

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГАБОРА ДЛЯ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОМИОГРАФИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ КИШКИ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ЧАСТОТ

© 2018 г. А.В. Жеребцов, Н.С. Тропская

Научно-исследовательский институт скорой помощи им. Н.В. Склифосовского Департамента здравоохранения
г. Москвы, 129090, Москва, Б. Сухаревская пл., 3

E-mail: alexey1235@mail.ru

Поступила в редакцию 08.11.17 г.

Преобразование Габора предоставляет возможности количественной оценки нестационарности электромиографического сигнала в области низких частот с максимально допустимым частотно-временным разрешением. Произведен расчет параметров преобразования Габора на различных временных и частотных интервалах для оценки медленно-волновой активности кишечника. Показано, что эффективный размер временного окна в 32 с, обеспечивающий эффективное разрешение частотного спектра в 0,01 Гц, подходит для корректного исследования изменения частоты медленных волн. Показана возможность построения с заданной точностью зависимости изменения частоты медленных волн электромиограмм от времени.

Ключевые слова: преобразование Габора, электромиограмма кишки, медленные волны.

Гладким мышцам кишечника свойственна медленноволновая активность, связанная с колебаниями мембранного потенциала. Медленные волны непосредственно не связаны с сокращениями, а являются синхронизирующим и координирующим сокращения фактором [1]. Из литературных данных также известно, что имеется проксимо-дистальный градиент собственных частот медленных волн на протяжении всего кишечника. Так, например, у крыс частота медленных волн тонкой кишки изменяется в проксимо-дистальном направлении от 0,7 до 0,4 Гц [2,3].

При длительной регистрации электрического сигнала на определенном участке гладкомышечной ткани кишечника частота медленной волны варьирует в небольшом диапазоне, что может объясняться многими факторами, в том числе и наведением электрического потенциала с соседних участков ткани. Таким образом, электромиографический сигнал тонкого кишечника не является стационарным во времени.

Основной трудностью при частотно-временном анализе сигналов является невозможность одновременного обеспечения хорошего разрешения по времени и по частоте (чем уже временная область сигнала, тем выше разрешение по времени и ниже разрешение по частоте).

В настоящее время для частотно-временного анализа биоэлектрических сигналов применяются оконное преобразование Фурье (ОПФ), преобразование Габора (ОПФ с функцией Гаусса в качестве окна), непрерывное вейвлет-преобразование, преобразование Гильберта [4]. Преобразование Габора характеризуется максимальным разрешением в частотно-временной области и фиксированным размером скользящего временного окна для всего исследуемого частотного диапазона. Применение преобразования Габора целесообразно в случае изменения исследуемой частоты сигнала в относительно небольшой области. Таким образом, подобрав длину скользящего окна, можно получить оптимальное разрешение по частоте, фиксированное на всем исследуемом частотном диапазоне.

Целью данной работы явилось обоснование применения и подбор параметров для преобразования Габора в анализе медленно-волновой активности кишечника.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В данной работе проводили анализ электромиограмм тонкой кишки длительностью 3600 с, полученных в хронических экспериментах на крысах в лаборатории экспериментальной патологии НИИ скорой помощи им. Н.В. Склифосовского.

Сокращение: ОПФ – оконное преобразование Фурье.

Принципиальная схема вживления электродов заключалась в следующем: в ходе предварительной оперативной подготовки в серозномышечный слой стенки тонкой кишки крыс вживляли монополярные игольчатые электроды, провода выводили наружу через хвост, референтный электрод сравнения закрепляли на внутренней части брюшной стенки и также выводили наружу через хвост. Таким образом, использовали монополярную схему регистрации электромиографического сигнала. В качестве усилителя биоэлектрического сигнала использовался электронный энцефалограф NVX-52 (ООО «МКС», Санкт-Петербург). Запись сигнала производили в полосе частот от 0,05 Гц до 35 Гц с частотой дискретизации 250 Гц.

С целью точной оценки изменения медленных волн в частотной области был выбран частный случай ОПФ, а именно преобразование Габора. Основными критериями в выборе такого подхода являлось наилучшее соотношение неопределенности в частотно-временной области, а также постоянный размер временного окна и, как следствие, фиксированное разрешение в частотной области, что обеспечивало хорошую возможность количественного исследования изменения частоты медленных волн, колеблющейся в относительно небольшом диапазоне.

Расчеты произведены с использованием функций языка программирования Python 3.6. В частности, для построения алгоритмов обработки сигналов используются библиотеки NumPy, SciPy, для визуализации данных использована библиотека Matplotlib.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Преобразование Габора дискретного сигнала.

В общем случае для функции $f(t) \in \mathbb{L}^2(\mathbb{R})$, ОПФ имеет вид:

$$F(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\gamma(t - \tau)e^{-i\omega t} dt, \quad (1)$$

где $\gamma(t)$ – оконная функция, быстро убывающая на бесконечности, причем $\gamma(t) \in \mathbb{L}^2(\mathbb{R})$, $t\gamma(t) \in \mathbb{L}^2(\mathbb{R})$ и $\tau \in \mathbb{R}$ – величина сдвига оконной функции. Здесь $F(\omega, \tau_w)$ называется спектром сигнала $f(t)$, полученным в результате ОПФ в зависимости от сдвига оконной функции τ_w . Спектр оконной функции:

$$\Gamma(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(t)e^{-i\omega t} dt. \quad (2)$$

Характеристиками оконной функции является радиус оконной функции и радиус спектра оконной функции. Радиус оконной функции определяется как

$$\Delta_t = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} (t - \bar{t})^2 \gamma^2(t) dt \right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} \gamma^2(t) dt \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad (3)$$

$$\text{где } \bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t \gamma^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \gamma^2(t) dt}.$$

Соответственно радиус спектра оконной функции определяется как

$$\Delta_\omega = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \bar{\omega})^2 \Gamma^2(\omega) d\omega \right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} \Gamma^2(\omega) d\omega \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad (4)$$

$$\text{где } \bar{\omega} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega \Gamma^2(\omega) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \Gamma^2(\omega) dt}.$$

Величины \bar{t} и $\bar{\omega}$ называются центрами оконной функции. Произведение двух радиусов удовлетворяет следующему неравенству:

$$\Delta_t \Delta_\omega \geq \frac{1}{2}. \quad (5)$$

При этом равенство имеет место только для гауссовой оконной функции

$$\gamma_\alpha(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} e^{-\frac{t^2}{4\alpha}}, \quad (6)$$

где $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$.

Неравенство (5) говорит о том, что невозможно одновременно точно определить t и ω , но только с некоторой долей неопределенности [5]. Таким образом, используя гауссову функцию в качестве окна в преобразовании Фурье, мы получаем наилучшее соотношение частотно-временного разрешения. ОПФ с гауссовой функцией в качестве окна называется

преобразованием Габора. Из выражений (3),(4) и (6) можно вычислить, что для преобразования Габора $\Delta_t = \sqrt{\alpha}$ и $\Delta_\omega = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$ [6].

Рассмотрим дискретный сигнал, с заданной частотой дискретизации Δt_{disc} и конечным числом отсчетов $N \in \mathbb{N}$. Тогда для $n = 0, 1, 2 \dots N - 1$ сигнал разбивается на выборку значений $t_n = n\Delta t_{\text{disc}}$ и возможно осуществить переход к дискретному оконному преобразованию Габора:

$$F(\omega_k, \tau_l) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n\Delta t) \gamma_\alpha(n\Delta t - \tau_l) e^{-i\omega_k n\Delta t}, \quad (7)$$

где $\omega_k = \frac{2\pi k}{N\Delta t}$, $\tau_l = l\Delta t$, $k = 0, 1, 2, 3 \dots N - 1$, $l = 0, 1, 2 \dots N - 1$. Таким образом, получается:

$$F(k, l) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n\Delta t) \gamma_\alpha((n-l)\Delta t) e^{-i\frac{2\pi k}{N}n}. \quad (8)$$

Формула (8) позволяет выполнить преобразование Габора дискретного сигнала для различных сдвигов оконной функции и построить зависимость локальных дискретных спектров Габора от времени. Эффективное спектральное разрешение определяется как $d_\omega = 2\Delta_\omega$, эффективная ширина временного окна $d_t = 2\Delta_t$. Таким образом, из выражения (5) и рассчитанных значений для Δ_t и Δ_ω получается:

$$d_t d_\omega = 2, \quad \alpha = \frac{d_t^2}{4}, \quad \alpha = \frac{1}{d_\omega^2}. \quad (9)$$

При анализе электромиограмм удобнее работать с линейными частотами, выраженными в герцах. Можно привести выражения в (9) к соответствующему виду, положив $d_\omega = 2\pi d_v$, где d_v – эффективное спектральное разрешение, выраженное в герцах:

$$d_t d_v = \frac{1}{\pi}, \quad \alpha = \frac{d_t^2}{4}, \quad \alpha = \frac{1}{4\pi^2 d_v^2}. \quad (10)$$

Отдельно стоит заметить, что эффективное спектральное разрешение d_ω отличается от частоты дискретизации спектра и несет информацию о точности определения частоты на заданном эффективном размере временного окна. Частота же дискретизации спектра из выражения (7) равна

$$\Delta v = \frac{1}{N\Delta t}. \quad (11)$$

В общем случае спектр преобразования Габора – функция комплексная, содержащая ин-

формацию о фазе и амплитуде соответствующей частотной компоненты. В работе при построении спектров мы берем величину, равную $|F(\omega, \tau)|$, несущую информацию только об амплитуде.

Преобразование Габора при расчете спектра электромиограмм. Воспользуемся теоремой Котельникова, которая гласит о том, что любую функцию $F(t)$, состоящую из частот от 0 до ν_0 , можно непрерывно передавать при помощи чисел, следующих друг за другом через $\Delta t = \frac{1}{2\nu_0}$ секунд. Таким образом, предположив, что частоты медленно-волновой активности тонкого кишечника крысы находятся в диапазоне от 0 до 1 Гц, можно понизить интервал дискретизации исходного сигнала до 0,5 с на один отсчет. Для построения частотных спектров преобразования Габора в дальнейшем везде используется алгоритм быстрого преобразования Фурье. Выполнение алгоритма быстрого преобразования Фурье накладывает ограничение на число отсчетов анализируемого сигнала и полагает их количество равным степени числа два, т.е. $N = 2^n$, $n \in \mathbb{N}$. При длительности сигнала 3600 с и интервалу дискретизации сигнала $\Delta t = 0,5$ с получаем, что ближайшее число $N = 8192$. Таким образом, понизив интервал дискретизации исходной электромиограммы и заполнив недостающее число отсчетов нулями, из выражения (11) получаем частоту дискретизации спектра, получаемого в ходе быстрого преобразования Фурье: $\Delta v = \frac{1}{8192 \cdot 0,5\text{с}} \cong 10^{-4}$ Гц.

Стоит заметить, что дополнение сигнала нулями изменяет частоту дискретизации спектра всего сигнала в соответствии с выражением (11) [7]. Рассчитаем из выражения (10) параметр α , необходимый для выполнения преобразования Габора и построения частотного спектра всего сигнала. Эффективная ширина временного окна в этом случае будет составлять $d_t = 3600$ с, эффективное спектральное разрешение $d_v \cong 10^{-4}$ Гц, параметр $\alpha = 3,24 \cdot 10^6$ с². Пример частотного спектра всей электромиограммы представлен на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что частота медленно-волновой активности на протяжении всей электромиограммы находится в диапазоне $\Delta \nu_{\text{МВ}} \cong 0,1$ Гц и достигает максимума на частоте $\nu_{\text{МВ}} \cong 0,6$ Гц. Из амплитудного спектра преобразования Габора с продолжительной шириной окна можно делать вывод об общих амплитудно-частотных характеристиках медленно-волновой активности рассматриваемого участка кишечника. Для отслеживания изменения медленно-

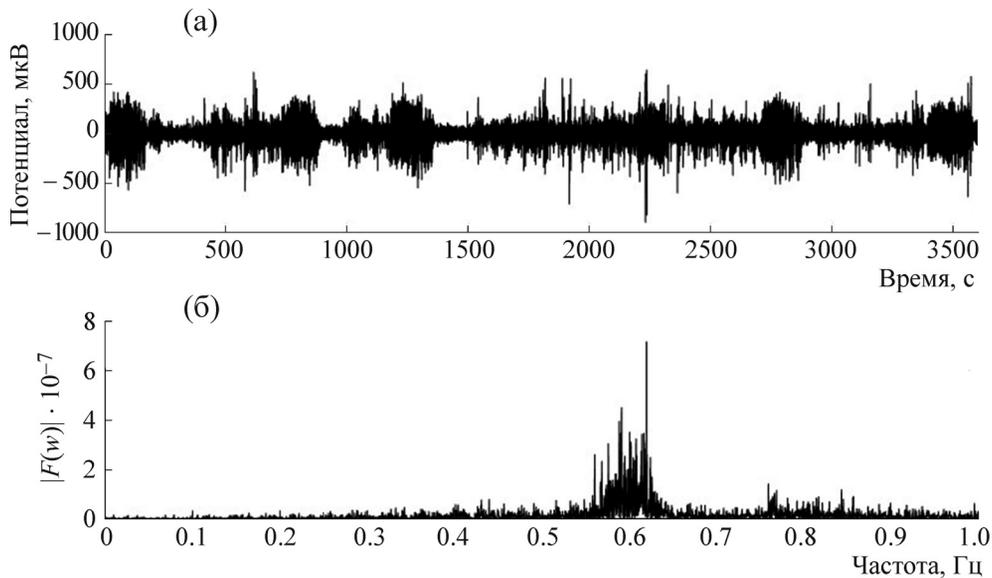


Рис. 1. Электромиограмма проксимальной части тощей кишки длительностью 3600 с (а), частотный спектр в области медленных волн от 0 до 1 Гц (б).

волновой активности в зависимости от времени необходимо иметь амплитудно-частотную информацию с участков электромиограммы небольшой длительности. Для анализа амплитудно-частотного распределения медленных волн на отдельных участках электромиограммы необходимо уменьшать значение эффективной ширины временного окна в преобразовании Габора, вследствие чего будет происходить ухудшение эффективного спектрального разрешения в частотной области d_v . Из выражения (10) можно найти эффективную ширину временного окна для различных разрешений в частотной области, либо разрешения в частотной области для различной эффективной ширины временного окна. В табл. 1 приведены рассчитанные параметры α и d_t для $d_v = 0,1, 0,01$ и $0,001$ Гц соответственно.

Из спектра электромиографического сигнала, представленного на рис. 1, можно сделать вывод о целесообразности исследования поведения частоты на различных участках меньшей длительности с разрешением по частоте в $d_v \cong 0,01$ Гц. Таким образом, мы получаем высокую временную локализацию с $d_t \cong 32$ с. Дальнейшее

уменьшение ширины окна, как было сказано выше, ухудшает разрешение в частотной области, и при $d_t \cong 3,2$ с с разрешением $d_v \cong 0,1$ Гц из спектра нельзя будет получить никакой новой информации. На рис. 2 приведены различные участки электромиограмм длительностью 32 с и их спектры с соответствующим эффективным разрешением в частотной области 0,01 Гц.

Из табл. 2 можно заметить, что для различных временных участков электромиограммы, приведенных на рис. 2, максимум амплитуды достигается на различных частотах. Явно выраженный амплитудный пик на всех приведенных спектрах позволяет однозначно идентифицировать частоты медленных волны в рассматриваемых временных отрезках.

Возможности анализа динамики изменения частоты медленных волн во времени. Для построения картины изменения частоты медленных во времени применим преобразование Габора на скользящем временном окне. Эффективную ширину временного окна оставим равной 32 с, временной шаг примем равным 1 с.

Таблица 1. Параметры преобразования Габора для различного эффективного спектрального разрешения

Разрешение по частоте d_v , Гц	Коэффициент α , c^2	Эффективная ширина окна d_t , с
0,1	2,53	3,2
0,01	253	32
0,001	25330	320

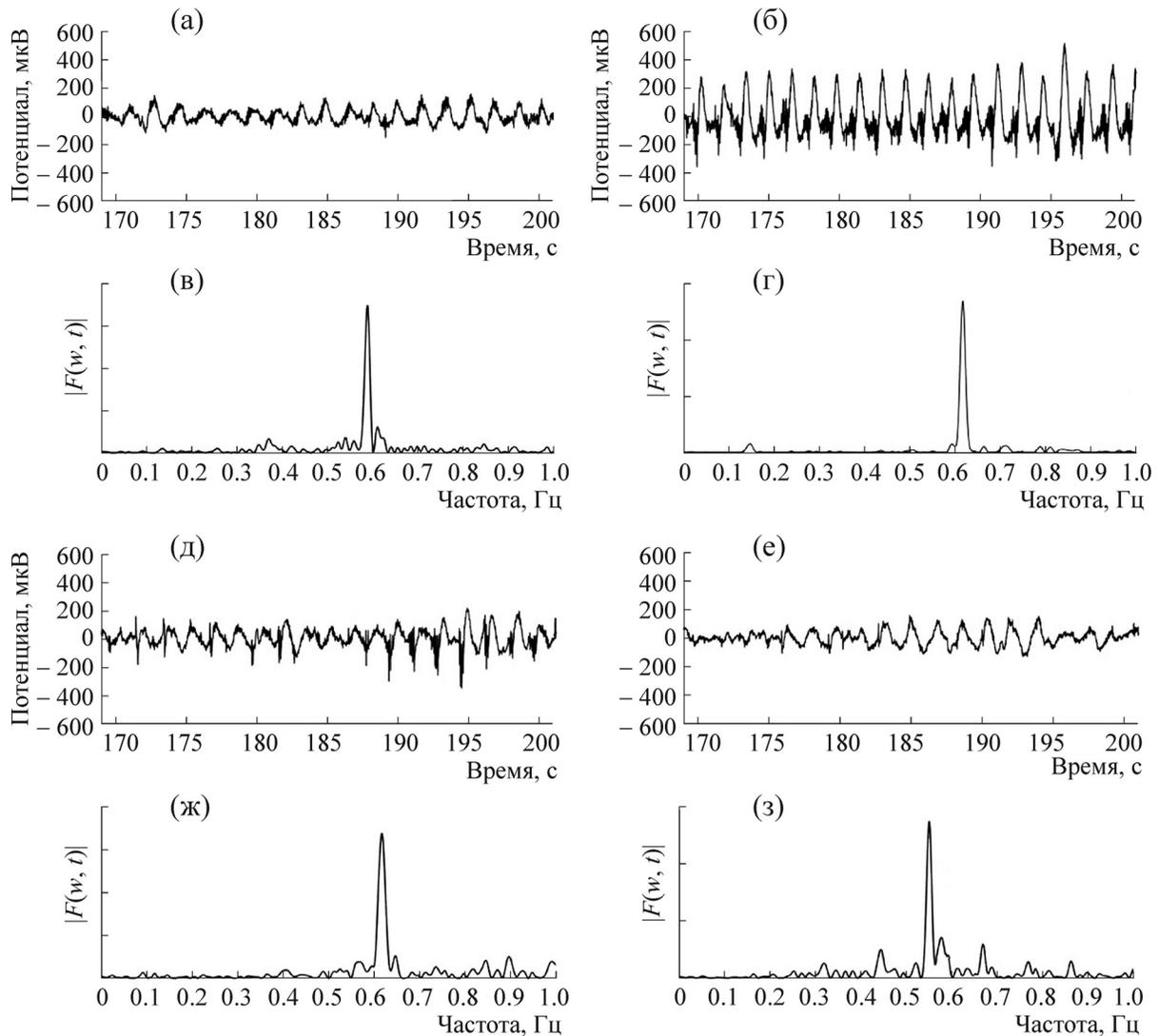


Рис. 2. Временные участки электромиограммы и их спектры с центрами временных оконных функций $\bar{t} = 185$ с (а, б), $\bar{t} = 1220$ с (б, г), $\bar{t} = 2670$ с (д, ж), $\bar{t} = 3185$ с (е, з) и эффективной шириной окна преобразования Габора $d_t = 32$ с.

За частоту медленной волны на мгновенных спектрах скользящего временного окна будем принимать частоту на спектре, соответствующую максимуму амплитуды. На рис. 3а приведена исходная электромиограмма, на рис. 3б – построенная таким способом зависимость частоты

от времени. Следует учитывать, что временная локализация частоты подчиняется соотношению неопределенности (5). Каждый момент времени на частотно-временном графике соответствует времени сдвига временного окна τ , и можно говорить лишь о наличии определенной

Таблица 2. Спектральная оценка частоты медленных волн с эффективным спектральным разрешением 0,01 Гц для различных значений центров оконной функции с эффективной шириной 32 с

Центр оконной функции, \bar{t} , с	Эффективная ширина окна d_t , с	Частота медленных волн $\nu_{МВ}$, Гц
185	32	0,59
1220	32	0,62
2670	32	0,62
3185	32	0,55

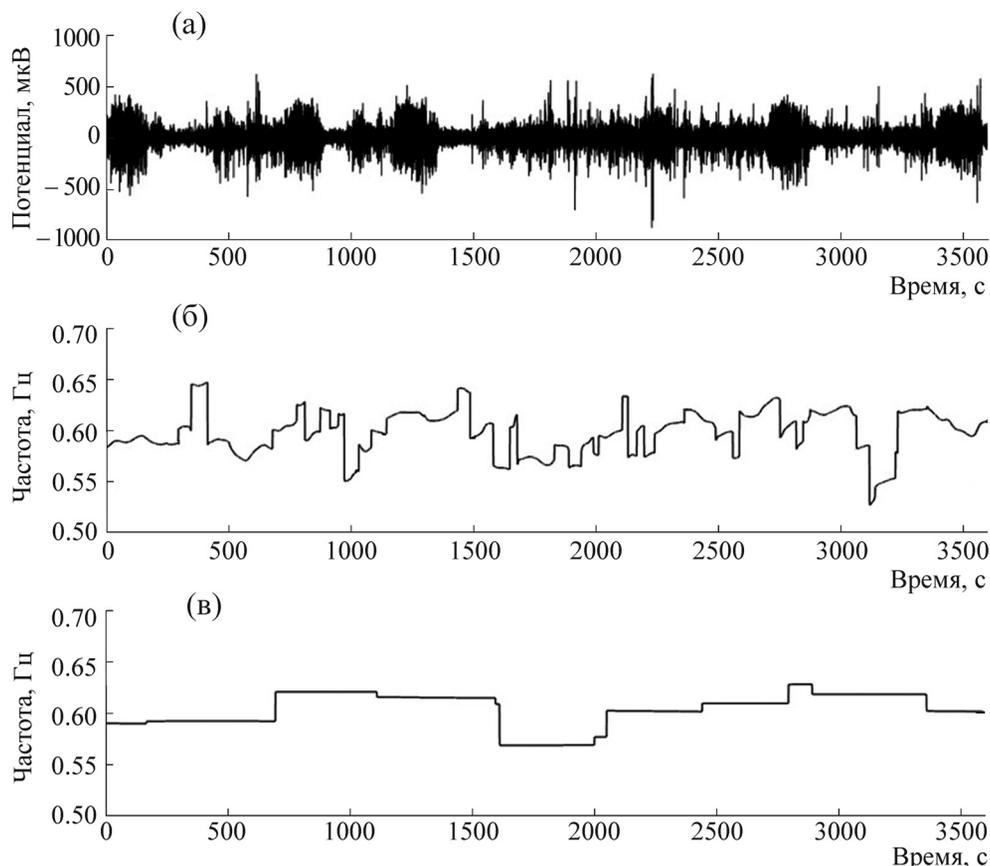


Рис. 3. Электромиограмма проксимальной части тощей кишки длительностью 3600 с (а), зависимость частоты медленных волн от времени для $d_t = 32$ с (б) и $d_t = 320$ с (в).

частоты во временной области, соответствующей эффективной ширине временного окна и этому сдвигу.

Применим к сигналу преобразование Габора на скользящем временном окне с эффективной шириной, отличающейся в большую сторону и равной 320 с. Полученная таким образом частотно-временная зависимость, отображенная на рис. 3в, демонстрирует более стабильное поведение частоты медленных волн на протяжении всего сигнала. В то же время отчетливо наблюдается и сохраняется непостоянство частоты медленных волн в зависимости от времени. Из рис. 3 видно, что увеличение размера временного окна уменьшает влияние локальных и кратковременных относительно размеров окна скачков амплитуды сигнала на частотный спектр. Такие компоненты зачастую являются причиной ошибочной идентификации частоты медленных волн в условиях артефактной зашумленности сигнала или наличия иных процессов, не относящихся к медленным волнам, но имеющих сложную частотно-временную структуру.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение преобразования Габора и построение спектров различных участков электромиограммы позволяет идентифицировать частоту медленной волны с максимальной частотно-временной локализацией. После применения преобразования Габора на всех спектрах анализируемых участков электромиограмм характерно наличие отчетливого одиночного амплитудного пика в медленно-волновом частотном диапазоне. Показано, что максимальные амплитудные пики на спектре могут соответствовать разным частотам в зависимости от времени. Таким образом, частотный диапазон медленно-волновой активности исследуемого участка кишечника, наблюдаемый на спектрах электромиограмм большой длительности (3600 с) объясняется изменением частоты медленной волны во времени. Следовательно, преобразование Габора позволяет с достаточной точностью (0,01 Гц) и максимально возможной для этого разрешения временной локализацией (32 с) установить наличие и исследовать нестационар-

ность электромиографического сигнала в области медленно-волновой активности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. Lees-Green, P. Du, G. O'Grady, et al., *Front. Physiol.* **2**, 29 (2011).
2. C. L. Prosser and A. Bortoff, in *Handbook of Physiology*, 2nd ed. (The Williams & Wilkins Co, Baltimore, 1968), v. IV: Motility, section 6, pp. 2025–2050.
3. M. Ruckebusch and J. Froramonti, *Gastroenterology* **68** (6), 1500 (1975)
4. M. Wacker and H. Witte, *Methods Inf. Med.* **52**, 279 (2013)
5. М. Н. Юдин, Ю. А. Фарков и Д. М. Филатов, *Введение в вейвлет-анализ* (Москва, 2001).
6. И. Я. Новиков и С. Б. Стечкин, *Успехи мат. наук* **53** (6), 53(1998).
7. Н. И. Серегин, *Особенности использования дискретного преобразования Фурье при спектральном анализе* (Екатеринбург, 2006), <http://www.study.urfu.ru/Aid/Publication/388/1/seregin.pdf>.

Gabor Transform Application to the Analysis of Electromyography Signals from the Intestine in the Low Frequency Region

A.V. Zhrebtsov and N.S. Tropkaya

Sklifosovsky Research Institute for Emergency Medicine, Bol'shaya Sukharevskaya pl. 3, Moscow, 129090 Russia

The Gabor transform provides the possibility to evaluate non-stationary electromyography signal distribution in the low-frequency region with the maximum allowable time-frequency resolution. A calculation of the Gabor transform parameters at various time and frequency intervals has been performed to evaluate intestinal slow wave activity. It is shown that the optimal time window duration of 32 s allowing effective resolution of the frequency spectrum of 0.01 Hz is an appropriate period for exploring changes in the slow-waves frequency. The possibility of creating a plot with a given set of the dependence of frequency variation of slow waves in the electromyogram on time course is shown.

Keywords: Gabor transform, intestinal electromyogram, slow waves