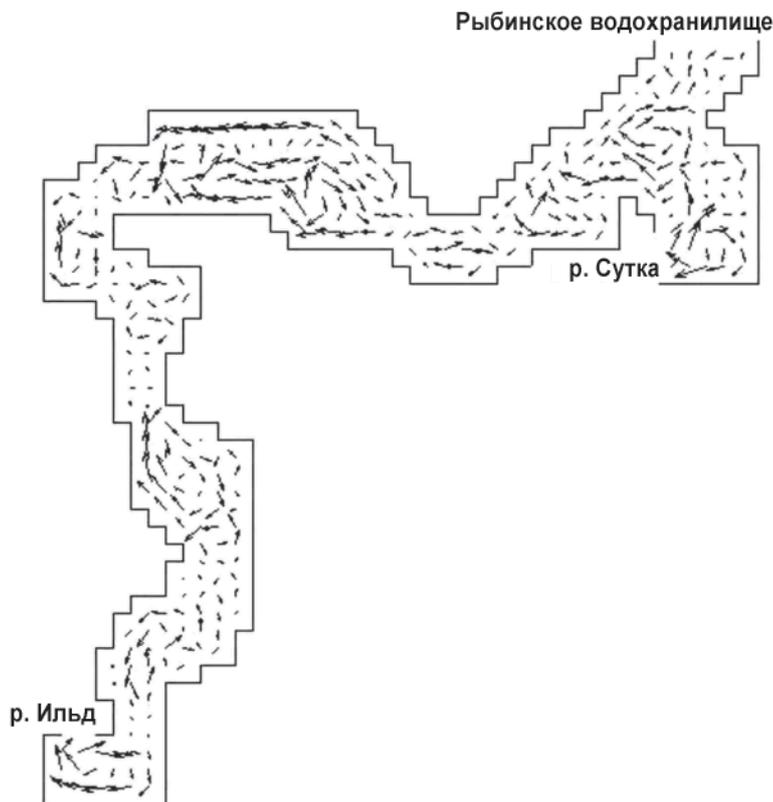


**Рис. 4.** Расчетное поле течений в Волжском плесе Рыбинского водохранилища при скорости ветра  $2,0 \text{ м/с}$ , направлении ветра  $315^\circ$  (максимальная скорость течения  $3,5 \text{ см/с}$ , средняя –  $0,5 \text{ см/с}$ ).

### Заключение

Результаты проведенной работы позволили подготовить методическую основу для дальнейшего развития и совершенствования имеющейся в настоящее время версии гидродинамической модели. В частности, теоретически и алгоритмически проработаны вопросы включения в модель временного хода уровня воды и учета на мелководных участках высшей водной растительности. Кроме того, разработанная и реализованная нами процедура предотвращения и подавления нелинейной вычислительной неустойчивости позволяет эффективно использовать нестационарную гидродинамическую модель не только для решения собственно гидрологических задач, но также применять эту модель для численного интегрирования систем уравнений термодинамического и гидробиологического блоков имитационной модели водной экосистемы как Рыбинского водохранилища, так и других внутренних водоемов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 09-05-00029).*



**Рис. 5.** Расчетное поле течений в устьевой зоне р. Ильд при скорости ветра 2,9 м/с, направлении ветра 170° (максимальная скорость течения 3,1 см/с, средняя – 1,2 см/с).

### Литература

1. Левашов Д.Е. Техника экспедиционных исследований: Инструментальные методы и технические средства оценки промысловых факторов среды. М.: ВНИРО, 2003. 400 с.
2. Филатов Н.Н. Гидродинамика озер. С-Пб.: Наука, 1991. 200 с.
3. Гарбук С.В. Космические системы дистанционного зондирования Земли / С.В. Гарбук, В.Е. Гершензон. М.: А и Б, 1997. 296 с.

4. Brezonik P. Landsat-based Remote Sensing of Lake Water Quality Characteristics, Including Chlorophyll and Colored Dissolved Organic Matter (CDOM) / P. Brezonik, K.D. Menken, M.Bauer // Lake and Reservoir Management. 2005. V. 21, № 4. P. 373-382.

5. Hedger R.D. Atkinson. Spatial dynamics of estuarine water surface temperature from airborne remote sensing / R.D. Hedger, T. J. Malthus, A.M. Folkard, P.M. Atkinson // Estuarine, Coastal and Shelf Science. 2007. № 71. P. 608-615.

6. Подгорный К.А. Математическое моделирование пресноводных экосистем нестратифицированных водоемов (алгоритмы и численные методы). Рыбинск: ОАО «Рыбинский Дом печати», 2003. 328 с.

7. Фельзенбаум А.И. Теоретические основы и методы расчета установившихся морских течений. М.: Наука, 1960. 127 с.

8. Демин Ю.Л. О роли бароклинных эффектов в динамике Рыбинского водохранилища / Ю.Л. Демин, И.О. Ахвердиев, А.С. Литвинов, С.А. Поддубный // Вод. ресурсы. 1991, Т. 18, № 4. С. 55-65.

9. Баклановская В.Ф. О краевых задачах для системы уравнений Сен-Венана на плоскости / В.Ф. Баклановская, Б.В. Пальцев, И.И. Чечель // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1979. Т. 19, № 3, С.708-725.

10. Литвинов А.С. Многолетние изменения гидрологического режима р. Мологи / А.С. Литвинов, А.В. Законнова // Тр. IV науч.-практ. конф. по актуальн. пробл. экол. Ярославской обл. Ярославль: ВВО РЭА, 2008. С. 159-164.

11. Эдельштейн К.К. Водохранилища России: экологические проблемы, пути их решения. М.: ГЕОС, 1998. 277 с.

S.A. Poddubniy, K.A. Podgorniy, I.A. Tsvetkov

## MATHEMATICAL MODELING FOR HYDRODYNAMIC REGIME ANALYSIS OF VARIOUS WATER ECOSYSTEMS

**P**ossibility of scheduled hydrodynamic model application for flow structure analysis has been discussed. River mouth area, water basin stretch including shallow water

areas and whole water reservoir have been investigated. Forming peculiarities and space-time variation of water circulation have been revealed.

**Key words:** modeling, current, regime, formation, ecosystem