

УДК 577.354

## ПОРОГОВАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РЕТИНО–ГИПОТАЛАМИЧЕСКОГО ТРАКТА УПРАВЛЕНИЯ ЦИРКАДИАННОЙ АКТИВНОСТЬЮ ЧЕЛОВЕКА СОЛНЕЧНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

© 2020 г. А.В. Леонидов

*E-mail: avleonidoff@mail.ru*

Поступила в редакцию 05.03.2019 г.

После доработки 05.03.2019 г.

Принята к публикации 25.12.2019 г.

Обосновано использование дискретной модели порога при исследовании и описании неосознаваемых реакций организма человека и, в частности, при исследовании и описании характеристик ретино–гипоталамического тракта управления циркадианной активностью человека при воздействии солнечного излучения.

*Ключевые слова:* визуальная система, человек, порог, восприятие, непрерывная модель порога, дискретная модель порога, неосознаваемые реакции.

DOI: 10.31857/S0006302920020246

Визуальная система человека содержит в своем составе эволюционно древний тракт управления эндокринной системой с входящим в него ретино–гипоталамическом трактом управления циркадианной активностью человека солнечным излучением, а также возникший на более поздних этапах эволюционного развития тракт зрительно–восприятия.

В этих сенсорных системах прием и обработка информации о состоянии внешней среды возможны лишь при превышении энергетическими характеристиками оптического излучения Солнца некоторого порогового значения. Это пороговое значение связано не только с условиями восприятия и свойствами сенсорной системы, но и с характером конкретной задачи, решаемой сенсорной системой.

Модели порогов сенсорных систем наиболее подробно проработаны применительно к тракту зрительно–восприятия визуальной системы человека.

Характеристикам порога в тракте управления нейроэндокринной системой человека и, в частности, в ретино–гипоталамическом тракте управления циркадианной активностью человека солнечным излучением до настоящего времени не уделялось должного внимания.

В настоящее время существуют две группы теорий порогов и построенных на их основе пороговых моделей. К первой группе теорий и моделей относится группа дискретных моделей порогов, в основе которых лежит классическая дис-

кретная теория порогов (например, работы [1, 2]), разработанная основоположником психофизики Г.Т. Фехнером [3]. Отличительной чертой теории [3] и построенных на ее основе моделей порогов является утверждение о наличии в сенсорной системе нижнего фиксированного значения энергии внешнего физического воздействия, ниже которого реакция организма человека отсутствует. Эта фиксированная граница рассматривается в качестве собственного порога сенсорной системы.

Ко второй группе теорий и моделей порогов относятся так называемые современные модели, основанные на работе [4] и построенные с использованием статистической теории принятия решений. В основе модели, представленной в работе [4], лежит утверждение о непрерывности реакций организма, вплоть до бесконечно малых значений вызывающих их внешних воздействий. В теориях и моделях, составляющих это направление, порог считается понятием операциональным [4] и вводится в качестве некоторого эмпирического показателя, полученного в результате проведенных по определенным правилам измерений.

Существующие теории порогов, принимая гипотезу о наличии порогов, не только расходятся в их толковании, но часто противопоставляют одно другому.

Сосуществование этих двух направлений объясняется тем, что в различных экспериментах находят подтверждение обе концепции порогов.

Непротиворечивость и, более того, органическое единство дискретной и непрерывной теории порогов было установлено в работах [5, 6], в которых применен единый подход к описанию дискретных и непрерывных моделей порогов на основе использования математического аппарата теории статистических решений.

Для определения характера порога в ретино-гипоталамическом тракте управления циркадианной активностью человека солнечным излучением рассматривались наиболее употребительные и наглядные одномерные модели процессов восприятия (на примере решения задачи обнаружения сигналов) – модель [4], представляющая группу непрерывных моделей порогов, и пороговая модель Фехнера [3], являющаяся типичным представителем дискретной модели порогов. Для определенности было принято, что сигнал предьявляется однократно.

Условные одномерные плотности вероятности в модели [4] при воздействии только гауссового шума  $N$  и при воздействии аддитивной смеси шума  $N$  с детерминированным сигналом  $S$ , т. е. в виде  $S + N$ , представляются следующими соотношениями:

$$\omega_1(x | N) = \frac{1}{\sigma_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(x - a_N)^2}{2\sigma_N^2} \right], \quad (1)$$

$$\omega_1(x | SN) = \frac{1}{\sigma_{SN} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(x - a_{SN})^2}{2\sigma_{SN}^2} \right], \quad (2)$$

где  $\sigma_N$  и  $\sigma_{SN}$  – среднеквадратичное отклонение гауссового шума и смеси сигнала с шумом  $S + N$ . (при детерминированном сигнале  $S$  значения  $\sigma_N = \sigma_{SN}$ ),  $a_N$  и  $a_{SN}$  – условные математические ожидания шума и аддитивной смеси сигнала с шумом ( $a_N \leq a_{SN}$ ).

Гауссов шум  $N$  в соотношениях (1) и (2) является аддитивной смесью гауссового шума пространства объектов и гауссового собственного шума визуальной системы [5].

Явления, описываемые соотношениями (1) и (2), реализуются в некотором ограниченном сенсорном пространстве [1, 2, 7]. Границы сенсорного пространства в общем случае могут быть как неподвижными, так и подвижными. Границы этого пространства могут иметь лишь отражающий характер, поскольку в случае поглощающего характера хотя бы части границы сенсорного пространства нарушаются условия нормировки плотности вероятности (1) и (2) [7]. Поглощающий характер границы приводит к необратимому уменьшению плотностей вероятностей (1) и (2), что эквивалентно прекращению активности мозга и его смерти.

Математическая модель собственного шума с неподвижными отражающими границами описа-

на в работе [7]. Эта модель использована и при представлении образа шума внешнего пространства в сенсорном пространстве.

Для решения поставленной задачи далее использовали частный случай с нулевым числом отражений плотностей вероятностей от бесконечно удаленных отражающих границ сенсорного пространства, непосредственно следующий из модели [7].

В этом случае реализуется простое по форме отношение правдоподобия  $\lambda(x)$ , например, из работы [8], служащее мерой влияния информации, имеющейся во внешнем воздействии  $x$ , на принятие решения о наличии или отсутствии сигнала и представляющее собой частное от деления соотношения (2) на соотношение (1):

$$\lambda(x) = \exp \left[ \frac{(x - a_N)^2 - (x - a_{SN})^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (3)$$

В случае когда внешнее воздействие вызывает первую, осмысленную и, возможно, невербальную реакцию человека, выносится суждение о наличии реакции визуальной системы на внешнее воздействие. Решение о наличии или отсутствии сигнала  $S$  в смеси  $SN$  в этом случае принимается по решающему правилу:

$$\begin{cases} \lambda(x) \geq \lambda_n \rightarrow y \text{ (сигнал присутствует)} \\ \lambda(x) < \lambda_n \rightarrow n \text{ (сигнал отсутствует)} \end{cases}, \quad (4)$$

где  $\lambda_n$  – пороговое отношение правдоподобия, численное значение которого определяется используемым критерием принятия решения, формируемым в результате рассудочной деятельности человека.

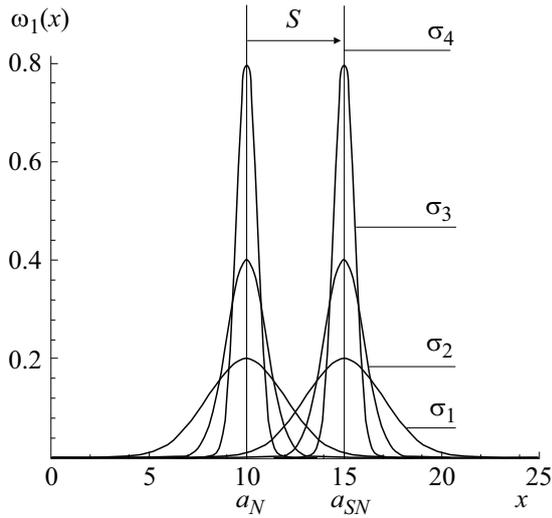
Так как  $\lambda(x)$  в выражении (3) представляет собой возрастающую монотонную функцию, пороговому значению отношения правдоподобия  $\lambda_n$  соответствует единственное значение операционного порога  $x_n$ :

$$x_n = \frac{\sigma^2 \ln \lambda_n + a_{SN} + a_N}{a_{SN} - a_N}. \quad (5)$$

Графики функций (1–3, 5) с учетом правила (4) приведены на рис. 1 и 2.

Из выражения (5) следует, что операционный порог  $x_n$  на оси воздействий оптического излучения при постоянных значениях среднеквадратичных отклонений  $\sigma_N = \sigma_{SN} = \sigma$  и математических ожиданий  $a_N$  и  $a_{SN}$  определяется исключительно значением  $\lambda_n$ , которое соответствует тому или иному критерию принятия решений, используемому при решении конкретной задачи.

В рассматриваемой модели упомянутые критерии задаются целью решения задачи, определяющей решающую функцию, которая, в свою очередь, формирует решающее правило, позво-



**Рис. 1.** Зависимости плотности вероятности при воздействии только гауссового шума (слева) и при воздействии аддитивной смеси гауссового шума  $N$  с детерминированным сигналом  $S$  (справа),  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > \sigma_4 = 0$ .

ляющее произвести при каждом внешнем воздействии выбор того или иного решения в соответствии с соотношением (4).

Вероятностные характеристики процесса обнаружения при выбранном критерии принятия решения и соответствующем ему значению порогового отношения правдоподобия  $\lambda_n$  или операциональному порогу  $x_n$  вычисляются с использованием соотношений (1)–(5).

При этом вероятности реакции организма при наличии сигнала  $P_1(y|SN)$  (правильное обнаружение), реакции организма  $y$  при отсутствии сигнала  $P_1(y|N)$  (ложная тревога), отсутствие реакции организма на сигнал при его наличии  $P_1(n|SN)$  (пропуск сигнала) и правильное отсутствие реакции организма при отсутствии сигнала  $P_1(n|N)$  (правильное необнаружение) имеют следующий вид:

$$P_1(y|SN) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_n}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x - a_{SN})^2}{2\sigma^2}\right] dx, \quad (6)$$

$$P_1(y|N) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_n}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x - a_N)^2}{2\sigma^2}\right] dx, \quad (7)$$

$$P_1(n|SN) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_n} \exp\left[-\frac{(x - a_{SN})^2}{2\sigma^2}\right] dx, \quad (8)$$

$$P_1(n|N) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_n} \exp\left[-\frac{(x - a_N)^2}{2\sigma^2}\right] dx. \quad (9)$$

Из изложенного непосредственно следует, что непрерывная модель порогов сенсорных систем

справедлива в случаях, когда при восприятии внешних воздействий участвует рассудочная деятельность, реализуемая интеллектуальной сферой человека. В этом случае шум пространства объектов и собственный шум сенсорной системы оказывают влияние на процессы восприятия. Это относится, прежде всего, к зрительному процессу, предполагающему выработку и использование различных критериев оценки деятельности человека при построении в психике человека зрительной (предметной) модели внешнего Мира, а также к оценке, учету и последующей вербализации взаимосвязей различных параметров в этой модели Мира.

В пороговой модели [3] постулируется детерминированный характер событий и существование собственного (фиксированного) порога  $x_n$  сенсорной системы.

Первичная неосознаваемая реакция возникает при превышении энергии оптического излучения над некоторым порогом  $x_n$ . В дискретной модели порога сенсорной системы ответная реакция организма на внешнее воздействие описывается решающим правилом:

$$\begin{cases} x \geq x_n \rightarrow y \text{ (реакция присутствует)} \\ x < x_n \rightarrow n \text{ (реакция отсутствует)} \end{cases}. \quad (10)$$

Реакции, описываемые правилом (10), реализуются с условной вероятностью, равной единице. Это возможно лишь в том случае, когда одномерные условные интегральные функции распределения шума и аддитивной смеси сигнала с шумом представляют собой функции Хевисайда [9–11]:

$$P_1(x^*|N) = 1_+(x^* - a_N) = \begin{cases} 1 \text{ при } x^* \geq a_N \\ 0 \text{ при } x^* < a_N \end{cases}, \quad (11)$$

$$P_1(x^*|SN) = 1_+(x^* - a_{SN}) = \begin{cases} 1 \text{ при } x^* \geq a_{SN} \\ 0 \text{ при } x^* < a_{SN} \end{cases}. \quad (12)$$

Производные от условных вероятностей (11) и (12) описывают функции плотности условных вероятностей шума и сигнала в смеси с шумом в виде

$$\omega_1(x|N) = \delta(x - a_N), \quad (13)$$

$$\omega_1(x|SN) = \delta(x - a_{SN}), \quad (14)$$

где  $\delta(\cdot)$  — дельта-функция Дирака [12].

Формально функция отношения правдоподобия в этом случае приобретает вид:

$$\lambda(x) = \frac{\delta(x - a_{SN})}{\delta(x - a_N)}. \quad (15)$$

Вероятностные характеристики рассматриваемого процесса, как и в случае модели [4], опреде-

ляются интегралами с использованием выражений (13) и (14).

Использование правила интегрирования с  $\delta$ -функциями позволяет получить следующие выражения для условных вероятностей  $P_1(y|SN)$ ,  $P_1(y|N)$ ,  $P_1(n|SN)$  и  $P_1(n|N)$ :

$$P_1(y | SN) = \int_{x_n}^{\infty} \delta(x - a_{SN}) dx = 1, \quad (16)$$

$$P_1(y | N) = \int_{x_n}^{\infty} \delta(x - a_N) dx = 0, \quad (17)$$

$$P_1(n | SN) = \int_{-\infty}^{x_n} \delta(x - a_{SN}) dx = 0, \quad (18)$$

$$P_1(n | N) = \int_{-\infty}^{x_n} \delta(x - a_N) dx = 1. \quad (19)$$

Как видно из выражений (16)–(19), полученные численные значения условных вероятностей полностью совпадают с аксиоматикой дискретной пороговой модели Фехнера.

В непрерывной модели [4] при  $\sigma \rightarrow 0$  в соотношениях (1), (2) и (6)–(9) осуществляется переход от вероятностного к детерминированному описанию, но представленному в вероятностных терминах. При использовании известного соотношения [13]

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right] = \delta(x-a), \quad (20)$$

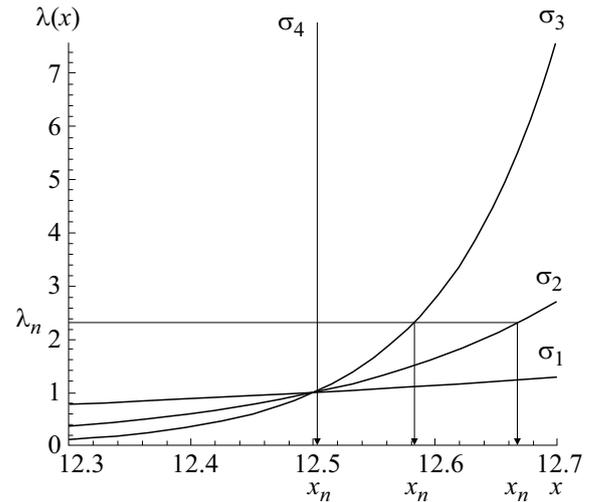
выражения (1) и (2) совпадают с выражениями (13) и (14), а выражения (6)–(9) совпадают с выражениями (16)–(19).

Из указанных совпадений непосредственно следует, что дискретная модель порога Фехнера [3] является результатом вырождения (при  $\sigma \rightarrow 0$ ) непрерывной модели порога [4].

В качестве примера на рис. 1 показаны изменения функций (1) и (2) при условно выбранных значениях  $a_N = 10$ ,  $a_{SN} = 15$ , т. е. при детерминированном сигнале  $S = 5$ , а также при значениях  $\sigma \neq 0$  и  $\sigma = 0$ .

Соответствующие изменения функции отношения правдоподобия  $\lambda(x)$  (5) при  $a_N = 10$ ,  $a_{SN} = 15$  (детерминированный сигнал  $S = 5$ ), а также при значениях  $\sigma \neq 0$  и  $\sigma = 0$  показаны на рис. 2.

В непрерывной модели порога упомянутые критерии заданы целью решения конкретной задачи, определяющей решающую функцию, которая, в свою очередь, формирует решающее правило, позволяющее произвести при каждом воздействии выбор того или иного решения в соответствии с соотношением (4).



**Рис. 2.** Поведение функции отношения правдоподобия в окрестности  $x = 12.5$  при различных значениях  $\sigma$ : для непрерывной модели порога при  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  для дискретной модели порога при  $\sigma_4 = 0$ .

Из рис. 2 следует, что в непрерывной модели порога при фиксированном критерии принятия решений и соответствующем ему фиксированному значению отношения правдоподобия  $\lambda_n$  значения операционального порога  $x_n$  могут быть различными. С другой стороны, порог  $x_n$  может иметь одно и тоже значение при различных критериях принятия решений, т. е. при различных значениях отношения правдоподобия  $\lambda_n$ .

Из предыдущего изложения также непосредственно следует, что постановка и формулирование конкретной задачи, выбор цели решения задачи, выбор решающей функции, формирование решающего правила, позволяющего произвести при каждом воздействии выбор того или иного решения в соответствии с соотношением (4), невозможно без рассудочной, интеллектуальной деятельности человека.

Очевидно, что условие неперемного использования рассудочной деятельности не позволяет использовать непрерывную модель порога при описании управления неосознаваемыми и неуправляемыми биологическими процессами и, в частности, при описании и моделировании управления циркадианной активностью организма человека солнечным излучением.

Из рис. 2 следует, что при  $\sigma = 0$  функция  $\lambda(x)$  сингулярна. Это означает отсутствие влияния осознаваемой, рассудочной деятельности на биологические процессы в организме человека, поскольку в этом случае не формируется ни цель, ни решающая функция и решающее правило, а также не производится выбор решения задачи управления циркадианной активностью. Очевидно, что сингулярность функции  $\lambda(x)$  свидетельствует о незави-

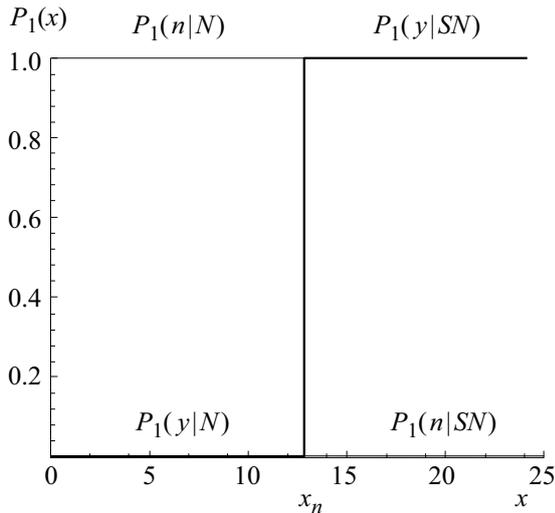


Рис. 3. Условные интегральные функции распределения шума и смеси сигнала с шумом в дискретной модели порога.

симости значения порога  $x_n$  в точке сингулярности от любых значений функции  $\lambda(x)$ . Указанное, в соответствии с рассматриваемым примером (рис. 2), относится к представлению дискретной модели порога в форме описываемой в терминах непрерывной модели порога, в которой всегда рассматривается случай  $S \neq 0$ . На рис. 2 значение сигнала  $S = 5$ . При  $S \rightarrow 0$  функция  $\delta(x - a_{SN})$  в выражении (14) стремится к  $\delta(x - a_N)$  в выражении (13). При этом значение собственного порога  $x_n$  в дискретной модели порога совпадает с положением функции  $\delta(x - a_N)$ , описывающей детерминированный шум. Очевидно, что в этом случае, как и ранее при  $S \neq 0$ , не формируется ни цель, ни решающая функция и решающее правило, а также не производится выбор решения задачи управления циркадианной активностью. Очевидно также, что и в этом случае сингулярность функции  $\lambda(x)$  свидетельствует о независимости значения порога  $x_n$  от любых значений функции  $\lambda(x)$  в точке сингулярности и фиксированном положении  $x_n$  на оси  $x$  в положении детерминированного шума, т. е.  $x_n = \delta(x - a_N)$ .

Условные интегральные функции распределения шума и смеси сигнала с шумом в этом случае равны:

$$P_1(y | SN) = \int_{x_n}^{\infty} \delta(x - x_n) dx = 1 \quad (21)$$

при  $x \geq x_n$  (правильное обнаружение),

$$P_1(y | N) = \int_{x_n}^{\infty} \delta(x - x_n) dx = 0 \quad (22)$$

при  $x < x_n$  (ложная тревога),

$$P_1(n | SN) = \int_{-\infty}^{x_n} \delta(x - x_n) dx = 0$$

при  $x \geq x_n$  (пропуск сигнала),

$$P_1(n | N) = \int_{-\infty}^{x_n} \delta(x - x_n) dx = 1 \quad (23)$$

при  $x < x_n$  (правильное необнаружение),

что в точности соответствует дискретной теории и модели порога [3].

Графики соотношений (21)–(24) при  $\delta(x - a_{SN}) \rightarrow \delta(x - a_N)$ , т. е. при  $S \rightarrow 0$ , приведены на рис. 3.

Таким образом, дискретная модель порога описывает неосознаваемые процессы и явления, протекающие в биологических системах организма человека и, в частности, должна быть использована при описании и моделировании процессов управления циркадианной активностью человека солнечным излучением.

Сформулированный вывод позволяет использовать широко известные характеристики приемников оптического излучения сетчатки глаза, полученные с использованием дискретной модели порогов.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

## СОБЛЮДЕНИЕ ЭТИЧЕСКИХ СТАНДАРТОВ

Настоящая работа не содержит описания каких-либо исследований с использованием людей и животных в качестве объектов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. К. В. Бардин, *Проблема порогов чувствительности и психофизические методы* (Наука, М., 1976).
2. Ю. М. Забродин и А. Н. Лебедев, *Психофизиология и психофизика* (Наука, М., 1977).
3. G. T. Fechner, *Elementen der Psychophysik. Leipzig: Breitkopf und Härtel* (Reprinted; Thoemmes Press, Bristol: 1999), v. 2, p. 559.
4. J. Swets, W. P. Tanner, and T. G. Birdsall, *Psychol. Rev.* **68**, 301 (1961).
5. А. В. Леонидов и А. К. Ежов, *Биофизика* **36** (4), 703 (1991).
6. А. В. Леонидов и А. К. Ежов, *Психол. журн.* **13** (2), 84 (1992).
7. А. В. Леонидов и А. К. Ежов, *Биофизика* **36** (3), 516 (1991).
8. Дж. Иган, *Теория обнаружения сигналов и анализ рабочих характеристик* (Физматлит, М., 1983).

9. И. К. Волков и А. Н. Канатников, *Интегральные преобразования и операционное исчисление: учеб. для вузов*, 2-е изд., под ред. В. С. Зарубина и А. П. Крищенко (Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, М., 2002).
10. *Методы классической и современной теории автоматического управления*, т. 1: *Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления*, 2-е изд., под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова (Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, М., 2004).
11. А. Н. Боголюбов и В. В. Кравцов, *Задачи по математической физике: учебное пособие* (Изд-во МГУ, М., 1998).
12. Л. Хёрмандер, *Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными* (Мир, М., 1986), т. 2.
13. Г. Корн и Т. Корн, *Справочник по математике для научных работников и инженеров* (Наука, М., 1984).

## The Threshold Characteristics of the Retino-Hypothalamic Tract in the Regulation of Human Circadian Activity Rhythm by Solar Radiation

A.V. Leonidov

We demonstrate that a discrete threshold model can be used to study and describe unconscious reactions in the human body, particularly, when exploring and providing the characteristics of the retino-hypothalamic tract in the regulation of the human circadian activity rhythm by solar radiation.

*Keywords: visual system, humans, threshold, perception, continuous threshold model, discrete threshold model, unconscious reactions*