

Теория фотоионизации Келдыша: через барьеры

А.М. Жёлтиков

Теория фотоионизации Келдыша представляет собой идейную основу и универсальный формализм для описания широкого класса фундаментальных явлений, наблюдающихся при взаимодействии электромагнитного излучения с веществом. В настоящем обзоре дается анализ теории Келдыша как важной вехи в становлении современной оптической физики, обсуждается фундаментальная роль этой теории в исторической перспективе начиная с пионерских работ раннего этапа квантовой механики, посвящённых исследованию туннельного эффекта, до новейших достижений лазерной оптики, аттосекундных технологий и физики взаимодействия интенсивных сверхкоротких световых импульсов с веществом.

Ключевые слова: теория фотоионизации Келдыша, взаимодействие излучения с веществом, оптика сверхкоротких импульсов

PACS numbers: 32.80.–t, 42.50.–p, 42.65.–k, 78.20.–e

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.08.038198>

Содержание

1. Введение (1169).
2. Фотоны и барьеры (1170).
 - 2.1. I^N или $\exp(-E_0/E)$? 2.2. Туннельный эффект: добро пожаловать в квантовый мир. 2.3. Туннелирование в полупроводниках. 2.4. Многофотонная ионизация.
3. Основы теории фотоионизации Келдыша (1174).
4. Параметр Келдыша, адиабатичность фотоионизации и время туннелирования (1175).
5. Фотоионизация в поле сверхкороткого импульса и аттосекундная электронная динамика (1177).
6. Фотоионизация и осциллирующий потенциальный барьер (1179).
7. Трудности калибровки и границы применимости дипольного приближения (1180).
8. Динамическая картина фотоионизации и новые режимы нелинейной оптики (1182).
9. Диагностика динамики электронного туннелирования (1184).
10. Формализм Келдыша и универсальный профиль дисперсии оптической нелинейности (1187).

11. Фотоэффект в сильном лазерном поле и аттосекундные электронные импульсы (1190).
 12. Динамика фотоионизации твёрдого тела (1191).
 13. Оптический пробой твёрдого тела (1192).
 14. Фотоионизация и нелинейно-оптическая диагностика твёрдого тела (1193).
 15. Электронное туннелирование из возбуждённых состояний (1196).
 16. Фотоионизация и лазерная филаментация (1197).
 - 16.1. Пространственно-временная динамика интенсивного сверхкороткого лазерного импульса в условиях фотоионизации среды. 16.2. Физическая модель. 16.3. Динамика множественной филаментации. 16.4. Самокомпрессия сверхмощных световых импульсов. 16.5. Субтераваттные сверхкороткие импульсы среднего инфракрасного диапазона в атмосфере.
 17. Заключение (1201).
- Послесловие (1201).
Список литературы (1202).

1. Введение

Более полувека теория фотоионизации Келдыша [1] служит идейной основой для описания взаимодействия интенсивного лазерного излучения с веществом. Рассчитываемая в рамках этой теории скорость фотоионизации выступает ключевым параметром для анализа широкого класса явлений взаимодействия излучения с веществом, включая явления оптического пробоя [2–4], генерации гармоник высокого порядка [5, 6], лазерной филаментации [7, 8], генерации управляемых светом сверхкоротких всплесков электрического тока в твёрдом теле [9, 10]. Введённый Келдышем параметр γ является фундаментальной характеристикой, определяющей режим взаимодействия светового поля с веществом. Этот параметр одновременно задаёт границу между режимами сильного и слабого поля и определяет меру адиабатичности процесса ионизации, а вместе с ним — меру адиабатичности широкого класса нелинейно-оптических явлений,

А.М. Жёлтиков. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы 1, стр. 2, 119991 Москва, Российская Федерация; Texas A&M University, Department of Physics and Astronomy, College Station, Texas 77843, USA; Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Международный учебно-научный лазерный центр, Ленинские горы 1, стр. 62, 119991 Москва, Российская Федерация; Российский квантовый центр, ул. Новая 100а, 143025 Сколково, Москва, Российская Федерация; Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация; Казанский квантовый центр, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, ул. Четаева 18а, 420126 Казань, Российская Федерация
E-mail: zheltikov@physics.msu.ru

Статья поступила 15 июня 2017 г.,
после доработки 8 августа 2017 г.

сопровождающих взаимодействие электромагнитного излучения с веществом.

Теория фотоионизации Келдыша представляет собой универсальный формализм для анализа основ взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, для учёта эффектов фотоионизации в газах, твёрдом теле, жидкостях и биологических тканях. Один из центральных результатов этой теории состоит в выяснении природы многофотонной и туннельной ионизации как двух предельных режимов одного и того же физического явления — ионизации в переменном поле электромагнитного излучения. В рамках теории Келдыша удаётся впервые с единых позиций дать последовательное количественное описание явлений многофотонной и туннельной ионизации.

В предельном случае больших значений параметра Келдыша, $\gamma \gg 1$, получаемые на основе теории Келдыша замкнутые выражения для скорости фотоионизации переходят в известные выражения для многофотонной ионизации, следующие из теории возмущений в предположении слабого внешнего поля. В противоположном предельном случае, $\gamma \ll 1$, формула Келдыша для вероятности фотоионизации содержит экспоненциальный множитель, характерный для явления квантового туннелирования. В пределе низких частот это выражение переходит в формулу для вероятности туннельного прохождения электрона через потенциальный барьер, формируемый потенциалом иона и внешним полем. В эпоху до теории Келдыша за пределами этих областей начиналась "неизведанная земля". До введения параметра Келдыша даже границы этой земли оставались неизвестными. Теперь мы знаем, что за этими границами открывается многообразный ландшафт современной оптической физики сверхкоротких лазерных импульсов и сильных световых полей. В этом пространстве параметров становится возможным зарегистрировать процессы, протекающие на аттосекундной временной шкале [11], осуществить за малую долю оптического периода обратное переключение полупроводника в проводящее состояние [10], реализовать новые режимы передачи мощного лазерного излучения [7, 8, 12], сформировать сверхкороткие импульсы электромагнитного излучения в полосе частот от рентгеновского до терагерцового диапазона [5].

Фотоионизация — один из ключевых фундаментальных процессов взаимодействия интенсивного лазерного излучения с веществом. Ионизационные явления в поле сверхкоротких световых импульсов характеризуются рядом важных и интересных особенностей [13], которые используются для спектрально-временного преобразования и передачи сверхкоротких лазерных импульсов и микрообработки материалов. Оптические нелинейности ионизованных газовых сред приводят к эффективному уширению спектра мощных сверхкоротких лазерных импульсов [7, 8], позволяют осуществить генерацию широкополосного излучения (суперконтинуума) [14] в видимом, инфракрасном (ИК) и ультрафиолетовом (УФ) диапазонах [15], наблюдать новые режимы генерации оптических гармоник [16, 17], а также открывают возможности лазерной обработки материалов [18] и временного сжатия мощных сверхкоротких импульсов до длительностей, соответствующих нескольким циклам светового поля [19, 20]. Понимание физических механизмов и основных закономерностей ионизации жидкофазных

материалов необходимо для определения оптимальных режимов взаимодействия лазерного излучения с биологическими тканями, включая решение задач лазерной хирургии и лазерной трансфекции [21–23]. Ключом к пониманию многообразных физических явлений, составляющих предмет современной оптики сверхкоротких импульсов, является теория фотоионизации Келдыша — пример глубокого научного видения и исследовательской отваги.

Теория фотоионизации Келдыша, её методические аспекты и приложения являются предметом детальных и глубоких обзоров [24–27]. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы, по возможности избегая повторений, обсудить значимость теории Келдыша как важной вехи в становлении современной оптической физики, фундаментальную роль этой теории в исторической перспективе начиная с пионерских работ раннего этапа квантовой механики, посвящённых исследованию туннельного эффекта, до новейших достижений лазерной оптики, аттосекундных технологий и физики взаимодействия интенсивных сверхкоротких световых импульсов с веществом.

2. Фотоны и барьеры

2.1. I^N или $\exp(-E_0/E)$?

В эпоху до появления теории фотоионизации Келдыша туннельный эффект и многофотонная ионизация рассматривались как независимые явления. Ввиду многообразных проявлений туннельного эффекта и его важной роли в развитии квантовой физики такой взгляд был совершенно естественным. До появления лазеров туннельный эффект исследовался в связи с задачами описания молекулярных спектров, полевой ионизации атомов, электронной эмиссии с поверхности металлов, альфа-распада ядер, электрического пробоя диэлектриков, а также межзонных переходов в полупроводниковых устройствах.

Теория отдельных многофотонных процессов — прежде всего, двухфотонного поглощения — также была разработана ещё в долазерную эпоху. Однако систематическое экспериментальное исследование многофотонных явлений стало возможным лишь с появлением лазеров. Именно к этому периоду относятся первые эксперименты по наблюдению многофотонной ионизации атомов, а также разработка последовательной теории вначале двухфотонной, а затем и многофотонной ионизации.

В рамках теории фотоионизации Келдыша удаётся впервые с единых позиций дать последовательное количественное описание многофотонной и туннельной ионизации как двух предельных режимов одного и того же универсального физического явления — ионизации в переменном поле электромагнитного излучения. В последующих разделах даётся краткий исторический обзор развития основных идей и понятий, используемых при описании туннельного эффекта и многофотонной ионизации, и обсуждается значимость теории фотоионизации Келдыша как объединительной теории, описывающей туннельный эффект и многофотонную ионизацию как предельные случаи и устанавливающей ясный критерий, определяющий границу между этими режимами.

2.2. Туннельный эффект:

добро пожаловать в квантовый мир

Осознание возможности прохождения квантово-механической частицы через потенциальный барьер тесно связано с развитием основных положений квантовой механики в 1920-х годах. На протяжении короткого отрезка времени протяжённостью лишь несколько месяцев — с ноября 1926 г. до конца июля 1928 г. — в печать были направлены сразу несколько работ, посвящённых исследованию различных проявлений туннельного эффекта [28], в которых были разработаны основы теории явления квантового туннелирования практически в том виде, в каком они изложены во многих учебниках по квантовой механике и по сей день. В связи с тем что разработанная в 1926–1928 гг. теория туннельного эффекта содержит важные результаты, которые описываются как существенные предельные случаи теории фотоионизации Келдыша, мы кратко остановимся на основных работах по теории туннельного эффекта этого периода.

В работах Фридриха Хунда [29, 30], первая из которых была направлена в журнал в ноябре 1926 г., исследуются свойства молекулярных спектров, обусловленные формированием нестационарных суперпозиционных состояний, в которых система осциллирует между двумя классическими устойчивыми состояниями, проникая через потенциальный барьер V , разделяющий образующие молекулу атомы. Хунд рассмотрел часто встречающуюся форму молекулярного потенциала, обладающего зеркальной симметрией. Основное стационарное состояние такого потенциала является чётным, первое возбуждённое — нечётным (рис. 1а). Суперпозиция этих двух состояний образует нестационарное состояние, которое осциллирует между двумя равновесными классическими состояниями системы. Согласно разработанной Хундом теории период таких осцилляций T про-

порционален $\exp(V/h\nu)$, где $h = 2\pi\hbar$ — постоянная Планка, ν — частота осцилляций в потенциальной яме гармонического осциллятора, используемой для описания каждого из атомов молекулы. При этом величина, обратная периоду T , $w = 1/T$, оказывается пропорциональной экспоненциальному множителю,

$$w \propto \exp(-G), \quad (1)$$

где G — набег фазы, определяемый шириной потенциального барьера d и эффективным волновым числом

$$\kappa = \frac{(2mV)^{1/2}}{\hbar} \quad (2)$$

проникающей под барьер частицы. Примечательно, что описывающая квантовое туннелирование экспонента $\exp(-G)$ найдена ещё до возникновения в начале 1930-х годов термина "квантовое туннелирование" [31, 32].

В том же 1927 г. Лотар Нордгейм опубликовал своё исследование термической эмиссии электронов с поверхности металла [33], в котором показал, что благодаря своим волновым свойствам электроны могут проходить через запрещённую в классической механике область потенциального барьера, удерживающего электроны внутри металла. Выполненный Нордгеймом анализ прохождения и отражения электронов от прямоугольного потенциального барьера воспроизведён во многих современных учебниках квантовой механики.

В опубликованной годом позже работе Фаулер и Нордгейм [34] обобщили анализ туннельного эффекта на случай треугольного потенциального барьера, возникающего на поверхности металла при наложении постоянного однородного электрического поля F , перпендикулярного поверхности металла (рис. 1б). Выполненный в этой работе анализ показывает, что аргумент туннельной экспоненты $\exp(-G)$ в этом случае имеет вид

$$G \propto \frac{(2m)^{1/2}(V - E_F)^{3/2}}{\hbar F}, \quad (3)$$

где E_F — энергия Ферми электронов в зоне проводимости металла, V — высота потенциального барьера на поверхности металла, так что входящая в аргумент туннельной экспоненты разность $V - E_F$ равна работе выхода Φ (рис. 1б).

Записанная в таком виде туннельная экспонента позволяет объяснить основные закономерности, наблюдаемые в эксперименте, и задаёт важную опорную точку для более сложных режимов ионизации, включая ионизацию в переменном внешнем поле. В важном предельном случае малых γ и низких частот поля теория Келдыша воспроизводит выражение для скорости туннелирования в виде (1) с аргументом экспоненты, определяемым в соответствии с формулой (3). В разделе 11 мы вернёмся к формуле Фаулера–Нордгейма и обсудим возможности формирования аттосекундных импульсов туннелирующих фотоэлектронов при облучении металлического наноструктуры сверхкоротким лазерным импульсом.

Важный шаг в развитии теории туннельного эффекта связан с опубликованными в 1928 г. работами Роберта Оппенгеймера [35, 36]. Именно Оппенгеймер обратил внимание на то, что внешнее поле может исказить ку-

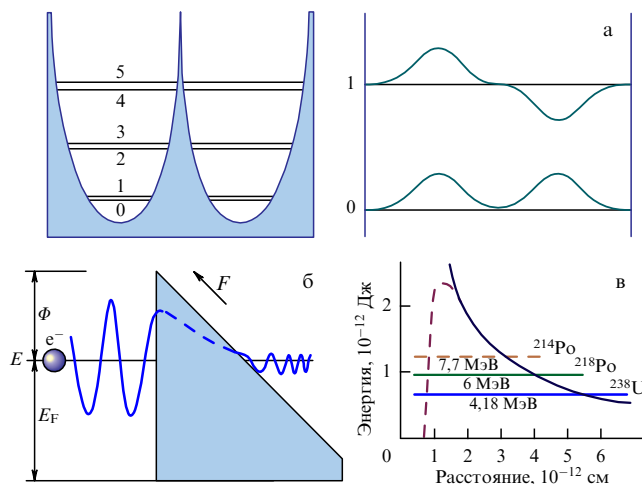


Рис. 1. (а) Молекулярный потенциал в задаче Хунда (слева) и его чётное основное и нечётное первое возбуждённое состояния (справа). (б) Туннелирование электронов с поверхности металла в присутствии постоянного электрического поля F (туннелирование по Фаулеру–Нордгейму): E_F — энергия Ферми электронов в зоне проводимости металла, V — высота потенциального барьера на поверхности металла, разность $V - E_F$ равна работе выхода Φ . (в) Картина туннелирования при альфа-распаде. Горизонтальные линии соответствуют альфа-распаду урана-238 (4,18 МэВ), полония-218 (6,00 МэВ) и полония-214 (7,69 МэВ).

лоновский потенциал, связывающий электроны в атомах, образуя потенциальный барьер конечной высоты и ширины, через который электрон может туннелировать.

Ярким примером успешного использования формализма квантового туннелирования (причём без ясного понимания самой квантовой системы) является разработанная Георгием Гамовым [37] и — независимо — Роналдом Гёрни и Эдвардом Кондоном [38, 39] теория альфа-распада ядер. Эти работы не только позволили построить количественную теорию, объясняющую основные свойства альфа-распада (рис. 1в), но и послужили дальнейшему развитию теории туннельного эффекта. В частности, коэффициент прохождения квантовой частицы с энергией E через барьер $V(x)$ в этих работах приобретает более общий вид:

$$D = \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} (2m)^{1/2} \int_{x_1}^{x_2} [V(x) - E]^{1/2} dx \right\}, \quad (4)$$

где x_1 и x_2 — границы потенциального барьера (рис. 1в), определяемого из условия $V(x_{1,2}) = E$.

2.3. Туннелирование в полупроводниках

Первые работы по изучению туннельного эффекта в полупроводниках ставили своей целью объяснение явления оптического пробоя диэлектриков в сильном электрическом поле. Именно под углом зрения этой задачи Зинером в 1934 г. [40] была разработана квазиклассическая модель полевой ионизации полупроводника, рассматриваемой как результат индуцируемых полем переходов электронов из валентной зоны в зону проводимости (рис. 2а). Справа на рис. 2а представлена диаграмма электронных зон полупроводника, изменённых внешним постоянным электрическим полем, а также электронная волновая функция $\psi(x)$, локализованная в области разрешённой зоны. Процесс туннелирования в модели Зинера (рис. 2а) обусловлен экспоненциально спадающими хвостами фолновой функции $\psi(x)$.

Новый всплеск интереса к изучению квантового туннелирования в полупроводниках, возникший в 1950-х годах, в значительной степени связан с успехами в области полупроводниковой электроники. Как и в случае туннельного эффекта в атомах, при полевой эмиссии электронов с поверхностей металлов и при альфа-распаде ядер туннелирование электронов из валентной зоны в зону проводимости в полупроводниках обусловлено волновой природой квантовых объектов. В своём самом простом виде теория туннельного эффекта в полупроводниках может быть построена аналогично теории туннельной электронной эмиссии с поверхности металла. Однако для детального анализа картины туннелирования в полупроводниках требуется учёт конкретного закона дисперсии $E(\mathbf{k})$ для всех участвующих в процессе электронных зон (рис. 2б), что приводит к значительному усложнению задачи [41–46].

Характерный вид закона дисперсии в координатах $E - k^2$ изображён на рис. 2б. Вблизи потолка валентной зоны и дна зоны проводимости энергия, как правило, является квадратичной функцией k . Это позволяет записать энергию электрона аналогично выражению для энергии свободного электрона, $E = \hbar^2 k^2 / 2m^*$, с эффективной массой m^* . В валентной зоне ($E < E_v$) и зоне проводимости ($E > E_c$) k^2 положительно, что соответствует действительным значениям k . В области запре-

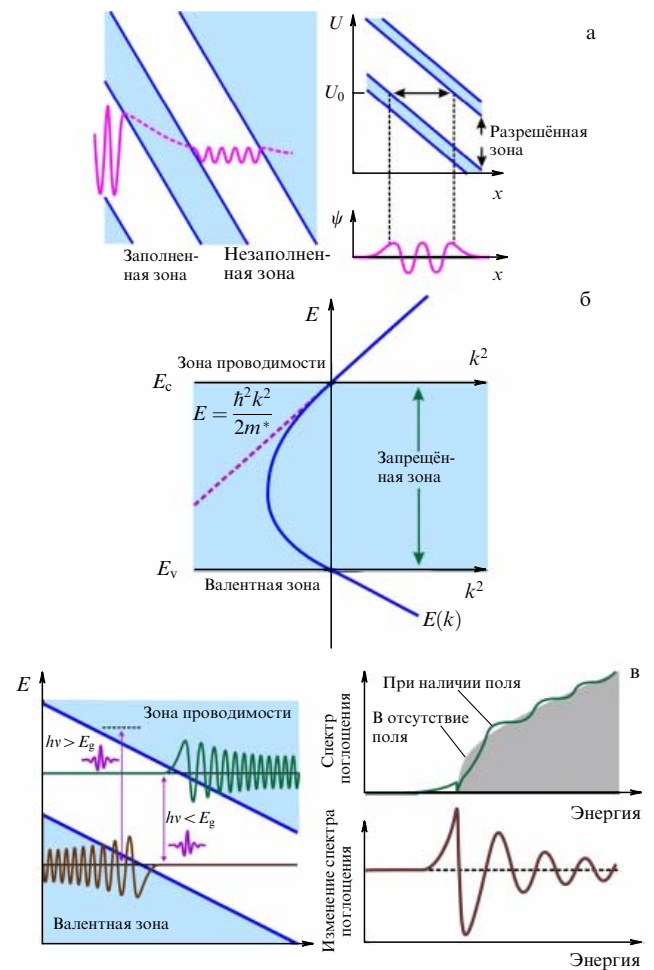


Рис. 2. Туннелирование в полупроводниках и диэлектриках. (а) Туннелирование по Зинеру между электронными зонами полупроводника в присутствии электрического поля (слева); диаграмма электронных зон полупроводника, изменённых внешним постоянным электрическим полем, и электронная волновая функция (справа). (б) Картина туннелирования в полупроводнике (или диэлектрике) в k -пространстве. (в) Эффект Франца–Келдыша: (слева) диаграмма электронных уровней, искажённых внешним полем, и волновая функция электронов в валентной зоне и зоне проводимости, (справа) спектр поглощения и его изменение при наложении внешнего поля.

щённой зоны ($E_c < E < E_v$, показана заливкой на рис. 2б) k^2 отрицательно, что отвечает мнимым значениям k , соответствующим экспоненциально затухающей волновой функции.

Одно из важных свойств туннельного эффекта в полупроводниках связано с наводимым электрическим полем изменением поглощения полупроводника, которое проявляется, в частности, в возникновении поглощения на частотах излучения, меньших ширины запрещённой зоны (рис. 2в). Это явление, предсказанное независимо образом в работах Келдыша [41] и Франца [42] и носящее название эффекта Франца–Келдыша, играет важную роль в понимании оптических свойств твёрдых тел. В его динамическом варианте эффект Франца–Келдыша позволяет реализовать сверхбыструю модуляцию оптического отклика твердотельных полупроводников и диэлектриков [47].

В последующих разделах мы остановимся на некоторых из наиболее важных приложений разработанной

Келдышем теории фотоионизации твёрдого тела, включая использование формализма Келдыша для выяснения универсальных нелинейно-оптических свойств полупроводников и диэлектриков, а также новые возможности, связанные с использованием сверхкоротких лазерных импульсов для полностью оптической диагностики твёрдого тела и сверхбыстрого обратимого переключения твердотельных диэлектриков в проводящее состояние за субфемтосекундные интервалы времени.

2.4. Многофотонная ионизация

Явление многофотонной ионизации представляет собой нелинейный вариант фотоэффекта (рис. 3а), известного со времени работ Герца и Столетова [48, 49], — одного из первых явлений, получивших разъяснение на основе квантовых представлений о веществе [50]. Согласно теории Эйнштейна, кинетическая энергия электронов, выбиваемых светом с частотой ω с поверхности металла с работой выхода Φ , определяется формулой $E_k = \hbar\omega - \Phi$. В случае N -фотонной ионизации соотношение между кинетической энергией фотоэлектронов и частотой светового поля записывается в виде $E_k = N\hbar\omega - \Phi$. К различным проявлениям многофотонной ионизации относятся многофотонный эффект на поверхности металла, многофотонный процесс в атоме или молекуле, приводящий к образованию свободного электрона, а также многофотонные межзонные переходы, приводящие к образованию электронно-дырочной пары в полупроводнике. В связи с этим Φ в выражении для многофотонного фотоэффекта понимается как работа выхода в случае фотоэффекта на поверхности металла,

потенциал ионизации в случае фотоионизации атома или молекулы или размер энергетической щели между валентной зоной и зоной проводимости в полупроводнике.

Так как процесс N -фотонной ионизации сопровождается поглощением N фотонов (рис. 3а), последовательная количественная теория многофотонной ионизации строится по аналогии с теорией N -фотонного поглощения на основе вычисления слагаемого N -го порядка в разложении электронного тока по внешнему полю в рамках теории возмущений. Для случая двухфотонного поглощения ($N = 2$) такая теория разработана в работах Марии Гёпперт-Майер еще в 1930-х годах [51]. Первые работы по развитию детальной теории квадратичного по полю фотоэффекта на поверхности металлов также относятся ещё к долазерной эпохе [52].

Появление лазеров и широкое исследование нелинейно-оптических эффектов, включая первые эксперименты по наблюдению двухфотонного фотоэффекта в полупроводниках [53], стимулировали дальнейшее развитие теории многофотонной ионизации. Подробный обзор работ, выполненных в этом направлении на раннем этапе развития лазерной физики, содержится в [54, 55]. Потенциал ионизации атомов (порядка 10 эВ) значительно превышает характерную величину запрещённой зоны типичного полупроводника (порядка 1 эВ). Таким образом, если многофотонный фотоэффект в полупроводниках легко наблюдается в условиях двухфотонного поглощения ($N = 2$), то для многофотонной ионизации атомов требуется значительно большее число фотонов (рис. 3а). По этой причине для систематического экспериментального исследования многофотонной ионизации атомов требуются значительно более высокие интенсивности светового поля [56–59].

Весьма характерным является то обстоятельство, что взаимодействие лазерного излучения высокой интенсивности с газом сопровождается явлением оптического пробоя. Именно по этой причине на раннем этапе развития лазерной физики и нелинейной оптики эффект многофотонной ионизации газов чаще всего обсуждается в связи с явлением оптического пробоя (см. также раздел 13 настоящего обзора). Показательной в этом отношении является работа Алберта Голда и Барри Бебба [59], направленная в печать в ноябре 1964 г. и опубликованная в январе 1965 г., т.е. за несколько месяцев до появления английского перевода работы Келдыша [1] о теории фотоионизации (май 1965 г.). В работе Голда и Бебба приводится явное выражение для амплитуды перехода, определяющей вероятность N -фотонной ионизации атома, полученное в N -м порядке полуклассической теории возмущений.

На основе этого результата в работе [59] приводятся реалистичные оценки вероятностей многофотонной ионизации для инертных газов и обсуждается связь эффектов многофотонной ионизации с явлением оптического пробоя газов. Описание многофотонной ионизации в рамках N -го порядка полуклассической теории приводит к степенной зависимости вероятности N -фотонной ионизации от интенсивности лазерного поля, I^N . Эта зависимость, характерная для любого нелинейно-оптического процесса, связанного с оптической нелинейностью N -го порядка, задаёт ещё одну фундаментальную реперную точку — условие, которому должна удовлетворять более общая теория фотоионизации. Именно

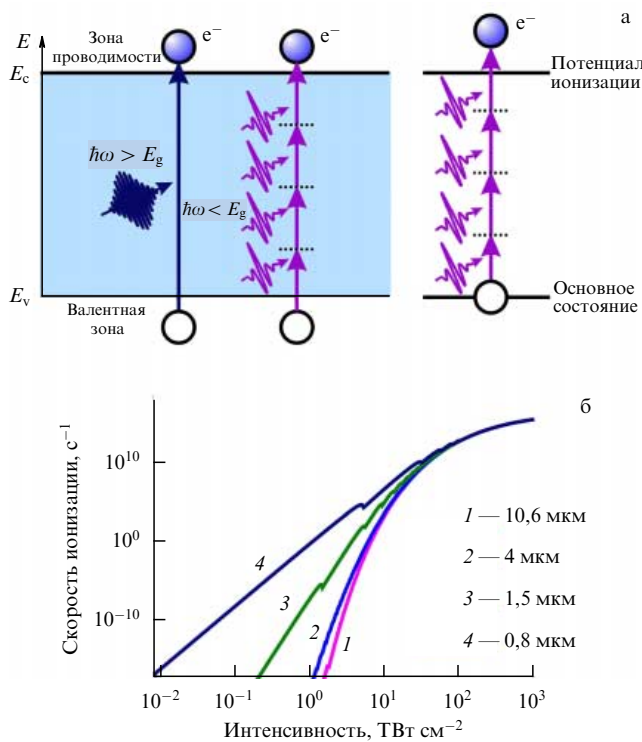


Рис. 3. (а) Однофотонный фотоэффект и многофотонные процессы, приводящие к поглощению излучения и ионизации в полупроводнике или диэлектрике (слева) и атомной системе (справа). (б) Скорость фотоионизации, рассчитанная в рамках формализма Келдыша–Попова–Переломова–Терентьева как функция интенсивности поля.

такой теорией является теория фотоионизации Келдыша [1]. Основанный на этой теории формализм описания явления фотоионизации, развитый в работах Никишова, Ритуса, Попова, Переломова, Терентьева, Файзала, Рисса, Делоне и Крайнова [60–70], является мощным инструментом для анализа взаимодействия интенсивного лазерного излучения с веществом. К изложению основ теории фотоионизации Келдыша мы и переходим в следующем разделе.

3. Основы теории фотоионизации Келдыша

В рамках теории фотоионизации Келдыша [1] процесс ионизации переменным полем $\mathbf{E}(t)$ рассматривается как переход между начальным связанным состоянием электрона с волновой функцией $\psi_0(\mathbf{r})$ и промодулированным полем $\mathbf{E}(t)$ свободным состоянием электрона $\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t)$. Матричный элемент такого перехода записывается в первом порядке теории возмущений по взаимодействию в виде

$$w(\mathbf{p}, t) = \int \psi_{\mathbf{p}}^*(\mathbf{r}, t) V(\mathbf{r}, t) \psi_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (5)$$

где $V(\mathbf{r}, t)$ — гамильтониан взаимодействия электрона с полем.

Внешнее поле $\mathbf{E}(t)$ предполагается монохроматическим, $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t)$, а гамильтониан взаимодействия записывается в дипольном приближении,

$$V(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{r}\mathbf{E}_0 \cos(\omega t). \quad (6)$$

Предполагается, что волновая функция начального электронного состояния имеет вид волновой функции основного состояния водородоподобного атома:

$$\psi_0(\mathbf{r}) = (\pi a^3)^{-1/2} \exp\left(-\frac{r}{a}\right), \quad (7)$$

где $a = \hbar^2/(me^2)$ — радиус боровской орбиты.

Волновая функция свободного электрона записывается в виде волковской волновой функции [71]:

$$\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) = \exp\left\{\frac{i\mathbf{P}(t)\mathbf{r}}{\hbar} - \frac{i}{2m\hbar} \int_0^t [\mathbf{P}(\theta)]^2 d\theta\right\}, \quad (8)$$

в которой обобщённый импульс $\mathbf{P}(t)$ электрона в монохроматическом поле $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t)$ имеет вид $\mathbf{P}(t) = \mathbf{p} + e\omega^{-1}\mathbf{E}_0 \sin(\omega t)$.

После усреднения $w(\mathbf{p}, t)$ по периоду поля и интегрирования по импульсу получаем следующее выражение для скорости фотоионизации:

$$w_{\mathbf{K}} = \frac{2\pi}{\hbar} \int |L(\mathbf{p})|^2 \sum_n \delta\left(I_0 + \frac{p^2}{2m} + \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2} - n\hbar\omega\right) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (9)$$

где

$$L(\mathbf{p}) = \frac{1}{2\pi} \oint d\xi W\left(\mathbf{p} + \frac{e\mathbf{E}_0}{\omega} \xi\right) \times \exp\left\{\frac{i}{\hbar\omega} \int_0^\xi \left[I_0 + \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} + \frac{e\mathbf{E}_0}{\omega} u\right)^2\right] \frac{du}{(1-u^2)^{1/2}}\right\}, \quad (10)$$

I_0 — потенциал ионизации,

$$W(\mathbf{s}) = e\pi^{-1/2} a^{-3/2} \int \exp\left(-\frac{i\mathbf{s}\mathbf{r}}{\hbar}\right) \mathbf{E}\mathbf{r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right) d\mathbf{r}, \quad (11)$$

а интеграл берётся по замкнутому контуру, окружающему отрезок $[-1, 1]$.

Так как $L(\mathbf{p})$ содержит быстро осциллирующую экспоненту, основной вклад в интеграл в выражении (9) дают точки перевала, определяемые уравнением

$$I_0 + \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} + \frac{e\mathbf{E}_0}{\omega} \sin(\omega t)\right)^2 = 0. \quad (12)$$

Как отмечено в работе Келдыша [1], наличие определяемого решением уравнения (12) полюса в выражении (10) является отражением общего свойства амплитуды рассеяния, имеющей полюсы при соответствующих связанным состояниям значениях импульса. Вычисляя интеграл в выражении для $L(\mathbf{p})$ методом перевала, получаем формулу Келдыша для скорости фотоионизации:

$$w_{\mathbf{K}} = Q(\gamma, I_0, \omega) \exp[-\xi(\gamma, I_0, \omega)], \quad (13)$$

где $Q(\gamma, I_0, \omega)$ — предэкспоненциальный фактор,

$$\xi(\gamma, I_0, \omega) = \frac{2}{\hbar\omega} I_0 \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2}\right) \left[\sinh^{-1} \gamma - \gamma \frac{(1+\gamma^2)^{1/2}}{1+2\gamma^2}\right], \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{\omega(2mI_0)^{1/2}}{eE_0} \quad (15)$$

— параметр Келдыша.

Красота формулы Келдыша заключается в том, что она одновременно описывает явления туннельной и многофотонной ионизации и позволяет выяснить природу этих процессов как двух предельных случаев явления ионизации переменным полем (рис. 3б). Действительно, в пределе $\gamma \gg 1$ выражения (13) и (14) позволяют восстановить характерную для процесса многофотонной ионизации степенную зависимость скорости ионизации от интенсивности поля, $w_{\mathbf{K}} \propto I^N$ (рис. 3б). В противоположном пределе, $\gamma \ll 1$, формулы (13) и (14) приводят к туннельной экспоненте, которая в случае линейно поляризованного поля имеет вид

$$w_{\mathbf{K}} \propto \exp\left[-\frac{4}{3}(2m)^{1/2} I_0^{3/2} (e\hbar E_0)^{-1} \left(1 - \frac{\gamma^2}{10}\right)\right]. \quad (16)$$

При низких интенсивностях и/или малых частотах поля слагаемое, содержащее γ^2 , может быть отброшено. Скорость фотоионизации перестаёт зависеть от частоты поля (рис. 3б). Получаемое при этом выражение, с точностью до предэкспоненциального множителя, детально вычисление которого выходит за рамки теории Келдыша, приводит к вероятности туннелирования в постоянном поле (формулы (1) и (3)).

Параметр Келдыша γ выступает как фундаментальная характеристика процесса, определяющая режим взаимодействия светового поля с веществом. Как следует из выражений (13) и (14), этот параметр определяет границу между режимами сильного и слабого поля. Одновременно этот параметр является мерой адиабатичности процесса ионизации. К обсуждению этого свойства параметра Келдыша мы переходим в следующем разделе.

4. Параметр Келдыша, адиабатичность фотоионизации и время туннелирования

Вопрос о параметре Келдыша как мере адиабатичности процесса фотоионизации так или иначе приводит к вопросу о времени туннелирования. Сама работа Келдыша начинается с замечания, которое и ныне, спустя более полувека, продолжает оставаться таинственным и является предметом жарких дебатов (см., например, обзоры [72–74]). Этот важный физический аргумент исходит из наблюдения, что для туннельного эффекта характерно "практически полное отсутствие временного запаздывания". Другими словами, подчёркивает автор, вероятность туннелирования остаётся постоянной, не зависящей от частоты вплоть до самых высоких частот радиодиапазона. Причина этого, указывается далее в статье Келдыша, заключается в том, что время туннелирования определяется средним временем прохождения электрона через барьер толщиной (в обозначениях статьи Келдыша) $l = I/(eF)$, где I — потенциал ионизации, F — величина электрического поля (рис. 4а). Средняя скорость электрона составляет величину порядка $(I/m)^{1/2}$ (где m — масса электрона). Таким образом, вплоть до частот $\omega_t = eF/(2mI)^{1/2}$ туннельный эффект определяется мгновенным значением поля.

Этот аргумент, казалось бы, разъясняет то обстоятельство, что в туннельном пределе ($\gamma \ll 1$) скорость

фотоионизации перестаёт зависеть от частоты поля ω , связывая этот результат с временем туннелирования. Действительно, параметр Келдыша может быть записан в виде $\gamma = 4\pi\tau_b/T_0$, где $T_0 = 2\pi/\omega$ — период оптического поля, а $\tau_b = d/v = (mI_0/2)^{1/2}(eE_0)^{-1}$ — время, за которое классическая частица, двигающаяся со скоростью $v = (2I_0/m)^{1/2}$, преодолевает расстояние $d = I_0/(eE_0)$, равное ширине потенциального барьера, образуемого при наложении постоянного однородного электрического поля E_0 на прямоугольный потенциальный барьер высотой I_0 .

Очевидная трудность этого аргумента связана с тем, что классическая частица не может проникать в область под потенциальным барьером. Как следствие, время туннелирования, понимаемое как время подбарьерного движения частицы, оказывается мнимым. Уравнение (12) приводит к комплексному решению для времени [62–64], разложение которого по малым значениям импульса имеет вид

$$t_0 \approx \frac{i}{\omega} \left\{ \sinh^{-1} \gamma + \frac{\gamma}{(1 + \gamma^2)^{1/2}} \times \left[i \frac{p_{\parallel}}{(2mI_0)^{1/2}} + \frac{1}{4mI_0} \left(\frac{\gamma^2}{1 + \gamma^2} p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2 \right) \right] \right\}, \quad (17)$$

где p_{\parallel} и p_{\perp} — параллельная и нормальная составляющие импульса электрона.

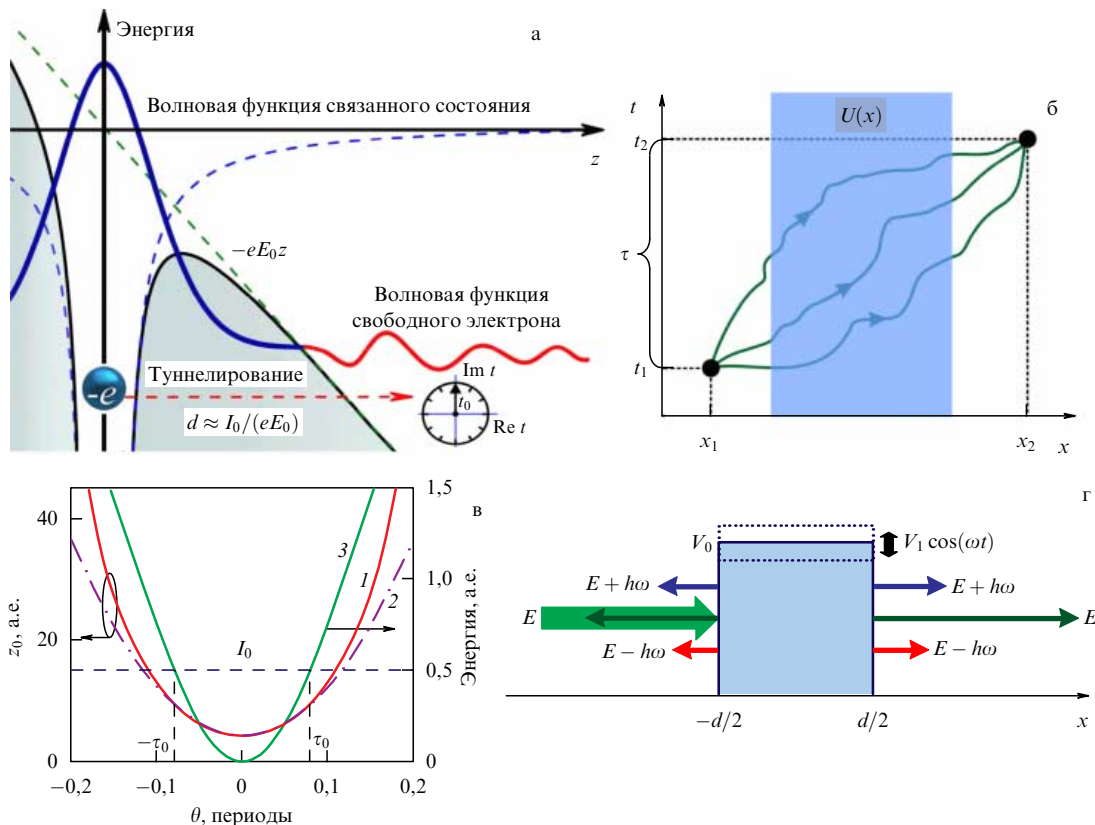


Рис. 4. (В цвете онлайн.) (а) Картина туннелирования электронов в атомах в присутствии внешнего поля. Внешнее поле искажает кулоновский потенциал, связывающий электроны в атомах, образуя потенциальный барьер конечной высоты и ширины, через который электрон может туннелировать. (б) Туннелирование и квантовые траектории частицы. (в) Ширина z_0 потенциального барьера, образуемого потенциалом атомного ядра и полем лазерного излучения с интенсивностью 500 ТВт см^{-2} и длиной волны 800 нм , определяемая путём решения уравнения $\Phi(z, \theta) = 0$ (красная сплошная линия 1) и рассчитываемая с помощью приближения (12) (штрихпунктирная линия 2). Зелёной сплошной линией 3 показана кинетическая энергия электрона U_p как функция времени θ , выраженного в долях периода θ . Показано также значение времени τ_0 , за которое электрон набирает кинетическую энергию U_p , равную потенциалу ионизации I_0 (показан горизонтальной штриховой линией). (г) Осциллирующий потенциальный барьер Ландауэра – Буттикера.

Трудности, возникающие при интерпретации параметра Келдыша как отношения времени подбарьерного прохождения $\tau_b = d/v$ к периоду поля $T_0 = 2\pi/\omega$, носят принципиальный характер и связаны с тем, что каноническая квантовая теория не даёт последовательного рецепта для определения времени туннелирования. Остановимся на этом важном вопросе более подробно, следуя результатам анализа процесса квантового туннелирования [75–79] на основе метода интегралов по квантовым траекториям [80]. В рамках квантовой механики динамика частицы описывается волновой функцией $\Psi(x, t)$, которая удовлетворяет уравнению квантовой эволюции — уравнению Шрёдингера в режиме нерелятивистской фотоионизации. Квантовая механика также даёт систему постулатов, позволяющих с помощью волновой функции $\Psi(x, t)$ определить положение частицы x в момент времени t . Для того чтобы определить длительность временного интервала τ , за который квантовая частица попадает из точки x_1 в точку x_2 , нам приходится представить волновую функцию $\Psi(x, t)$ в виде интеграла [75–79]:

$$\Psi(x, t) = \int_0^t \Phi(x, t|\tau) d\tau. \quad (18)$$

Таким образом, состояние частицы, находящейся в точке x в момент времени t , оказывается результатом интерференции бесконечного числа различных "предысторий" частицы, наглядно интерпретируемых на языке квантовых траекторий (рис. 4б). Как и в хорошо известном случае дифракции на двух щелях, в котором число таких предысторий равно двум, определение индивидуальной траектории частицы приводит к разрушению состояния $\Psi(x, t)$. Таким образом, в результате интерференции различных $\Phi(x, t|\tau)$ информация об индивидуальных квантовых траекториях, соответствующих определённым значениям времени τ , в волновой функции $\Psi(x, t)$ оказывается утерянной.

Ввиду того что $\Phi(x, t|\tau)$ является непрерывной функцией переменной τ , измерение с конечной точностью приводит к амплитуде [75–79]

$$\Psi(x, t|\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau - \tau') \Phi(x, t|\tau') d\tau', \quad (19)$$

где $F(\tau)$ имеет смысл аппаратной функции с максимумом в точке $\tau = 0$ и характерной шириной $\delta\tau$. Таким образом, плотность вероятности найти величину τ в интервале между $\tau - \delta\tau$ и $\tau + \delta\tau$ может быть представлена в виде

$$\rho(x, t|\tau) = |\Psi(x, t|\tau)|^2. \quad (20)$$

Попытка точно определить траекторию частицы соответствует разложению

$$\Psi(x, t|\tau) \approx \Psi(x, t) [F(\tau) - F'(\tau) \bar{\tau}(x)], \quad (21)$$

где

$$\bar{\tau}(x) = \frac{\int_0^t \tau \Phi(x, t|\tau) d\tau}{\Psi(x, t)}. \quad (22)$$

Рассмотрим теперь, следуя [75–79], схему измерений, в которой регистрируются только частицы, попадающие

в точку x в момент времени $t = T$. По определению, для реализации такой схемы, являющейся одной из разновидностей слабых измерений, требуется очень большое число измерений. Среднее значение величины τ при такой схеме измерений определяется следующим образом:

$$\langle \tau(x) \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \tau |\Psi(x, T|\tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, T|\tau)|^2 d\tau}. \quad (23)$$

Так как $\int_{-\infty}^{\infty} \tau |F(\tau)|^2 d\tau = 0$, получаем $\langle \tau(x) \rangle \approx \text{Re} [\bar{\tau}(x)]$.

Однако среднее $\bar{\tau}(x)$ вычисляется, согласно выражению (22), по комплексному, осциллирующему распределению $\Phi(x, t|\tau)$. Поэтому, даже если никакая из квантовых траекторий не соответствует величине τ вне интервала между 0 и T , величина $\text{Re} [\bar{\tau}(x)]$ может лежать за пределами этого интервала. Возникающее противоречие указывает на фундаментальную трудность определения временного интервала таким образом.

Указанная проблема может быть устранена, если в схеме слабых измерений не фиксировать точку, в которой регистрируется квантовая частица. Получаемое при этом среднее

$$\langle \tau \rangle = \int_0^T dt \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x, t)|^2 dx \quad (24)$$

свободно от отмеченных выше трудностей и приводит к величинам τ , принадлежащим интервалу $[0, T]$.

Для квантовой частицы, туннелирующей через потенциал $V(x)$, распределение $\Phi(x, t|\tau)$ может быть представлено в следующем виде [75–79]:

$$\Phi(x, t|\tau) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int \Psi(x, t|W) \exp\left(i \frac{W}{\hbar} \tau\right) dW. \quad (25)$$

В этом выражении $\Psi(x, t|W)$ представляет собой результат эволюции начального состояния $\Psi(x, 0)$ в присутствии потенциала $V(x) + W\Theta(x)$, где

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x_1 \leq x \leq x_2, \\ 0, & x < x_1, \quad x > x_2. \end{cases} \quad (26)$$

Таким образом, фиксация параметра τ эквивалентна эффективному изменению потенциала. Этот результат отражает неизбежное обратное действие измерительного прибора на квантовую систему. При этом измерительный прибор с шириной аппаратной функции $\delta\tau$ приводит к эффективному изменению потенциала на величину δW , удовлетворяющую соотношению неопределённостей $\delta\tau \delta W \geq \hbar$. Другими словами, прибор, обеспечивающий более высокую точность в определении τ , приводит к большему изменению потенциала.

Волновая функция частицы, прошедшей через потенциальный барьер $V(x) = V_0\Theta(x)$, имеет вид

$$\Psi(x, t) = T(k, V) \exp\left(ikx - i \frac{E}{\hbar} t\right), \quad (27)$$

где $T(k, V)$ — коэффициент прохождения.

В классическом пределе, $\xi = k(x_2 - x_1) \gg 1$, анализ функции $\Phi(x, t|\tau)$ для свободной частицы, $V = 0$, приводит к уравнению для точки стационарной фазы

[75–79]:

$$\frac{m(x_2 - x_1)}{[2m(E - W)]^{1/2}} = \tau, \quad (28)$$

которое точно совпадает с уравнением для классической траектории. Интеграл по всем прочим траекториям оказывается исчезающе малым из-за деструктивной интерференции их вкладов.

При $V \neq 0$ стационарная точка смещается в комплексную плоскость. В квазиклассическом пределе, $V \gg E$, решение уравнения стационарной фазы даёт два чисто мнимых значения τ [75–79]:

$$\tau(V) = \pm i \frac{m(x_2 - x_1)}{[2m(V - E)]^{1/2}}. \quad (29)$$

Именно такая ситуация имеет место и в случае фотоионизации сильным переменным полем в режиме $\gamma \ll 1$. Уравнение стационарной фазы, имеющее в этом случае вид (12), диктует чисто мнимое значение τ . Все действительные значения τ приводят к быстрым осцилляциям амплитуды $\Phi(x, t|\tau)$. Деструктивная интерференция индивидуальных квантовых траекторий приводит к экспоненциально малому коэффициенту пропускания в соответствии с выражением (16).

Отметим, что к результатам вида (28) и (29) приводит и бомовская трактовка квантовой механики [81], в которой проблема туннелирования через потенциальный барьер имеет принципиально иную постановку, приводящую к простому решению [82], так как потенциальный барьер в бомовской трактовке подавляется дополнительным "квантовым" потенциалом [81]. Решение вопроса о времени туннелирования при этом приводит к тем же результатам (см. также [83]), что и рассуждения в духе вводного замечания Келдыша о времени прохождения электрона через потенциальный барьер.

5. Фотоионизация в поле сверхкороткого импульса и аттосекундная электронная динамика

Как видно из изложенного в разделе 4, вопрос о роли параметра Келдыша как меры адиабатичности процесса фотоионизации оказывается довольно трудно решить исходя из понятия о времени подбарьерного движения электрона $\tau_b = d/v$ и трактовки параметра Келдыша как отношения $4\pi\tau_b/T_0$. В эпоху современных технологий решение этого вопроса и выяснение его отношения к времени туннелирования имеют принципиальное значение не только в контексте методологических аспектов квантовой физики. Ясное понимание динамики процессов туннелирования является критически важным для достижения максимальной скорости быстрогодействия устройств полупроводниковой электроники, достижения предельной точности измерений в области аттосекундной метрологии [11], выяснения фундаментальных физических ограничений быстро развивающейся петагерцовой оптоэлектроники [9, 10, 84].

Разработанные в последние годы уникальные экспериментальные методики [85–90] открывают возможность исследования динамики фотоионизации на аттосекундной временной шкале с беспрецедентным временным разрешением. На рисунке 5 представлена схема прямой

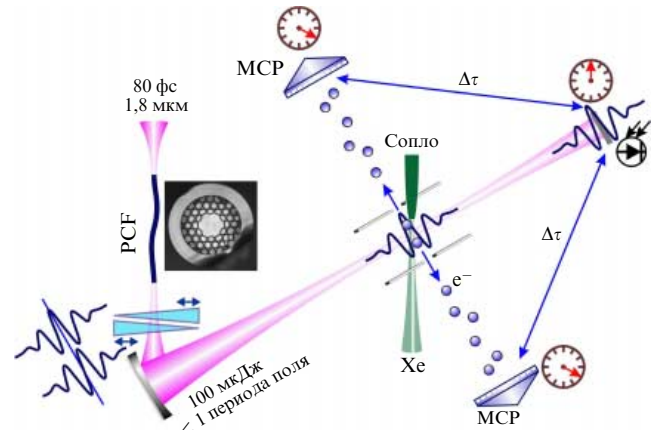


Рис. 5. Диагностика аттосекундной электронной динамики методом стерео-НПИ. MCP — микроканальная пластина, PCF — Photonic Crystal Fiber, полый фотонно-кристаллический световод.

двухканальной регистрации выхода фотоэлектронов на основе явления надпороговой ионизации (НПИ), позволяющая охарактеризовать потоки фотоэлектронов, формируемые двумя соседними полуциклами светового поля. Эта методика, носящая название стерео-НПИ [87], является мощным инструментом аттосекундной метрологии и удобным средством высокоточной характеристики импульсов с длительностью порядка одного периода светового поля [91]. Однако получение информации о характерных временах динамики фотоионизации на основе подобных экспериментов представляет непростую задачу, решение которой наталкивается на вышеуказанные фундаментальные трудности определения времени туннелирования.

Ввиду открывающихся увлекательных перспектив в области аттосекундной физики и петагерцовой оптоэлектроники предлагаемое в работе Келдыша простое решение вопроса о динамике туннелирования даёт надежду на возможность построения ясной, физически наглядной модели туннелирования, приводящей к действительному параметру времени, выражающемуся через параметр Келдыша. Как отмечалось выше, трудность такой модели связана, в первую очередь, с тем, что в канонической квантовой теории время туннелирования оказывается комплексным. Далее мы покажем, что имеются пути разрешения конфликта между результатами канонической квантовой теории и простой динамической картиной туннелирования в переменном поле, описываемой параметром Келдыша, понимаемым как отношение характерного времени туннелирования к периоду поля. Однако разрешение этого противоречия оказывается возможным [92] ценой отказа от интерпретации времени γ/ω как времени подбарьерного движения электрона. Мы покажем, что, связывая параметр γ/ω с временем, которое требуется электрону, чтобы набрать кинетическую энергию, равную потенциалу ионизации, удастся в полной мере сохранить картину динамики ионизации в переменном поле, при котором граница между режимами сильного и слабого поля, а также переход от адиабатического режима к неадиабатическому описываются одним универсальным параметром — параметром Келдыша.

Для решения этой задачи откажемся от предусмотренной в стандартной теории Келдыша процедуры

усреднения скорости ионизации $w(\mathbf{p}, t)$ по периоду поля. Величина мгновенного тока фотоэлектронов, наводимого внешним полем в момент времени t , определяется интегралом

$$J(t) \propto \int_{-\infty}^t d\eta \int d\mathbf{r} \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) \mathbf{E}_0 \mathbf{r} \cos(\omega\eta) \times \exp\left\{\frac{i}{\hbar} \left[I_0 \eta - \mathbf{P}(\theta) \mathbf{r} + \frac{1}{2m} \int_0^\eta [\mathbf{P}(\theta)]^2 d\theta \right]\right\}. \quad (30)$$

Так как основной вклад в скорость ионизации $w(\mathbf{p}, t)$ вносят фотоэлектроны с малым p [1, 62], для одномерного случая фотоионизации в линейно поляризованном вдоль оси z световом поле получаем:

$$J(t) \propto \int_{-\infty}^t d\eta \int_{-\infty}^{\infty} dz \exp\left(-\frac{z}{a_0}\right) E_0 z \cos(\omega t) \times \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_0^\eta \Phi(z, \theta) d\theta\right], \quad (31)$$

где

$$\Phi(z, \theta) = I_0 - eE_0 z \cos(\omega\theta) + \frac{1}{2m} \left(\frac{eE_0}{\omega}\right)^2 \sin^2(\omega\theta). \quad (32)$$

Быстрые осцилляции экспоненциального множителя под знаком интеграла в выражении (31) устраняются при выполнении требования $\Phi(z, \theta) \approx 0$. Так как критерий режима сильного поля, $\gamma \ll 1$, эквивалентен неравенству $(eE_0)^2/(2m\omega^2) \gg I_0$, электрон в этом режиме набирает кинетическую энергию, равную потенциалу ионизации I_0 , за небольшой интервал времени $[-\tau_0, \tau_0]$ в окрестности пика светового поля (рис. 4в). Значение τ_0 определяется из уравнения

$$\sin^2(\omega\tau_0) = \omega^2 \frac{2mI_0}{(eE_0)^2} = \gamma^2 \ll 1. \quad (33)$$

Так как согласно (33) $\sin^2(\omega\tau_0) \ll 1$, для интервала времени $[-\tau_0, \tau_0]$ в выражении (32) можно воспользоваться разложениями $\sin^2(\omega\theta) \approx (\omega\theta)^2$, $\cos(\omega\theta) \approx 1 - (\omega\theta)^2/2$. При этом решение уравнения $\Phi(z, \theta) = 0$ может быть записано в виде

$$z_0 \approx \frac{I_0}{eE_0} \left[1 + \left(1 + \frac{2}{\gamma^2}\right) \frac{\omega^2 \theta^2}{2} \right]. \quad (34)$$

Подставляя это решение в выражение (31), получаем следующую оценку для $J(t)$:

$$J(t) \propto \exp\left[-\frac{(2m)^{1/2} I_0^{3/2}}{e\hbar E_0}\right] \times \int_{-\infty}^t \exp\left\{-\frac{(2m)^{1/2} I_0^{3/2}}{e\hbar E_0} \left[\left(1 + \frac{2}{\gamma^2}\right) \frac{\omega^2 \theta^2}{2} \right]\right\} d\theta. \quad (35)$$

Несмотря на все сделанные приближения, выражение (35) в пределе $\omega \rightarrow 0$ приводит к правильному результату для скорости туннелирования в постоянном поле,

$$w_{dc} \propto \exp\left[-\frac{4}{3} \frac{(2mI_0^3)^{1/2}}{e\hbar E_0}\right]. \quad (36)$$

Эта формула может быть записана в каноническом виде (1), $w \propto \exp(-\kappa d)$, где $d = I_0/(eE_0)$, а κ — длина волны де Бройля туннелирующего электрона.

Вычисляя интеграл в выражении (35), получаем

$$J(t) \propto \exp\left[-\frac{(2m)^{1/2} I_0^{3/2}}{e\hbar E_0}\right] \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{t}{\tau_e}\right) \right], \quad (37)$$

где $\operatorname{erf}(u) = 2\pi^{-1/2} \int_0^u \exp(-\xi^2) d\xi$ — интеграл ошибок, и мы ввели параметр

$$\tau_e = 2^{1/4} (e\hbar E_0)^{1/2} (mI_0^3)^{-1/4} \omega^{-1} \left(1 + \frac{2}{\gamma^2}\right)^{-1/2}. \quad (38)$$

Как легко видеть из формулы (37), временной профиль тока фотоэлектронов $J(t)$ имеет форму крутой ступеньки, средняя точка которой определяется пиком светового поля. Ступеньки подобной формы действительно наблюдаются в измеряемых с аттосекундным разрешением временных профилях фотоэлектронного тока в режиме сильного поля. Скорость нарастания $J(t)$, т.е. крутизна ступеньки, описываемой функцией вида $1 + \operatorname{erf}(t/\tau_e)$, определяется параметром τ_e . Так как $\tau_0 \propto E_0^{-1/2}$, увеличение интенсивности светового поля приводит к росту крутизны ступенек временного профиля $J(t)$. В пределе $E_0 \rightarrow \infty$ функция $J(t)$ стремится к функции Хевисайда $J(t) \rightarrow \Theta(t)$, перепад которой привязан к пику светового поля. В этом смысле можно сказать, что туннелирование электрона следует за внешним полем без запаздывания.

Теперь мы можем вернуться к ключевому вопросу о роли параметра Келдыша как меры адиабатичности процесса фотоионизации. При достаточно высоких интенсивностях поля, когда условие

$$\frac{1}{2m} \left(\frac{eE_0}{\omega}\right)^2 \sin^2(\omega\theta) \gg I_0, \quad -\tau_0 < \theta < \tau_0 \quad (39)$$

выполняется для всех моментов времени, за исключением короткого промежутка $[-\tau_0, \tau_0]$ вблизи пика светового поля (рис. 4в), уравнение (34) для эффективной ширины потенциального барьера принимает вид

$$z_0 \approx I_0 (eE_0)^{-1} \left[1 + \left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 \theta^2 \right] = I_0 (eE_0)^{-1} + (2m)^{-1} eE_0 \theta^2. \quad (40)$$

Выход фотоэлектронов $J(t)$ при этом перестаёт зависеть от частоты. В этом режиме для времени нарастания $J(t)$ имеем

$$\tau_e \approx (e\hbar E_0)^{1/2} (2mI_0^3)^{-1/4} \frac{\gamma}{\omega} = \left(\frac{2m}{I_0}\right)^{1/4} \left(\frac{\hbar}{eE_0}\right)^{1/2}. \quad (41)$$

Таким образом, анализ динамики фотоионизации без усреднения по периоду светового поля позволяет сформулировать критерий режима сильного поля в виде выражения (39). Записанное в таком виде условие сильного поля автоматически, с учётом выражений (33)–(35), приводит к не зависящей от частоты поля скорости фотоионизации, т.е. диктует адиабатический характер процесса фотоионизации. Важно отметить, что из-за операции усреднения по циклу поля, выполняемой при получении канонического варианта формулы Келдыша, пондеромоторная энергия входит в ключевые выражения теории Келдыша как слагаемое $e^2 E_0^2 / (4m\omega^2)$ в выражении (9) и множитель $[1 + 1/(2\gamma^2)]$ в формуле (14). Таким образом, из-за усреднения по циклу поля теряется связь

между отсутствием частотной зависимости скорости ионизации и динамикой фотоионизации внутри цикла поля.

Выражения (30)–(39) наглядно показывают, что именно динамика фотоионизации в пределах сверхкороткого интервала времени $[-\tau_0, \tau_0]$ вблизи пика светового поля обуславливает отсутствие частотной зависимости в выражении для скорости фотоионизации. Как следует из этих выражений, фотоионизация при этом является следствием туннелирования электронов через потенциальный барьер, происходящего за сверхкороткий интервал времени $[-\tau_0, \tau_0]$. На протяжении этого интервала времени определяющая скорость фотоионизации ширина потенциального барьера, в соответствии с выражением (40), может считаться приблизительно постоянной и равной $d = I_0/(eE_0)$. Линейное по времени слагаемое в выражении для эффективной ширины барьера отсутствует. Первая исчезающая поправка растёт со временем как $(2m)^{-1}eE_0\theta^2$ и также не зависит от частоты светового поля.

Вернёмся теперь к вопросу о том, может ли связанное с параметром Келдыша время γ/ω быть использовано для определения времени $\tau_b = d/v$ подбарьерного движения электрона в процессе туннелирования. Заметим, что неравенство (39) ведёт к соотношению $(eE_0)^2/(2m\omega^2) \gg I_0$, которое может быть переписано в виде $\gamma^2 \ll 1$ (см. также уравнение (33)), полностью эквивалентном критерию адиабатичности и туннельной ионизации в теории Келдыша. Решая уравнение (33) относительно τ_0 , получаем $\tau_0 = \omega^{-1} \arcsin \gamma$. В режиме $\gamma \ll 1$ это решение принимает вид $\tau_0 \approx \gamma/\omega = (2mI_0)^{1/2}/(eE_0)$. Таким образом, в соответствии с предвидением Келдыша, отношение γ/ω действительно задаёт ключевой для динамики фотоионизации масштаб времени. Однако этот параметр не связан с временем подбарьерного движения электрона $\tau_b = d/v$, а возникает как время, требующееся электрону для того, чтобы набрать кинетическую энергию, равную потенциалу ионизации.

Таким образом, предложенная полуклассическая трактовка адиабатичности процесса фотоионизации в поле сверхкороткого светового импульса приводит к критерию адиабатичности, точно совпадающему с критерием Келдыша, однако свободна от предположения о действительном времени подбарьерного движения электрона. Величиной, непосредственно измеримой в эксперименте, является параметр времени $\tau_e \approx (e\hbar E_0)^{1/2}(2mI_0^3)^{-1/4}\tau_0$. Для светового поля интенсивностью порядка 10^{14} Вт см⁻² эта величина составляет $\tau_e \approx 0,14$ фс. Несмотря на малость этой величины, параметр τ_e , характеризующий время нарастания $J(t)$, может быть измерен с достаточно высокой точностью путём прямой регистрации выхода фотоэлектронов [85, 87] (см. рис. 5) или на основе анализа спектра оптических гармоник [16, 17, 93].

6. Фотоионизация и осциллирующий потенциальный барьер

Для более полного выяснения динамических аспектов картины фотоионизации в теории Келдыша остановимся на соотношении процесса ионизации в переменном внешнем поле и явления прохождения частицы через осциллирующий прямоугольный потенциальный барьер

в постановке Ландауэра–Буттикера [94]. В своей канонической постановке задача туннелирования частицы через прямоугольный барьер формулируется для свободной частицы с волновой функцией в виде плоской волны и потенциального барьера высотой V_0 и шириной d . Анализ туннелирования частицы через барьер такого вида важен для понимания туннельных процессов в полупроводниковых материалах и структурах. Буттикером и Ландауэром рассмотрен осциллирующий во времени прямоугольный потенциальный барьер вида (рис. 4г)

$$V(x, t) = V_0(x) + V_1(x) \cos(\omega t). \quad (42)$$

Возмущение $V_1(x)$ полагается однородным и равным V_1 внутри барьера и равным нулю за пределами барьера (рис. 4г).

С учётом осциллирующего потенциального барьера гамильтониан частицы имеет вид

$$H = \frac{p^2}{2m} + V_0 + V_1 \cos(\omega t). \quad (43)$$

Решение уравнения Шрёдингера для такого гамильтониана может быть записано в виде

$$\psi(x, t; E) = \varphi_E(x) \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right) \exp\left[-i \frac{V_1}{\hbar\omega} \sin(\omega t)\right], \quad (44)$$

где $\varphi_E(x)$ — решение уравнение Шрёдингера,

$$H_0 \varphi_E(x) = E \varphi_E(x) \quad (45)$$

для гамильтониана

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V_0. \quad (46)$$

Записывая решение уравнения (45) в области действия прямоугольного потенциала в виде $\varphi_E(x) = \exp(\pm \kappa x)$, где $\kappa = [2m(V_0 - E)]^{1/2}/\hbar$, получаем

$$\begin{aligned} \psi_{\pm}(x, t; E) = & \exp(\pm \kappa x) \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right) \times \\ & \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\left(\frac{V_1}{\hbar\omega}\right) \exp(-in\omega t), \end{aligned} \quad (47)$$

где $J_n(x)$ — функции Бесселя.

В модели Буттикера и Ландауэра $V_1/\hbar\omega$ настолько мало, что в сумме по n в выражении (47) достаточно ограничиться слагаемыми с $n = 0, \pm 1$. Анализ коэффициентов пропускания T_{\pm} для частиц с энергиями $E \pm \hbar\omega$, соответствующих $n = \pm 1$, показывает, что в предельном случае низких частот $T_+ \approx T_-$. Однако при увеличении частоты T_+ оказывается отличным от T_- , причём $(T_+ - T_-)/(T_+ + T_-) \approx \tanh(\omega\tau_{LB})$, где $\tau_{LB} = md/(\hbar\kappa)$. Этот результат интерпретируется в терминах различного времени подбарьерного движения частиц с энергиями $E \pm \hbar\omega$. Согласно этой интерпретации время $\tau_{LB} = md/(\hbar\kappa)$ играет роль времени подбарьерного движения частицы.

Ввиду того что время $\tau_{LB} = md/(\hbar\kappa)$ может быть записано в виде $\tau_{LB} = d/v$, такая интерпретация согласуется с обсуждавшейся в разделе 5 интерпретацией связанного с параметром Келдыша времени γ/ω как времени подбарьерного движения $\tau_b = d/v$. В этом смы-

сле часто говорят о "времени Келдыша" как о частном случае времени Ландауэра–Буттикера. Остановимся подробнее на соотношении этих времён.

Прежде всего, необходимо отметить, что решаемая в теории Келдыша задача о фотоионизации в поле электромагнитного излучения отличается по характеру динамики и виду потенциала от задачи о прохождении частицы через осциллирующий прямоугольный барьер вида (42). Вид волновых функций стационарных состояний электрона в кулоновском потенциале существенно отличается от плоской волны, описывающей волновую функцию туннелирующей частицы в задаче Ландауэра–Буттикера. В отличие от возмущения прямоугольного потенциального барьера в задаче Ландауэра–Буттикера, возмущение стационарной части потенциала, вызываемое полем электромагнитного излучения в задаче о фотоионизации, не является пространственно однородным (ср. рис. 4а и г). Наконец, в задаче о фотоионизации изменение потенциала таково, что за каждым всплеском тока фотоэлектронов, обусловленным вызываемым полем подавлением потенциала, следует полупериод поля, в течение которого поле увеличивает потенциальный барьер для данного направления в пространстве. При этом часть прошедших через барьер электронов возвращается к родительскому иону.

Тот факт, что связанное с параметром Келдыша время γ/ω и время Ландауэра–Буттикера могут быть интерпретированы как время подбарьерного движения $\tau_b = d/v$, является важным и во многих отношениях показательным результатом анализа различных режимов квантового туннелирования. Этот результат указывает, в частности, на эвристическую ценность бомовского понятия скорости [81], сохраняющего свой смысл в условиях квантового туннелирования, когда импульс и связанная с ним скорость, определяемые по правилам канонической квантовой механики, оказываются мнимыми. При этом именно в рамках канонической квантовой механики, как указывалось в разделах 4 и 5, интерпретация параметра времени γ/ω в теории фотоионизации Келдыша и параметра τ_{LB} в модели осциллирующего барьера Ландауэра–Буттикера как времени подбарьерного движения сталкивается с принципиальными трудностями. Действительные и измеримые интервалы времени в рамках стандартного варианта квантовой механики получаются лишь в смысле слабых измерений [75–79, 95, 96], путём отказа от обычного, наследуемого из классической механики, определения времени, подразумевающего фиксированные в пространстве точки начала и конца движения (рис. 4б).

Не давая удовлетворительного рецепта в отношении измерения понимаемых в строгом смысле временных интервалов, канонический квантово-механический анализ задачи туннелирования вновь и вновь приводит нас к стационарной картине процесса, выражаемой формулами (1) и (2), согласно которой вероятность туннелирования является экспоненциально убывающей функцией отношения эффективной толщины барьера d и длины волны де Бройля. Именно к такому виду вероятности ионизации приводят условие стационарной точки для ионизации в переменном поле и выражения для коэффициентов пропускания T_{\pm} в модели Ландауэра–Буттикера.

Вернёмся к выражению (47) для волновой функции частицы, туннелирующей через периодически осцилли-

рующей барьер (42). Рассмотрим волновую функцию (47), не ограничивая анализ слагаемыми с $n = 0, \pm 1$. Заметим, что сумма по n в правой части выражения (47) соответствует суперпозиции состояний с уровнями энергии $E \pm n\hbar\omega$. При малых $V_1/\hbar\omega$ коэффициенты разложения функции $\psi_{\pm}(x, t; E)$ по собственным функциям стационарных состояний $\exp(\pm kx) \exp(-iEt/\hbar)$ определяются первыми слагаемыми в полиномиальном разложении функций Бесселя, $c_n \propto (V_1/\hbar\omega)^n$. Полагая возмущение потенциала пропорциональным полю, $V_1 \propto E$, получаем, что вероятность прохождения через барьер для состояния с энергией $E \pm n\hbar\omega$ пропорциональна I^n , где I — интенсивность поля. При $n > (V_0 - E)/(\hbar\omega)$ имеем случай частицы, энергия которой в результате поглощения n фотонов становится больше потенциального барьера, $E + n\hbar\omega > V_0$, и прохождение которой через барьер носит черты многофотонной ионизации атома. Как и в случае многофотонной ионизации атома, вероятность этого режима туннелирования пропорциональна I^n . Приближение $c_n \propto (V_1/\hbar\omega)^n$ применимо лишь для $V_1/\hbar\omega < 1$. При $V_1 \sim eEa_0$, где $a_0 = \hbar/(2mI_0)^{1/2}$, I_0 — потенциал ионизации, это условие эквивалентно неравенству $\gamma > 1$, т.е. условию многофотонной ионизации в теории Келдыша.

7. Трудности калибровки и границы применимости дипольного приближения

Одна из главных принципиальных трудностей теории фотоионизации Келдыша связана [97, 98] с характером скалярного и векторного потенциалов, выбираемых для описания полей в рамках этой теории, а также с видом оператора взаимодействия электрона со световым полем,

$$V(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{r}\mathbf{E}_0 \cos(\omega t), \quad (48)$$

записываемого в дипольном приближении. Поля, полностью задаваемые скалярным потенциалом $\varphi(t) = -e\mathbf{r}\mathbf{E}(t)$ при нулевом векторном потенциале, $\mathbf{A} = 0$, принадлежат классу продольных полей. Такие поля могут изменяться во времени, но не распространяться. Электромагнитные поля принадлежат к классу распространяющихся полей с зависящим как от времени, так и от пространственных координат векторным потенциалом $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \neq 0$. Таким образом, выбор гамильтониана взаимодействия в виде (48) и волновой функции фотоэлектрона в виде волковской функции (8) вызывает широко обсуждающиеся в литературе вопросы относительно применимости туннельного предела теории Келдыша к описанию процесса ионизации в лазерном поле, которое должно описываться ненулевым, зависящим от пространственных координат, векторным потенциалом $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$.

Действительно, за исключением случая потенциала с нулевым радиусом действия, скорость фотоионизации, вычисленная в каноническом варианте теории Келдыша, в общем случае отличается от скорости ионизации, рассчитанной с использованием кулоновской калибровки, т.е. не обладает свойством калибровочной инвариантности. Однако в области применимости дипольного приближения, в условиях, когда эффекты, связанные с наличием магнитного поля и пространственной зависимостью векторного потенциала, пренебрежимо малы,

различие скоростей ионизации, рассчитанных в различных калибровках, является чисто формальным [25]. Количественное описание процесса фотоионизации за пределами применимости дипольного приближения очевидно выходит за рамки оригинальной работы Келдыша, выполненной на заре лазерной эпохи. Однако разъяснение этой трудности представляет безусловный интерес на современном этапе, с учётом появления источников высокоинтенсивных сверхкоротких световых импульсов, позволяющих выполнить прямые экспериментальные исследования связанных с фотоионизацией процессов в широком диапазоне частот [99–110].

Отметим, что как сам кажущийся парадокс физической неэквивалентности различных калибровок, так и общая схема правильного решения задачи известны уже достаточно давно [51, 111]. Глубокий обзор этой проблемы дан в работе Быкова [112]. Рассмотрим электрон с импульсом \mathbf{p} и потенциальной энергией $U(\mathbf{r})$ в атоме или молекуле в присутствии электромагнитного поля, содержащего электрическую и магнитную компоненты \mathbf{E} и \mathbf{H} , с векторным потенциалом \mathbf{A} . В кулоновской калибровке ($\text{div } \mathbf{A} = 0$) полный гамильтониан такой системы записывается следующим образом:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + U(\mathbf{r}) + \frac{1}{8\pi} \int (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2) dV. \quad (49)$$

Гамильтониан взаимодействия электрона с полем при этом имеет вид

$$H_{\text{int}} = -\frac{e}{mc} \mathbf{p} \mathbf{A} + \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2. \quad (50)$$

В дипольном приближении, т.е. в предположении, что длина волны излучения много больше размеров атома, главным в выражении (50) является первое слагаемое:

$$H_{\text{int}} \approx -\frac{e}{mc} \mathbf{p} \mathbf{A}(\mathbf{r} = 0). \quad (51)$$

Однако гамильтониан рассматриваемой системы можно записать и по-другому:

$$\tilde{H} = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + U(\mathbf{r}) + \frac{1}{8\pi} \int (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2) dV - e\mathbf{r} \mathbf{E}_\perp + \dots \quad (52)$$

При этом оператор взаимодействия в дипольном приближении имеет вид

$$\tilde{H}_{\text{int}} = -e\mathbf{r} \mathbf{E}. \quad (53)$$

В работе Гёпперт-Майер [51] найдено каноническое преобразование, которое в дипольном приближении, т.е. при выполнении условия

$$ka \ll 1, \quad (54)$$

где k — модуль волнового вектора электромагнитного поля, a — характерный размер области движения электрона (например, радиус боровской орбиты a_0), приводит гамильтониан вида (51) к гамильтониану с оператором взаимодействия (53). В рамках решения квантовой задачи Пауером и Циану [111] найдено унитарное преобразование S_{PZ} , осуществляющее преобразование $\tilde{H} = S_{\text{PZ}}^{-1} H S_{\text{PZ}}$. В работах Уиллиса Лэмба [113–115], однако, замечено, что гамильтониан взаимодействия в виде (48) лучше описывает полученные спектры. Таким обра-

зом, возникает парадокс физической неэквивалентности H_{int} и \tilde{H}_{int} , из которого следует вывод о предпочтительности калибровки, приводящей к гамильтониану с оператором взаимодействия вида (48).

Парадокс разрешается [112] при последовательном квантовом описании как атома или молекулы, так и электромагнитного поля. При этом для правильного вычисления определяющих вероятности переходов матричных элементов, в соответствии с общими правилами унитарных преобразований в квантовой механике, операции преобразования должен быть подвергнут не только гамильтониан, $\tilde{H} = S^{-1} H S$, но и вектор состояния $|\psi\rangle$ системы "атом (молекула) + поле", $|\tilde{\psi}\rangle = S^{-1} |\psi\rangle$. Именно вихревая полевая часть состояния $|\tilde{\psi}\rangle$ устраняет нестационарность начального состояния задачи, восстанавливая стационарное кулоновское поле, идентичное кулоновскому полю непреобразованного начального состояния.

В пределах применимости дипольного приближения преобразование $|\tilde{\psi}\rangle = S^{-1} |\psi\rangle$ не приводит к значительному изменению волновой функции системы. Вычисления, производимые с гамильтонианом взаимодействия (48) и начальным состоянием $\psi_0(\mathbf{r}) = (\pi a^3)^{-1/2} \exp(-r/a)$ в этом приближении, приводят к скорости фотоионизации, содержащей экспоненциальный множитель (10), величина которого в точке стационарной фазы (9) обладает калибровочной инвариантностью [25].

В связи с этим особый интерес представляет вопрос о длинноволновой границе применимости дипольного приближения [97, 98]. Понижение частоты приводит к тому, что эффекты, связанные с магнитной составляющей светового поля, начинают проявляться при меньших интенсивностях поля. В присутствии магнитного поля \mathbf{H} электроны движутся по траекториям, имеющим вид восьмёрки (рис. 6а) с характерными амплитудами колебаний вдоль электрического поля \mathbf{E} и перпендикулярно этому направлению, равными ξ_E и ξ_H . В литературе [97, 98] широко обсуждается вопрос применимости дипольного приближения и теории фотоионизации Келдыша при значениях магнитного поля H_0 , при которых амплитуда ξ_H вызываемых магнитным полем колебаний электронов вдоль направления, перпендикулярного электрическому полю, оказывается сравнимой с радиусом боровской орбиты a_0 . Это условие обычно записывается в виде $\beta_0 \approx U_p / (2mc\omega)$. Интенсивность светового поля I_H , необходимая для выполнения этого условия, растёт с частотой как ω^3 , т.е. быстрее, чем интенсивность I_{rel} , необходимая для достижения релятивистских скоростей электрона, $I_{\text{rel}} \propto \omega^2$. Если принять эту точку зрения [97, 98], то оказывается, что в области больших длин волн режим квазистатического туннелирования, предсказываемый теорией Келдыша, возможен лишь в очень ограниченном диапазоне параметров или вовсе не реализуется.

Созданные в последние годы источники мощных сверхкоротких импульсов электромагнитного излучения среднего инфракрасного диапазона [100–102, 104–110] позволяют исследовать такие необычные режимы взаимодействия излучения с веществом в функции длины волны светового поля (рис. 6б). В связи с этим остановимся подробнее на условии $\beta_0 \approx a_0$ и его значимости для применимости дипольного приближения и реализуемости режима квазистатического туннелирования в теории Келдыша.

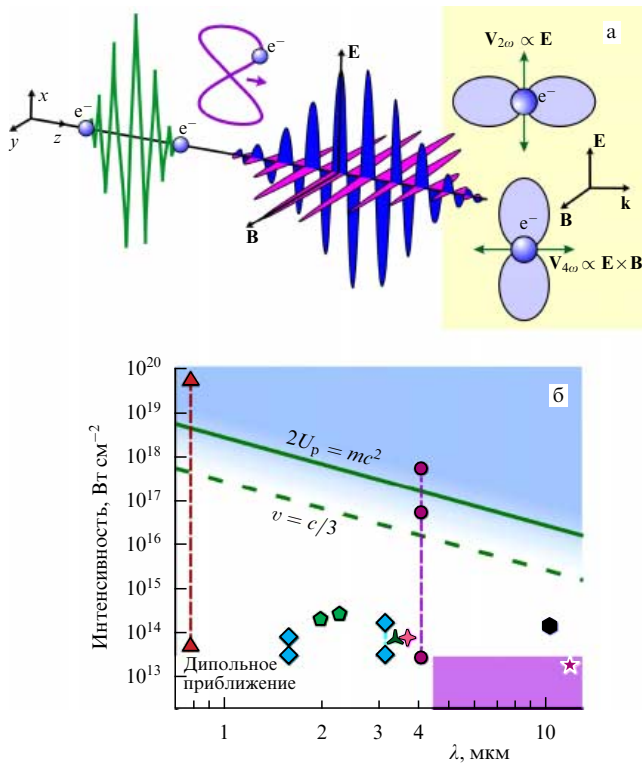


Рис. 6. (а) Движение электрона в поле интенсивного электромагнитного излучения. (б) Длинноволновая граница области применимости дипольного приближения в координатах интенсивность – длина волны. Сплошная линия соответствует выполнению условия $2U_p = mc^2$. Вдоль штриховой линии скорость движения электрона в поле электромагнитной волны составляет $v = c/3$. На диаграмме показаны параметры имеющихся источников интенсивных сверхкоротких импульсов электромагнитного излучения: (\blacktriangle) эксперименты, выполненные с использованием титан-сапфировых лазерных систем, (\blacklozenge) работа [106], (\blacklozenge) работа [101], (\blacktriangle) работа [103], (\blacklozenge) работа [100], (\bullet) работы [105, 107], (\bullet) работа [99], (\star) работы [104, 109, 110].

Запишем оценку отношения амплитуд ξ_H/ξ_E колебательного движения электрона в присутствии электрического и магнитного полей в виде

$$\frac{\xi_H}{\xi_E} \approx \frac{eE}{m\omega c}. \quad (55)$$

Из этой оценки вытекает естественный результат: $\xi_H/\xi_E \approx v_E/c$, где $v_E = eE/(m\omega)$.

Полагая $\xi_H \approx a_0$, находим, что магнитодипольное слагаемое мультипольного разложения гамильтониана взаимодействия по-прежнему много меньше электродипольного слагаемого для всех длин волн $\lambda \gg 8\pi a_0$. Заметим, что это условие лишь числовым коэффициентом отличается от коротковолновой границы применимости дипольного приближения (54).

Магнитодипольное слагаемое мультипольного разложения гамильтониана взаимодействия остаётся малым по сравнению с электродипольным слагаемым при выполнении условия $v_E \ll c$. Так как $v_E/c \approx \gamma^{-1}(v_K/c)$, где $v_K = (2I_0/m)^{1/2}$, это условие эквивалентно требованию

$$\gamma \ll \alpha, \quad (56)$$

где $\alpha \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

Неравенство (56), однако, не означает существования низкочастотной границы применимости теории фото-

ионизации Келдыша. При выполнении условия (56) электрон набирает релятивистскую скорость за время τ_{rel} порядка четверти периода поля, $\tau_{rel} \sim T_0/4$. Процесс фотоионизации при этом, как показано в разделах 4–6 настоящего обзора, происходит за характерное время $\gamma T_0/(2\pi)$. Так как предполагается выполненным условие (56), т.е. $\gamma \ll \alpha \ll 1$, имеем $\gamma T_0/(2\pi) \ll \tau_{rel}$. За этот период времени электрон не успевает набрать релятивистскую энергию. Таким образом, неравенство (56) не может рассматриваться как ограничение на применимость теории Келдыша. Анализу явления фотоионизации в релятивистском режиме, включая обсуждение вопросов выбора калибровки, посвящена обширная литература [24, 116–128].

Недавно выполненные эксперименты [105, 107, 129–131] указывают на необычные свойства сверхбыстрого нелинейно-оптического отклика материалов в среднем ИК-диапазоне. Однако удовлетворительное разъяснение этих особенностей возможно в рамках дипольного приближения и теории фотоионизации Келдыша. Этот вопрос обсуждается в следующем разделе.

8. Динамическая картина фотоионизации и новые режимы нелинейной оптики

Исследование сверхбыстрой, не усреднённой по времени динамики процесса фотоионизации в пределах периода светового поля даёт ключ к пониманию широкого класса необычных нелинейно-оптических явлений, наблюдаемых при воздействии на вещество сверхкоротких лазерных импульсов [5, 11, 132–135]. Особенно интересная и сложная картина сверхбыстрого нелинейного отклика вещества наблюдается для сверхкоротких импульсов среднего ИК-диапазона [100, 101, 136]. Дипольное приближение остаётся применимым для описания нелинейно-оптического отклика вещества и нелинейно-оптических свойств материалов в диапазоне параметров, ограниченном условиями (54) и (56). В режиме слабого светового поля наводимая в среде поляризация может быть записана в виде разложения по степеням поля [137]. Коэффициенты в этом разложении определяют нелинейно-оптические восприимчивости, которые обычно вычисляются путём суммирования по состояниям дискретного спектра системы. Именно это приближение часто оказывается недостаточным для удовлетворительного описания нелинейно-оптического отклика вещества на интенсивное излучение среднего и длинноволнового ИК-диапазона [138].

Для исследования этого вопроса удобно представить волновую функцию оптического электрона в виде суммы $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_b(\mathbf{r}, t) + \psi_f(\mathbf{r}, t)$ слагаемых $\psi_b(\mathbf{r}, t)$ и $\psi_f(\mathbf{r}, t)$, соответствующих состояниям с отрицательной и положительной энергией. Состояния с отрицательной энергией являются связанными. Состояния с положительной энергией соответствуют неограниченному движению электрона. Такие состояния принято называть свободными, хотя волновая функция $\psi_f(\mathbf{r}, t)$, очевидно, отличается от волновой функции свободного электрона в отсутствие какого-либо потенциала.

Продольная составляющая дипольного момента при этом может быть записана в виде суммы трёх слагаемых (рис. 7): $d_z(t) = d_{bb}(t) + d_{ff}(t) + d_{bf}(t)$, соответствующих вкладу переходов между связанными состояниями ($d_{bb}(t)$), свободными состояниями ($d_{ff}(t)$), а также пере-

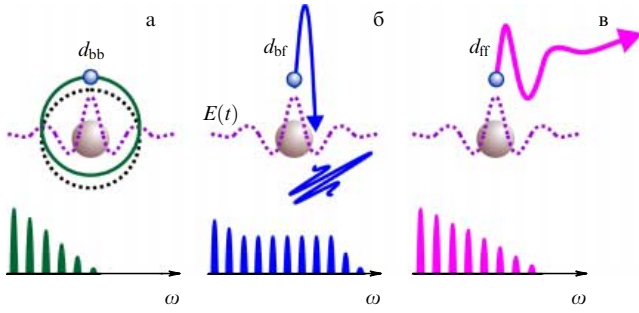


Рис. 7. Дипольная составляющая оптической нелинейности, обусловленная электронными переходами между связанными электронными состояниями (а), между связанными и свободными состояниями (б), между свободными состояниями (в).

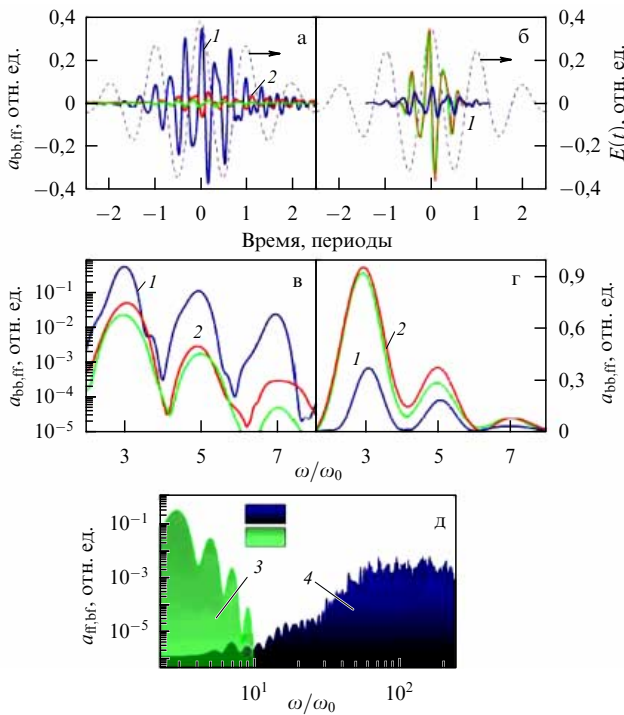


Рис. 8. (В цвете онлайн.) Временная динамика (а, б) и спектры (в, г) амплитуд излучения $a_{bb,ff}$ (синие линии 1) и a_{ff} (красные линии 2), генерируемого лазерным импульсом (показан штриховой линией) с интенсивностью 110 ТВт см^{-2} , длительностью $10/\omega_0$ и центральной длиной волны $0,8 \text{ мкм}$ (а, в) и $4,0 \text{ мкм}$ (б, г). (д) Спектры излучения a_{ff} (зелёная заливка 3) и a_{bf} (синяя заливка 4) в поле лазерного импульса с интенсивностью 110 ТВт см^{-2} , длительностью $10/\omega_0$ и центральной длиной волны $4,0 \text{ мкм}$.

ходов между связанными и свободными состояниями ($d_{bf}(t)$). В присутствии внешнего поля среднего и длинноволнового ИК-диапазона динамика каждой из этих трёх составляющих дипольного момента в пределах периода светового поля оказывается существенно различной.

На рисунках 8 и 9 представлены спектры излучения и временная динамика для амплитуд излучения $a_{bb,ff,bf} \propto \partial^2 d_{bb,ff,bf} / \partial t^2$, обусловленного различными составляющими дипольного момента, рассчитанными на основе численного решения нестационарного уравнения Шрёдингера для атома водорода. Спектр излучения, обусловленного дипольным моментом d_{bb} , имеет вид, характерный для режима слабого внешнего поля, во всём

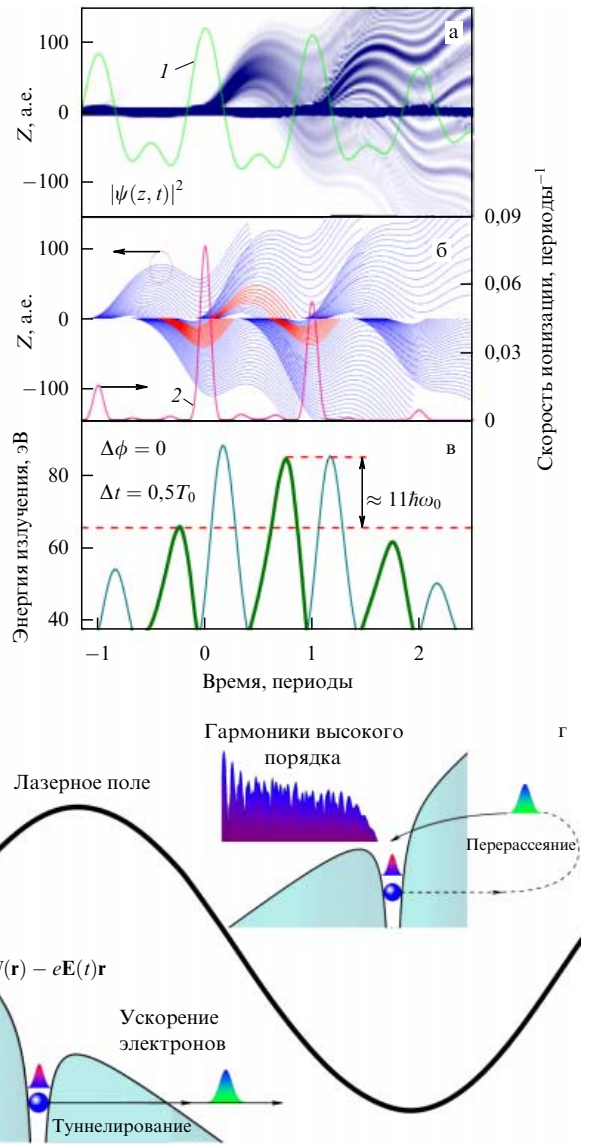


Рис. 9. (В цвете онлайн.) (а–в) Генерация коротковолнового излучения фотоэлектронами в поле интенсивного сверхкороткого двухцветного лазерного импульса (зелёная линия 1): (а) траектории фотоэлектронов, найденные путём решения нестационарного уравнения Шрёдингера, (б) траектории фотоэлектронов, найденные путём решения классических уравнений движения, и скорость фотоионизации (красная линия 2), (в) энергия излучения, испускаемого фотоэлектронами; $\Delta\phi$ — сдвиг фаз между полем накачки и полем второй гармоники, Δt — задержка импульса второй гармоники относительно импульса накачки. (г) Генерация оптических гармоник высокого порядка фотоэлектронами в модели Коркума. Интенсивный сверхкороткий лазерный импульс вызывает фотоионизацию атома. Образующиеся фотоэлектроны ускоряются лазерным полем. Часть фотоэлектронов возвращается к родительскому иону, генерируя оптические гармоники в процессе перерасеяния на ионе.

диапазоне интенсивностей I_0 и длин волн λ_0 внешнего поля, исследованном на рис. 8. Интенсивность гармоник в спектре излучения d_{bb} быстро уменьшается как функция порядка нелинейности (рис. 7а). Спектры излучения такого вида указывают на то, что связанный с d_{bb} нелинейно-оптический отклик с высокой точностью может быть описан в рамках теории возмущений с использованием разложения поляризации среды по степеням поля.

В этом же диапазоне I_0 и λ_0 в спектре излучения, обусловленного переходами между связанными и свободными состояниями (составляющая дипольного момента d_{bf}), наблюдаются протяжённые плато (рис. 7б, 8д), в пределах которых гармоники различных порядков имеют практически одинаковую интенсивность. Наличие плато в спектре гармоник указывает на неприменимость основанного на теории возмущений описания нелинейно-оптического отклика среды. Высокочастотная граница плато, как показано в пионерской работе Коркума [139], определяется потенциалом ионизации и кинетической энергией, набираемой ускоряемым внешним полем электроном к моменту рассеяния на собственном ионе (рис. 7б, 9). Именно этот режим взаимодействия интенсивных сверхкоротких импульсов излучения с веществом используется для генерации аттосекундных импульсов и аттосекундной диагностики быстропротекающих процессов в веществе (см. рис. 9) [11, 120].

Нелинейно-оптический отклик, обусловленный переходами между свободными состояниями электрона, имеет существенно иные свойства. В случае низких интенсивностей поля I_0 и коротких волн λ_0 амплитуда излучения a_{ff} , обусловленного переходами между свободными состояниями, по крайней мере, на один-два порядка меньше амплитуды a_{bb} (см. рис. 8). Однако по мере роста интенсивности I_0 и длины волны λ_0 соотношение между амплитудами a_{ff} и a_{bb} изменяется. Как видно на рис. 8, в случае интенсивных полей среднего ИК-диапазона переходы между свободными состояниями дают существенно больший вклад в излучение оптических гармоник, чем переходы между связанными состояниями.

Для выяснения физического механизма значительного увеличения вклада свободных электронов в нелинейный отклик среды в низкочастотных световых полях рассмотрим населённость состояний непрерывного спектра $\rho_f(t) = \int_V |\psi_f(\mathbf{r}, t)|^2 d\mathbf{r}$. В случае низких интенсивностей I_0 и коротких волн λ_0 волновая функция электрона оказывается сильно локализованной вблизи атомного остова. Населённость состояний непрерывного спектра при этом описывается осциллирующей функцией времени, следующей, как показано на рис. 9а, за осцилляциями внешнего поля. Такие осцилляции величины $\rho_f(t)$ свидетельствуют о том, что большая часть электронов, оказывающихся в состояниях непрерывного спектра при максимальных значениях поля, возвращается назад, к атомному остову в течение следующего полуцикла поля (см. рис. 8, 9). Траектории таких электронов, полученные на основе численного решения нестационарного уравнения Шрёдингера [138], представлены на рис. 9а. В этом режиме в любой момент времени населённость состояний непрерывного спектра мала по сравнению с населённостью связанных состояний, определяемой коэффициентами разложения $|\alpha_{n,l}(t)|^2$ волновой функции

$$\psi_b(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=0}^{n-1} \alpha_{n,l}(t) \psi_{n,l}(\mathbf{r})$$

по собственным функциям связанных состояний с квантовыми числами n и l .

Увеличение интенсивности и длины волны λ_0 внешнего поля приводит к росту амплитуды движения электронов (см. рис. 8). В пределе классической динамики увеличение амплитуды как функции амплитуды E_0 и

длины волны внешнего поля описывается множителем $E_0 \lambda_0^2$. Ввиду квазиклассического характера динамики электронов в состояниях непрерывного спектра эта характерная для классического движения электронов тенденция проявляется и при квантовом описании электронной динамики — волновая функция электронов уже не локализована вблизи атомного остова, а распределена в протяжённой области. Энергия, приобретаемая ускоряемыми внешним полем электронами, растёт с увеличением интенсивности и длины волны внешнего поля (в классическом пределе как $I_0 \lambda_0^2$). При этом интенсивность гармоник низкого порядка, излучаемых дипольным моментом d_{ff} , оказывается значительно выше интенсивности тех же гармоник, излучаемых электронами в связанных состояниях (рис. 8д). Таким образом, анализ неусреднённой динамики ионизации в пределах периода светового импульса позволяет объяснить широкий класс необычных нелинейно-оптических явлений, наблюдающихся в поле интенсивных сверхкоротких импульсов среднего и длинноволнового ИК-диапазона.

9. Диагностика динамики электронного туннелирования

Фотоионизация — один из ключевых фундаментальных процессов взаимодействия лазерного излучения с веществом. Возникающие на сверхбыстрой временной шкале за долю цикла лазерного поля фотоэлектроны запускают каскад сложных, многообразных, взаимосвязанных явлений в физических, химических и биологических системах (рис. 10а, б). Если методы исследования этих вторичных, значительно более медленных процессов достаточно хорошо разработаны, то методология и инструментарий исследования сверхбыстрых явлений лазерной ионизации, включая, прежде всего, субфемтосекундные процессы, связанные с лазерно-индуцированным туннелированием электронов, находятся в состоянии формирования [140].

Быстро развивающиеся методы аттосекундной диагностики быстропротекающих процессов дают возможность прямого измерения выхода фотоэлектронов [85, 87]. Эта постоянно совершенствующаяся методология позволяет получить уникальную экспериментальную информацию о процессах лазерной ионизации, выяснить фундаментальные физические свойства процесса электронного туннелирования в поле интенсивных сверхкоротких лазерных импульсов, а также использовать образующиеся в результате туннелирования фотоэлектроны для исследования динамики молекулярных систем с беспрецедентно высоким временным и пространственным разрешением. Разработанная в последние годы методика двухканальной регистрации туннелирующих фотоэлектронов [87] обеспечивает возможность независимого определения параметров токов фотоэлектронов, индуцируемых соседними циклами лазерного поля, являясь мощным инструментом исследования сверхбыстрой динамики атомов и молекул (см. рис. 5). Недавно выполненные эксперименты показывают возможность реализации методики стерео-НПИ на основе компактных волоконных источников однопериодных световых импульсов [91].

Естественное ограничение методов аттосекундной диагностики и метрологии, основанных на прямом из-

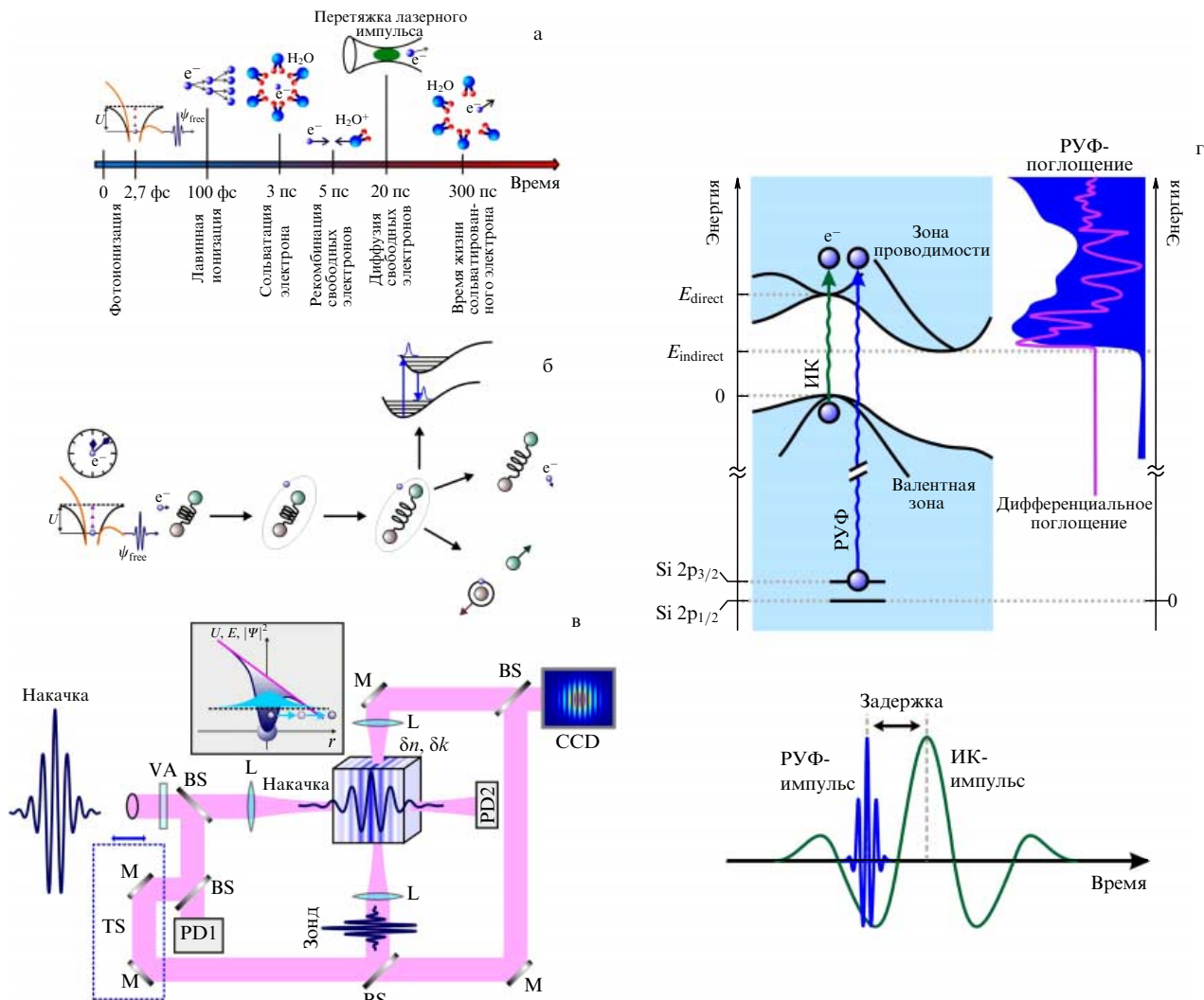


Рис. 10. (а, б) Каскады процессов, возникающих в жидкой фазе и биологических средах под действием генерируемых в результате процесса сверхбыстрой фотоионизации фотоэлектронов и приводящих к образованию сольватированных электронов (а) и активных форм кислорода (б). (в) Оптическая диагностика сверхбыстрых процессов фотоионизации в твёрдом теле. Здесь PD — фотодиод, CCD — ПЗС, М — зеркало, BS — светоделительные пластины, TS — столик на подаче, L — линзы, VA — регулируемый attenuator излучения. (г) Аттосекундная оптическая диагностика электронной динамики в полупроводнике с помощью сверхкороткого лазерного импульса и аттосекундного импульса УФ-рентгеновского диапазона (РУФ).

мерении тока фотоэлектронов, связано с невозможностью использовать эту технологию для исследования быстропротекающих явлений в глубине твердотельных и жидкофазных сред. Ввиду широкого распространения оптических методов микроскопии биологических систем [141 – 147], а также быстрого развития оптических методов изучения мозга и нейростимуляции [148 – 158] всё более острой становится потребность в полностью оптических методах диагностики процесса фотоионизации в биологических системах. Даже при значениях электронной плотности, далёких от уровня, при котором возникает опасность оптического пробоя, возникающие в результате фотоионизации фотоэлектроны [159 – 161] могут приводить к образованию сольватированных электронов (рис. 10а) и активных форм кислорода (рис. 10б), которые могут служить причиной паразитного сигнала и приводить к гибели клеток.

Перспективы решения этих сложных задач связаны, в первую очередь, с использованием полностью оптических методов диагностики процессов сверхбыстрой

ионизации в лазерном поле (рис. 10в, г). Широкие возможности регистрации и исследования сверхбыстрых процессов ионизации, открывающиеся при использовании нелинейно-оптических методов, основанных на генерации оптических гармоник и многоволновом взаимодействии оптических полей, были выяснены еще два-три десятилетия назад в экспериментах, выполненных с использованием сначала нано- и пикосекундных [13, 162 – 165], а затем и фемто- [166, 167], и аттосекундных [168] лазерных импульсов (рис. 10в, г).

Стремительный прогресс лазерных технологий и развитие новых методов характеристики сверхкоротких нелинейно-оптических сигналов, возникающих в результате взаимодействия световых полей с ионизируемой системой, позволили реализовать принципиально новые схемы регистрации и диагностики сверхбыстрых процессов ионизации в газах [11, 16, 135], твёрдом теле [17, 169 – 172] и биологических системах [173] (рис. 10в, г). Богатая информация о субфемтосекундной динамике процесса фотоионизации содержится в спектрах оптических гар-

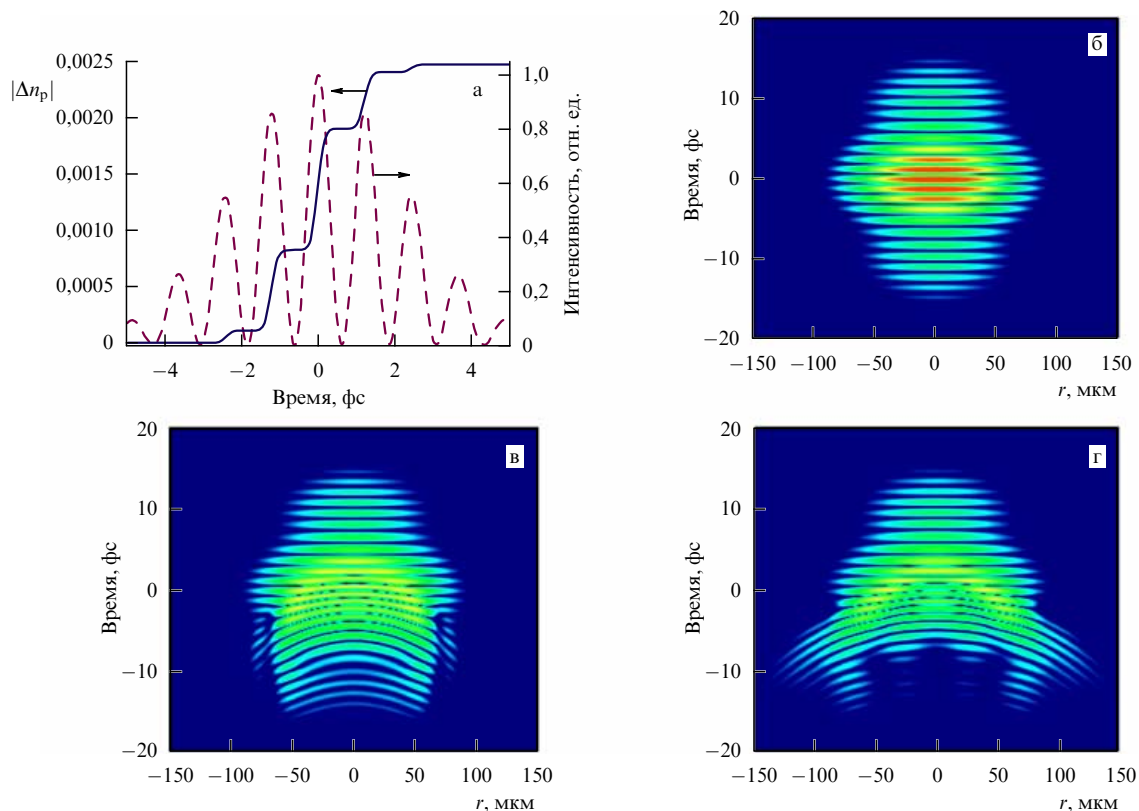


Рис. 11. (а) Динамика ионизации неона сверхкоротким импульсом лазерного излучения: временные профили модуля добавки к показателю преломления газа, обусловленной генерацией свободных электронов (сплошная линия), и интенсивности светового поля (штриховая линия). Максимальная интенсивность светового поля $8,5 \times 10^{14}$ Вт см $^{-2}$, давление неона 1 атм. (б–г) Пространственно-временная динамика сверхкороткого светового импульса в ионизируемой газовой среде (неон при давлении 20 бар): (б) на расстоянии 1,5 мм до фокуса, (в) в фокусе, (г) на расстоянии 1,5 мм за фокусом.

моник [16, 17]. На основе детального анализа спектров оптических гармоник удаётся реализовать схемы полностью оптической регистрации диагностики сверхбыстрых ионизационных явлений в газовой и конденсированной фазе вещества [17, 169–172]. Роль субфемтосекундного зондирующего воздействия при этом выполняет небольшая часть периода светового колебания, вызывающая сверхбыструю туннельную ионизацию (рис. 10в). Формирующийся в результате этого процесса временной профиль электронной плотности характеризуется наличием резких перепадов электронной плотности, привязанных к отдельным полуциклам лазерного импульса. Количественная информация о динамике фотоионизации получается путём анализа спектра оптических гармоник, являющегося фурье-образом временного профиля электронной плотности [17]. Ключевым для такой схемы диагностики процесса фотоионизации является детальное понимание пространственно-временной динамики сверхкороткого лазерного импульса в ионизируемой среде [174].

На рисунке 11а представлены результаты расчётов, выполненных с использованием модели туннельной ионизации, обоснованной в работе Юдина и Иванова [175]. Сплошной линией на рисунке показана временная зависимость модуля добавки к показателю преломления газа $|\Delta n_p|$, обусловленной генерацией свободных электронов в газовой среде под действием сверхкороткого светового импульса с интенсивностью $8,5 \times 10^{14}$ Вт см $^{-2}$, обеспечивающей режим туннельной ионизации. Так как скорость туннельной ионизации достигает максималь-

ных значений вблизи максимумов интенсивности светового поля (мгновенная интенсивность в сверхкоротком импульсе показана штриховой линией на рис. 11а), на временной зависимости плотности свободных электронов и связанной с ней плазменной добавки к показателю преломления Δn_p наблюдаются ярко выраженные ступеньки (сплошная линия на рис. 11а).

Подобные сверхбыстрые изменения электронной плотности газа, ионизируемого сверхкоротким световым импульсом, зарегистрированы экспериментально методами масс-спектрометрии [85] и генерации оптических гармоник [16, 17]. Каждая из ступенек на временной зависимости Δn_p синхронизована с соответствующим полуциклом светового поля (рис. 11а). Характерное время нарастания электронной плотности в пределах наиболее интенсивного полуцикла поля на рис. 11а составляет примерно 0,5 фс. Реализуемые при таких условиях сверхбыстрые изменения локального показателя преломления материала могут быть использованы для высокоскоростного управления оптическими сигналами в оптоволоконных системах [176, 177] и полупроводниковых волноводных микрорезонаторах [178]. Перепады электронной плотности, возникающие в каждом полуцикле поля вблизи максимумов его интенсивности, приводят к неоднородным по пучку искажениям формы колебаний поля (рис. 11б–г). Информация об этих искажениях, а следовательно, и о сверхбыстрых ионизационных процессах, может быть получена с помощью анализа спектра сверхкороткого пробного лазерного импульса [16, 17, 179, 180].

10. Формализм Келдыша и универсальный профиль дисперсии оптической нелинейности

Разработанный Келдышем формализм для описания фотоионизации и многофотонного поглощения в твёрдом теле позволяет выяснить универсальные свойства дисперсии нелинейно-оптического отклика, связанного с межзонными переходами в полупроводниках и диэлектриках [181, 182]. Эти свойства дисперсии нелинейности оказывают заметное влияние на пространственно-временную динамику сверхкоротких световых импульсов, взаимодействующих с твердотельными полупроводниками и диэлектриками [183, 184]. Вероятность поглощения M фотонов β_M , вычисляемая в рамках формализма Келдыша и его обобщений [185], связана с мнимой частью нелинейно-оптической восприимчивости $\chi^{(2M-1)}(\omega, \dots, \omega)$. Соотношение Крамерса–Кронига для нелинейно-оптической восприимчивости имеет вид [186]

$$\begin{aligned} \chi^{(n)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) &= \\ &= \frac{1}{i\pi} \text{p.v.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi^{(n)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{i-1}, \Omega, \omega_{i+1}, \dots, \omega_n)}{\Omega - \omega_i} d\Omega, \end{aligned} \quad (57)$$

где символы p.v. означают взятие интеграла в смысле главного значения (по Коши), а Ω — частота светового поля.

Таким образом, для точного восстановления действительной части нелинейно-оптической восприимчивости $\chi^{(2M-1)}(\omega_1, \dots, \omega_M)$ с помощью соотношения Крамерса–Кронига требуется знание мнимой части невырожденной по частоте нелинейно-оптической восприимчивости $\chi^{(2M-1)}(\omega_1, \dots, \omega_M)$. Принцип причинности также диктует следующее соотношение Крамерса–Кронига между изменениями показателя преломления и коэффициента поглощения материала $\Delta n(\omega, \varepsilon)$ и $\Delta \alpha(\omega, \varepsilon)$, вызываемыми одной и той же причиной, описываемой переменной ε [182, 186]:

$$\Delta n(\omega, \varepsilon) = \frac{c}{\pi} \text{p.v.} \int_0^{\infty} \frac{\Delta \alpha(\omega', \varepsilon)}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (58)$$

В частном случае двухфотонного поглощения изменение показателя преломления материала $\Delta n(\omega, \Omega)$, наводимое на частоте ω световым полем с частотой Ω , связано с изменением поглощения $\Delta \alpha(\omega, \Omega) = \beta_2(\omega, \Omega) I_{\Omega}$ на частоте ω , где $\beta_2(\omega, \Omega)$ — коэффициент, характеризующий вероятность двухфотонного поглощения фотонов с частотами ω и Ω , I_{Ω} — интенсивность поля с частотой Ω . В этом случае в соотношении (58) следует взять $\varepsilon = \Omega$.

Получаемое в рамках формализма фотоионизации твёрдого тела выражение для S-матрицы имеет вид [182]

$$\begin{aligned} S &= \frac{i\pi e \mathbf{a} \mathbf{p}_{vc}}{\hbar mc} \sum_{k,l} J_k(\theta_1) J_l(\theta_2) \left[A_1 \delta((k+1)\omega_1 + l\omega_2 + \omega_{vc}) + \right. \\ &+ A_1 \delta((k-1)\omega_1 + l\omega_2 + \omega_{vc}) + A_2 \delta(k\omega_1 + (l+1)\omega_2 + \omega_{vc}) + \\ &\left. + A_2 \delta(k\omega_1 + (l-1)\omega_2 + \omega_{vc}) \right], \end{aligned} \quad (59)$$

где A_1 и A_2 — амплитуды векторных потенциалов полей с частотами ω_1 и ω_2 , $\mathbf{A} = \mathbf{a}[A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t)]$, \mathbf{a} —

единичный вектор поляризации поля,

$$\theta_i = (m_{vc} c \omega_i)^{-1} e A_i \mathbf{ka}, \quad m_{vc}^{-1} = m_c^{-1} - m_v^{-1},$$

m_c — эффективная масса электрона в зоне проводимости, m_v — эффективная масса дырки в валентной зоне, которая полагается отрицательной,

$$\mathbf{p}_{vc} = \frac{i}{\hbar} \int u_c^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \nabla u_v(\mathbf{k}, \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (60)$$

$$\hbar \omega_{vc} = E_g - \Delta E_{vc} + \Delta E_{cv} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{vc}}, \quad (61)$$

E_g — ширина запрещённой зоны, ΔE_{vc} и ΔE_{cv} — сдвиги зон за счёт квадратичного эффекта Штарка.

Выражение (59) наглядно иллюстрирует, что даже в случае простейшего многофотонного процесса — двухфотонного поглощения — необходимо учитывать различные схемы сложения частот. Первое слагаемое в этом выражении соответствует невырожденному по частоте процессу двухфотонного поглощения. Второе и третье слагаемое описывают процесс комбинационного типа. Изменение поглощения $\Delta \alpha(\omega_1, \omega_2)$ в результате этих процессов описывается выражением [182]

$$\Delta \alpha(\omega_1, \omega_2) = \frac{2^{10} \pi e^4}{5} \frac{E_p^2}{m^{1/2} c^2} \frac{E_p^{1/2}}{n(\omega_1) n(\omega_2) E_g^3} F_2 \left(\frac{\hbar \omega_1}{E_g}, \frac{\hbar \omega_2}{E_g} \right) I_2, \quad (62)$$

где $E_p = 2|\mathbf{p}_{vc}|^2/m$, I_2 — интенсивность поля на частоте ω_2 , а функция $F_2(x_1, x_2)$ имеет вид

$$F_2(x_1, x_2) = \frac{(x_1 + x_2 - 1)^{3/2}}{2^7 x_1 x_2^2} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)^2, \quad x_1 + x_2 \geq 1 \quad (63)$$

для процесса типа двухфотонного поглощения и

$$F_2(x_1, x_2) = \frac{(x_1 - x_2 - 1)^{3/2} - (x_2 - x_1 - 1)^{3/2}}{2^7 x_1 x_2^2} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)^2 \quad (64)$$

для процесса комбинационного типа.

Соотношение (58) совместно с выражениями (62)–(64) даёт зависящее от интенсивности I изменение показателя преломления материала вида $\Delta n = n_2 I$ с нелинейным показателем преломления n_2 , определяемым действительной частью кубической нелинейно-оптической восприимчивости $\chi_{\text{TPA}}^{(3)} = \chi^{(3)}(\omega_1, -\omega_2, \omega_2, \omega_1)$, в случае, если преобразование (58) выполняется для $\Delta \alpha(\omega_1, \omega_2)$, описывающего процесс двухфотонного поглощения (ТРА — Two-Photon Absorption), и действительной частью восприимчивости $\chi_{\text{Ram}}^{(3)} = \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, -\omega_2, \omega_1)$ в случае, если преобразование (58) выполняется для $\Delta \alpha(\omega_1, \omega_2)$, описывающего процесс комбинационного типа.

Использование выражения (62) для $\Delta \alpha(\omega_1, \omega_2)$ совместно с соотношением (58) приводит к следующей формуле для частотной зависимости нелинейного показателя преломления [187]:

$$n_2(\omega) = K \frac{E_p^{1/2}}{n_0 E_g^4} G_2 \left(\frac{\hbar \omega}{E_g} \right), \quad (65)$$

где

$$G_2(x) = \frac{2}{\pi} \text{p.v.} \int_0^{\infty} \frac{F_2(\xi, x)}{\xi^2 - x^2} d\xi, \quad (66)$$

K — не зависящая от материала постоянная.

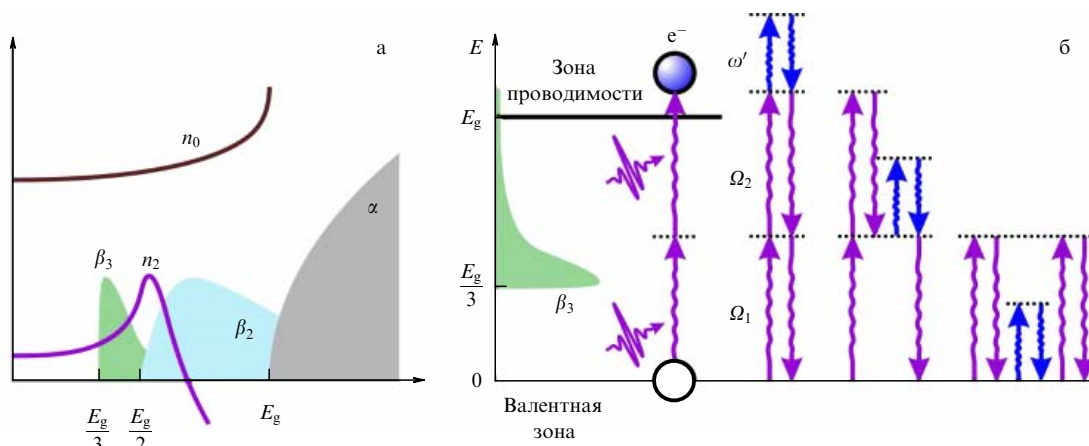


Рис. 12. (а) Универсальные профили дисперсии коэффициента поглощения α , показателя преломления n_0 , коэффициентов двух- и трёхфотонного поглощения β_2 и β_3 , а также нелинейного показателя преломления n_2 ; E_g — ширина запрещённой зоны. (б) Процесс двухфотонного поглощения, соответствующий одному из слагаемых кубической нелинейно-оптической восприимчивости, ответственной за нелинейность керровского типа, и некоторые из множества процессов высших порядков, обуславливающих нелинейно-оптическую восприимчивость пятого порядка.

Выражение (65) описывает универсальный профиль дисперсии нелинейного показателя преломления для широкого класса диэлектрических материалов (рис. 12а). При часто реализующихся случаях взаимодействия лазерного излучения с полупроводниковыми материалами, когда частота лазерного излучения ω порядка характерной минимальной частоты двухфотонного поглощения $\omega_{\text{ТРА}} = E_g/(2\hbar)$ (без учёта эффекта Франца–Келдыша), т.е. выполняются условия

$$2\omega \sim \frac{E_g}{\hbar}, \quad \omega \ll \frac{E_g}{\hbar}, \quad (67)$$

нелинейно-оптическая восприимчивость $\chi_{\text{ТРА}}^{(3)}$ оказывается значительно больше восприимчивости $\chi_{\text{Рам}}^{(3)}$, не содержащей близких к резонансу двухфотонного поглощения слагаемых. При этих условиях оптическая нелинейность твёрдого тела в основном определяется процессом двухфотонного поглощения (рис. 12а).

При выполнении условий (67) оказывается возможным вместо точного соотношения Крамерса–Кронига воспользоваться приближённым соотношением [181], которое по своему виду совпадает с выражением (58), но в котором произведена замена

$$\Delta\alpha(\omega, \Omega) \rightarrow \beta_2 \left(\frac{\omega + \Omega}{2} \right) I_\Omega, \quad (68)$$

т.е. функция $\Delta\alpha(\omega, \Omega)$ заменена произведением $\beta_2((\omega + \Omega)/2)I_\Omega$ вероятности двухфотонного поглощения β_2 , вычисляемой в рамках формализма Келдыша или его обобщений, и интенсивности излучения на частоте Ω . Строго говоря, после такой замены соотношение (58) уже не удовлетворяет принципу причинности [182]. В этом можно убедиться, записав соотношение Крамерса–Кронига для нелинейно-оптической восприимчивости вида (57). Так как $n - 1$ частотных аргументов нелинейной восприимчивости в этом соотношении выступают в качестве свободных параметров, которые могут принимать произвольные значения во всём спектральном диапазоне, в котором определена восприимчивость, то не может существовать соотношение,

связывающего зависящие только от одного частотного аргумента функции вероятности многофотонного поглощения $\beta_{q+1}(\omega)$ и нелинейного коэффициента преломления $n_{2q}(\omega)$, где q — целое число.

Тем не менее в частном случае двухфотонного поглощения при выполнении условий (67) использование преобразования (58) с заменой $\Delta\alpha(\omega, \Omega) \rightarrow \beta_2((\omega + \Omega)/2)I_\Omega$ позволяет с хорошей точностью описать профиль дисперсии $n_2(\omega)$ для широкого класса полупроводников [181]. При этом, как и следовало ожидать, ошибка этого подхода нарастает по мере приближения к границе зоны [182].

Использование аналогичного подхода для анализа керровских нелинейностей высших порядков, описываемых нелинейными коэффициентами n_{2q} с $q > 1$, приводит к принципиальным трудностям. Это видно уже на примере попытки обобщения основанного на замене (68) упрощённого подхода для вычисления следующего слагаемого в разложении $\Delta n = n_2 I + n_4 I^2$ нелинейной поправки к показателю преломления. Воспользовавшись соотношением (58) между наводимым полем изменением показателя преломления $\Delta n(\omega, \Omega) = n_2(\omega, \Omega)I_\Omega$ и нелинейной добавкой к коэффициенту поглощения $\Delta\alpha(\omega', \Omega)$ и положив $\omega = \Omega$, получим измеряемое в большинстве экспериментов значение нелинейного показателя преломления n_2 .

Для приближённого определения нелинейного коэффициента n_4 можно воспользоваться аналогичным (58) соотношением между квадратичной по интенсивности поля поправкой к показателю преломления

$$\Delta n(\omega, \Omega_1, \Omega_2) = n_4(\omega, \Omega_1, \Omega_2)I_{\Omega_1}I_{\Omega_2}$$

и соответствующим нелинейным изменением поглощения

$$\Delta\alpha(\omega', \Omega_1, \Omega_2) = \beta_3(\omega', \Omega_1, \Omega_2)I_{\Omega_1}I_{\Omega_2},$$

где $\beta_3(\omega', \Omega_1, \Omega_2)$ — коэффициент, характеризующий вероятность поглощения трёх фотонов с частотами ω' , Ω_1 и Ω_2 . Уточнённый формализм Келдыша [185, 187, 188] приводит к следующему общему выражению для коэф-

коэффициента β_M , характеризующего вероятность поглощения M фотонов [185] (рис. 12а):

$$\beta_M \propto \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^M \hbar^{M-1} \frac{P^{2M-3}}{n_0^M E_g^{4M-5}} F_M \left(\frac{M\hbar\omega}{E_g}\right), \quad (69)$$

где $P \propto \hbar p_{cv}/m$, $F_M = (M\hbar\omega/E_g - 1)^{\sigma/2} (M\hbar\omega/E_g)^{4M-3}$, $\sigma = 3$ для чётных M и 1 для нечётных M .

Полная процедура получения коэффициента $n_4(\omega, \Omega_1, \Omega_2)$ на основе использования соотношения Крамерса–Кронига между $\Delta n(\omega, \Omega_1, \Omega_2)$ и $\beta_3(\omega', \Omega_1, \Omega_2) I_{\Omega_1} I_{\Omega_2}$ полностью обоснованна. Получающееся в результате выполнения такой процедуры выражение для $n_4(\omega, \Omega_1, \Omega_2)$ может быть использовано для определения нелинейного коэффициента $n_4(\omega) = n_4(\omega, \omega, \omega)$, проявляющегося в большинстве экспериментов. Принципиальные трудности возникают при использовании упрощающего предположения

$$\Delta\alpha(\omega, \Omega_1, \Omega_2) \rightarrow \beta_3 \left(\frac{\omega + \Omega_1 + \Omega_2}{3}\right) I_{\Omega_1} I_{\Omega_2} \quad (70)$$

или

$$\Delta\alpha(\omega, \Omega, \Omega) \rightarrow \beta_3 \left(\frac{\omega + 2\Omega}{3}\right) I_{\Omega}^2. \quad (71)$$

Как уже упоминалось выше, после такой замены Δn и $\Delta\alpha$ уже не удовлетворяют соотношению Крамерса–Кронига. Ещё более серьёзная проблема возникает в случае, когда частота светового поля ω_0 выбрана так, что выполняются условия (67). Именно такой случай реализуется во многих экспериментах по исследованию воздействия лазерного излучения на полупроводниковые материалы. Тогда интегрирование по переменной ω' в соотношении Крамерса–Кронига выполняется в пределах от $2\omega_0 \sim E_g/\hbar$ до бесконечности. Однако при использовании замены (68) интегрирование производится по всему профилю дисперсии трёхфотонного поглощения, включая пик профиля $\beta_3(\omega)$ в области $\omega \sim E_g/3\hbar$ (рис. 12а). В своём правильном варианте соотношение Крамерса–Кронига не подразумевает интегрирование по этой области, так как $2\omega_0 \sim E_g/\hbar > E_g/3\hbar$ (рис. 12б). Получаемая в результате такой процедуры величина нелинейного коэффициента n_4 (к тому же необоснованная с позиций принципа причинности) соответствует совсем другому частотному диапазону (рис. 12б) и не может быть использована для анализа насыщения керровской нелинейности на частоте ω_0 . Как следствие описанных выше принципиальных проблем, расчёты, выполненные в указанных приближениях, часто дают величину n_4 того же знака, что и n_2 , т.е. не объясняют явления насыщения оптической нелинейности.

Для построения последовательной процедуры вычисления коэффициентов, характеризующих оптическую нелинейность высших порядков, полезно обратиться к выражению (59) для S-матрицы. Отметим ещё раз, что это выражение позволяет учесть вклад всех нелинейно-оптических процессов, описываемых нелинейно-оптическими восприимчивостями различных частотных аргументов (рис. 12б). Покажем, что для каждого связанного с восприимчивостью $\chi^{(3)}$ нелинейно-оптического процесса, приводящего к линейному по интенсивности поля эффекту Керра, можно выделить идущий на $\chi^{(5)}$ нели-

нейно-оптический процесс более высокого порядка, приводящий к насыщению обусловленной $\chi^{(3)}$ керровской нелинейности.

Рассмотрим слагаемое S-матрицы, описывающее поглощение двух фотонов на частоте ω_l ($k = -1, l = 0$):

$$S_{-1,0}^{\text{TPA}} = \frac{i\pi}{\hbar} \frac{e\mathbf{a}\mathbf{p}_{vc}}{mc} A_1 J_{-1}(\theta_1) J_0(\theta_2) \delta(\omega_{vc} - 2\omega_1). \quad (72)$$

В режиме слабого поля, $\theta_{1,2} \ll 1$, этот процесс приводит к связанной с восприимчивостью $\chi^{(3)}$ керровской нелинейности, характеризуемой нелинейным коэффициентом n_2 , описываемым выражением вида (65). При этом легко видеть, что слагаемые с $k = -2, l = 0$,

$$S_{-2,0}^{\text{HOKE}} = \frac{i\pi}{\hbar} \frac{e\mathbf{a}\mathbf{p}_{vc}}{mc} A_1 J_{-2}(\theta_1) J_0(\theta_2) \delta(\omega_{vc} - 3\omega_1) \quad (73)$$

и $k = -1, l = -1$,

$$S_{-1,-1}^{\text{HOKE}} = \frac{i\pi}{\hbar} \frac{e\mathbf{a}\mathbf{p}_{vc}}{mc} A_1 J_{-1}(\theta_1) J_{-1}(\theta_2) \delta(\omega_{vc} - 2\omega_1 - \omega_2) \quad (74)$$

соответствуют нелинейности высшего порядка, описываемой восприимчивостью $\chi^{(5)}$ (НОКЕ — High-Order Kerr Effect).

При выполнении условия слабого поля, $\theta_{1,2} \ll 1$, имеем $J_n(x) \approx x^n/(2^n n!)$. С учётом тождества $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$ получаем, что оба вида слагаемых (73) и (74) приводят к квадратичной по интенсивности нелинейности со знаком n_4 , обратным знаку коэффициента n_2 . Таким образом, возникающая в данном режиме квадратичная по интенсивности нелинейность всегда является насыщающей по отношению к линейной по интенсивности керровской нелинейности, описываемой коэффициентом n_2 .

При выполнении условия слабого поля, $\theta_{1,2} \ll 1$, имеем

$$\zeta = \frac{|S_{-2,0}^{\text{HOKE}}|^2}{|S_{-1,0}^{\text{TPA}}|^2} \approx \eta I, \quad (75)$$

где

$$\eta \approx \frac{16\pi e^2}{m\hbar^2 n_0} \frac{E_g}{\omega^4} \left| \frac{3\hbar\omega}{E_g} - 1 \right| \quad (76)$$

даёт оценку порядка величины отношения нелинейности, связанной с $\chi^{(5)}$, к нелинейности, обусловленной $\chi^{(3)}$.

Заметим, что максимум η достигается при $\omega_m \approx 4E_g/(9\hbar)$. Именно эта точка вносит основной вклад в сумму по k в выражении (59). Для экспериментов по взаимодействию лазерного излучения с полупроводниками стандартным является приближение $2\hbar\omega \approx E_g$. При выполнении этого условия частота ω близка ω_m . В этом приближении имеем

$$\eta \approx \frac{128\pi e^2 \hbar^2}{m\hbar^2 n_0} \frac{1}{E_g^3}. \quad (77)$$

Из условия $\zeta \approx 1$ получаем оценку интенсивности насыщения нелинейности

$$I_s \propto \frac{m\hbar^2}{e^2 \hbar^2} E_g^3. \quad (78)$$

Эту оценку полезно сравнить с оценкой для интенсивности насыщения коэффициента двухфотонного погло-

щения, получающуюся на основе анализа выражения (69):

$$I'_s \propto \frac{n_0 c E_g^4}{e^2 P^2}, \quad (79)$$

где $P \approx p_{cv} \hbar / m$.

Полагая $m_{vc} \sim m$ и учитывая, что при этом $p_{cv}^2 = E_g m / 2$, получаем из выражения (79):

$$I'_s \propto \frac{2n_0 c m}{e^2 \hbar^2} E_g^3, \quad (80)$$

что совпадает с результатом, полученным для I_s .

В противоположном предельном случае, $\omega \ll E_g / \hbar$, реализуемемся при взаимодействии оптического излучения ближнего или среднего ИК-диапазона с широкозонными диэлектриками, получаем:

$$\eta \approx \frac{16\pi e^2}{m \hbar^2 n_0} \frac{E_g}{\omega^4}. \quad (81)$$

В этом режиме для интенсивности насыщения имеем:

$$I_s \propto \frac{m \hbar^2 n_0}{e^2} \frac{\omega^4}{E_g}. \quad (82)$$

Отметим проявляющуюся в этом режиме зависимость ω^4 , характерную для нерезонансного рассеяния света. Эта зависимость объясняет усиление эффектов, связанных с оптическими нелинейностями высших порядков, наблюдающееся при взаимодействии излучения среднего ИК-диапазона с широкозонными диэлектриками. Для сравнения рассмотрим отношение значений η для двух характерных длин волн: $\lambda_1 \approx 0,8$ мкм и $\lambda_2 \approx 4$ мкм. Длина волны λ_1 выбрана в качестве характерной длины волны излучения наиболее широко распространённого в оптике сверхкоротких импульсов титан-сапфирового лазера. Вторая длина волны характерна для излучения недавно созданного оптического параметрического усилителя chirпированных импульсов среднего ИК-диапазона, позволяющего благодаря уникальному сочетанию длины волны, высокой пиковой мощности и малой длительности импульса наблюдать новые режимы нелинейно-оптических взаимодействий. В соответствии с выражением (82) получаем $\eta(\lambda_2) / \eta(\lambda_1) \approx 625$. Таким образом, при взаимодействии излучения среднего ИК-диапазона с длиной волны $\lambda_2 \approx 4$ мкм с широкозонными твердотельными диэлектриками следует ожидать значительно более сильных проявлений эффектов, связанных с оптическими нелинейностями высших порядков. Именно такая тенденция и наблюдается в экспериментах по солитонной самокомпрессии и лазерной филаментации сверхкоротких импульсов излучения среднего ИК-диапазона в широкозонных твердотельных диэлектриках [189–192]. Обсуждению таких экспериментов посвящён раздел 15 настоящего обзора.

11. Фотоэффект в сильном лазерном поле и аттосекундные электронные импульсы

Открытие фотоэффекта — одна из важных вех в развитии естественных наук в XIX в. [48, 49]. Изучение необъяснимых с позиций классической физики законов фотоэф-

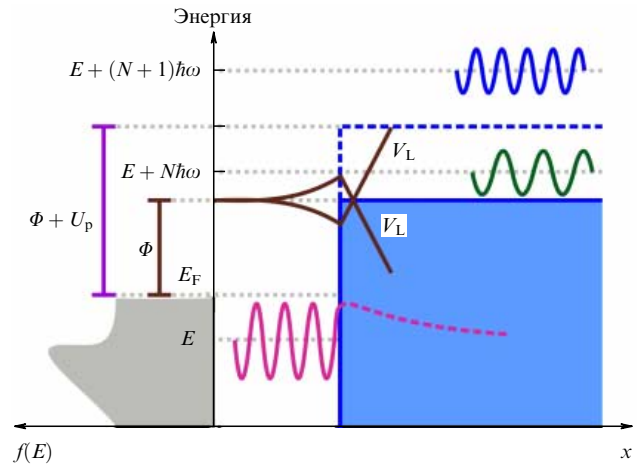


Рис. 13. Фотоэффект в поле интенсивного сверхкороткого лазерного импульса: E_F — энергия Ферми электронов в зоне проводимости металла, Φ — работа выхода, U_p — пондеромоторная энергия фотоэлектронов, $f(E)$ — плотность состояний электронов металла, V_L — потенциал лазерного поля.

фекта явилось одним из важных факторов, способствовавших возникновению квантовой теории [50]. Фотоэффект используется в мощном методе спектроскопии и регистрации электромагнитного излучения, служит принципом действия обширного арсенала физических измерительных приборов. Использование фотоэффекта в сочетании с лазерными источниками сверхкоротких световых импульсов приводит к появлению основанных на принципах фотоэлектронной спектроскопии методов времяразрешённого исследования быстропротекающих процессов [193, 194]. Бурно развивается новое направление времяразрешённого структурного анализа сложных молекулярных систем на основе использования сверхкоротких фотоэлектронных импульсов [195–199]. Одно из перспективных направлений аттосекундных технологий связано с использованием методов времяразрешённой фотоэлектронной спектроскопии и микроскопии для исследования аттосекундной электронной динамики и аттосекундной томографии волновых функций в атомах и молекулах [199]. Локальное усиление поля, реализуемое за счёт использования металлических наноструктур, позволяет наблюдать новые режимы фотоэффекта с одновременным увеличением эффективности нелинейно-оптических явлений [200, 201] (рис. 13).

Рассмотрим характерную экспериментальную схему, в которой металлическое остриё облучается интенсивным сверхкоротким лазерным импульсом. Согласно общему принципу туннельной микроскопии, на остриё подается напряжение смещения U , приводящее к возникновению туннельного тока через зазор между остриём и образцом. В рамках модели Фаулера–Нордгейма (см. раздел 2.2) имеем следующее выражение для плотности туннельного тока:

$$j = \frac{e^3 F^2}{16\pi^2 \hbar \Phi^2(\xi)} \exp \left[-\frac{4(2m)^{1/2} \Phi^{3/2} v(\xi)}{3\hbar e F} \right]. \quad (83)$$

Здесь e и m — заряд и масса электрона, F — электрическое поле, прикладываемое к зазору между остриём и образцом, Φ — работа выхода (см. рис. 13), $\theta(\xi)$ и $v(\xi)$ — эллиптические функции Нордгейма, $\xi = e^{3/2} \Phi^{-1} (F/4\pi)^{1/2}$.

Представим электрическое поле в виде

$$F(t) = E_0 + \tilde{E}(t), \quad (84)$$

где E_0 — постоянная составляющая поля, обусловленная напряжением смещения U , $\tilde{E}(t) = E(t) \exp(-i\omega t) + \text{с.с.}$ — поле лазерного импульса, $E(t) = \mathbf{E}(t)\mathbf{n}$, $\mathbf{E}(t)$ — огибающая светового поля, \mathbf{n} — единичный вектор вдоль нормали к металлической поверхности, ω — несущая частота светового поля.

В случае периодического лазерного поля плотность тока (83) также является периодической функцией времени и может быть представлена в виде ряда Фурье

$$j(t) = \sum_n j_n \exp(in\omega t), \quad (85)$$

где j_n — амплитуда n -й фурье-гармоники.

Гармоническая модуляция туннельного тока приводит к появлению гармоник в спектре светового поля, испытывающего взаимодействие с металлическим остриём. Так как функция $j(t)$ является периодической — или квазигармонической в случае сверхкороткого лазерного импульса — функцией времени с периодом, равным периоду светового поля $T_0 = 2\pi/\omega$, в спектрах плотности тока j и светового поля, испытывающего взаимодействие с остриём, появляются как нечётные, так и чётные гармоники ω . В этом состоит важное отличие оптических гармоник, генерируемых при взаимодействии сверхкороткого импульса с металлическим остриём, от оптических гармоник, генерируемых лазерным излучением в газовой среде. Это различие связано с симметричной геометрией взаимодействия. В случае взаимодействия излучения с металлическим остриём наличие поверхности газ–металл нарушает центральную симметрию, снимая запрет на генерацию чётных гармоник.

Для характерной интенсивности лазерного импульса порядка $0,1$ МВт см⁻², работы выхода $\Phi \approx 5$ эВ (золотое остриё), напряжения смещения $E_0 \approx 1$ кВ мкм⁻¹ $\approx 10^7$ В см⁻¹ имеем $\kappa = 4(2m)^{1/2} \Phi^{3/2} v(\xi_0) (3\hbar e E_0)^{-1} \approx 70$, где $\xi_0 = \xi(E=0)$. Таким образом, отношение $\kappa E_0/E_0 \ll 1$ является малым параметром, по которому можно выполнить разложение в формуле (83). Для лазерного поля вида $\tilde{E}(t) = E(t) \cos(\omega t)$ такое разложение приводит к следующему результату:

$$j = \frac{e^3 E_0^2}{16\pi^2 \hbar \Phi \theta^2(\xi_0)} \exp(-\kappa) \left[1 - \frac{\kappa E}{E_0} \cos(\omega t) + \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa E}{E_0} \right)^2 \cos^2(\omega t) - \frac{1}{6} \left(\frac{\kappa E}{E_0} \right)^3 \cos^3(\omega t) + \dots \right]. \quad (86)$$

Как видно из выражения (86), амплитуда второй гармоники масштабируется как E^2 . Так как $E = \mathbf{E}\mathbf{n}$, а для интенсивности излучения второй гармоники имеем $I_{\text{SH}} \propto I^2$, то зависимость интенсивности излучения второй гармоники от угла α между вектором поляризации лазерного поля и нормалью к поверхности металла имеет вид $I_{\text{SH}} \propto \cos^4 \alpha$, что согласуется с результатами эксперимента [201].

Покажем теперь, что сверхбыстрая модуляция тока фотоэлектронов, туннелирующих из металлической наноструктуры, полем сверхкороткого лазерного импульса позволяет сформировать электронные импульсы аттосекундной длительности. Воспользовавшись выражением

(83) для $|E_0| \ll |E|$ и $\tilde{E}(t) = E(t) \cos(\omega t)$, получим следующее соотношение для длительности импульса фотоэлектрона по уровню $1/e$:

$$\cos(\omega \tau_{\text{el}}) = \frac{1}{1 + \delta}, \quad (87)$$

где $\delta = (3/4)\hbar e (2m)^{-1/2} \Phi^{-3/2} [v(\bar{\xi})]^{-1} f E$, $\bar{\xi} = \xi(t=0)$, f — фактор локального усиления поля, обеспечиваемого металлической наноструктурой.

Для характерных экспериментальных условий лазерное поле порядка 10^4 В см⁻¹ приводит к возникновению достаточно сильного тока фотоэлектронов от металлического острья (свыше 10^6 электронов в секунду при частоте повторения лазерных импульсов, равной 80 МГц), не приводя к повреждению металлического острья. При локальном увеличении поля $f \approx 1000$ такое лазерное поле соответствует $\delta \approx 5 \times 10^{-3}$. Производя разложения в ряд по малому параметру δ , из выражения (87) получаем

$$\tau_{\text{el}} \approx \frac{1}{\pi} \left(\frac{\delta}{2} \right)^{1/2} T_0. \quad (88)$$

Подставляя в это выражение полученную выше оценку для δ , получаем $\tau_{\text{el}} \approx 1,7 \times 10^{-2} T_0$. Для излучения титан-сапфирового лазера с длиной волны 0,8 мкм имеем $T_0 \approx 2,7$ фс. Длительность формируемых при этом импульсов фотоэлектронов составляет $\tau_{\text{el}} \sim 0,1$ фс.

12. Динамика фотоионизации твёрдого тела

Исследование физической картины фотоионизации твёрдого тела на сверхбыстрой шкале времени без усреднения по периоду оптического поля представляет значительный интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения. Понимание разрешённой в пределах периода поля динамики фотоионизации позволит достичь предельной точности в схемах аттосекундных времязапрещённых измерений, понять фундаментальные аспекты процесса туннелирования, осуществить субфемтосекундное переключение твердотельного диэлектрика в проводящее состояние, а также реализовать высокоскоростное управление оптическими сигналами в оптоволоконных системах [176, 177] и полупроводниковых волноводных микрорезонаторах [178]. Выполнение этой программы открывает новые горизонты на пути к петагерцовой оптоэлектронике [9, 10, 84, 169, 202].

В случае твердотельного диэлектрика удаётся построить теорию фотоионизации без усреднения по времени, применимую для световых импульсов произвольной длительности и формы [203]. В рамках такой обобщённой теории удаётся также освободиться от предположения о параболическом законе дисперсии электронных зон, используемого в каноническом варианте теории Келдыша. Использование периодического закона дисперсии позволяет расширить область применимости модели на режимы фотоионизации в сильных полях, в которых существенную роль начинают играть эффекты, связанные с влиянием областей вблизи границ зон Бриллюэна. Для достаточно больших длительностей импульсов светового поля обобщённая модель фотоионизации позволяет воспроизвести предсказания канонической модели Келдыша для предельных случаев многофотонной и туннельной ионизации.

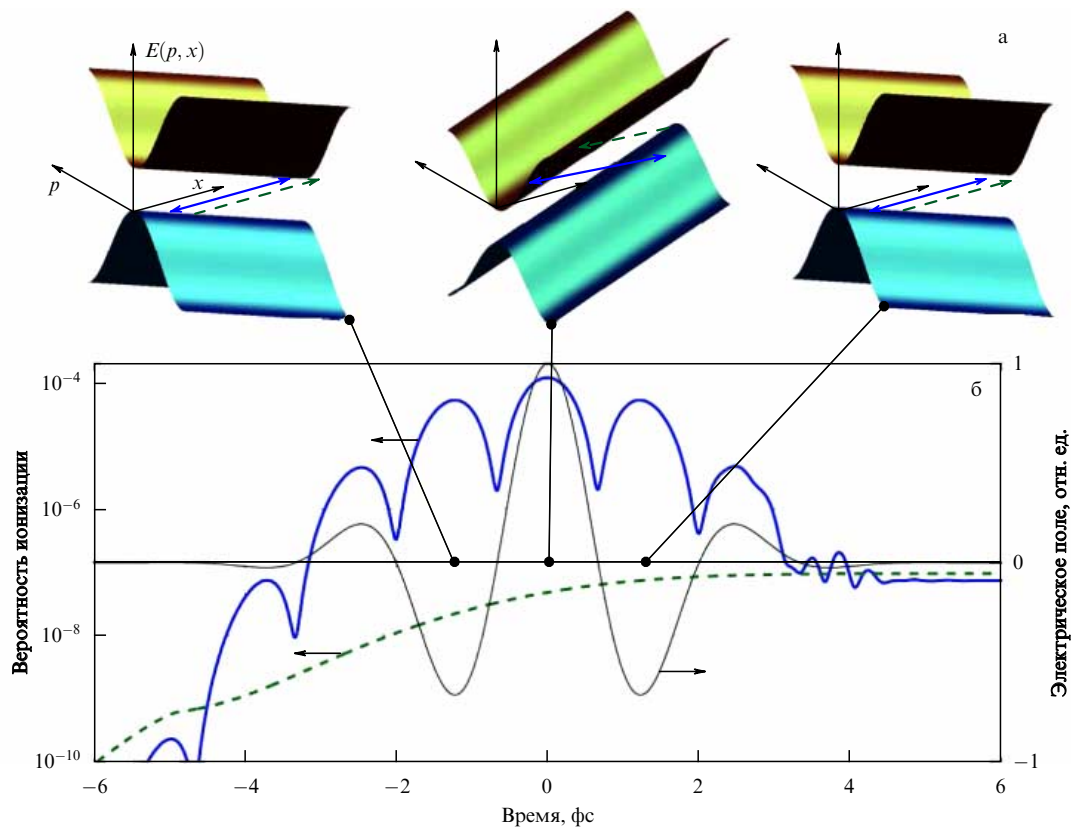


Рис. 14. (а) Электронные зоны полупроводника (диэлектрика) в присутствии поля лазерного излучения. (б) Населённость зоны проводимости в присутствии сверхкороткого лазерного импульса (тонкая линия) как функция времени в канонической теории Келдыша с усреднением по периоду поля (зелёная штриховая линия), в обобщении теории Келдыша, без усреднения по периоду поля (синяя сплошная жирная линия).

Анализ физической картины ионизации в рамках обобщённой модели фотоионизации твёрдого тела показывает, что динамика ионизации в пределах периода поля может существенно отличаться от предсказаний стандартной теории фотоионизации, предусматривающей усреднение по периоду поля (рис. 14). В частности, в режиме умеренных интенсивностей поля в динамике населённости зоны проводимости наблюдаются ярко выраженные осцилляции, следующие за осцилляциями светового поля (рис. 14б). При этом в конце каждого полуцикла поля большая часть населённости возвращается из зоны проводимости в валентную зону. Для длинных импульсов малых интенсивностей обобщённая теория воспроизводит характерную степенную зависимость $w \propto I^N$ скорости ионизации w от интенсивности I , где N — минимальное число фотонов, требуемых для перехода из валентной зоны в зону проводимости. В случае же предельно коротких световых импульсов "фотонность" процесса оказывается неопределённой даже для режима слабых полей, удовлетворяющих условию $\gamma \gg 1$. В этом режиме существенно иными оказываются и проявления эффекта Франца – Келдыша.

13. Оптический пробой твёрдого тела

Оптический пробой материалов под воздействием интенсивного лазерного излучения исследуется с ранних дней лазерной эры (см. обзоры [2, 3]). Этот эффект является одним из основных физических факторов, ограничивающих энергетические предельные уровни интенсивности и потока энергии в лазерных экспериментах. Понимание

процесса фотоионизации является основой для правильного описания оптического пробоя. Этой теме посвящена обширная литература, восходящая к работам основоположников лазерных технологий и нелинейной оптической физики [2–4, 204].

Критерий оптического пробоя, как правило, определяется как близость электронной плотности ρ к критической плотности электронов ρ_{cr} для излучения определённой длины волны, $\rho = k\rho_{cr}$, где k — числовой коэффициент, который чаще всего выбирается на уровне 0,1. Однако в случае облучения материалов лазерными импульсами с длительностями в несколько периодов светового поля применение такого критерия оптического пробоя вызывает серьёзные трудности. Как показано выше (см. рис. 14), в случае предельно коротких импульсов умеренных интенсивностей населённость зоны проводимости внутри каждого полуцикла поля может на несколько порядков превышать значение ρ , которое устанавливается по окончании лазерного импульса. При этом условие $\rho = k\rho_{cr}$ теряет смысл как физически осмысленный критерий оптического пробоя.

Подобная ситуация всё чаще встречается в лазерных экспериментах, в которых для исследования твердотельных систем используются предельно короткие световые импульсы. Вопрос о критерии оптического пробоя в таких условиях может решаться [205] на основе учёта всей цепочки процессов передачи энергии от сверхкороткого лазерного импульса кристаллической решётке, происходящих на существенно разных масштабах времени (рис. 15а). Явление фотоионизации, протекающее на самой быстрой, фемтосекундной шкале времени (рис. 15а),

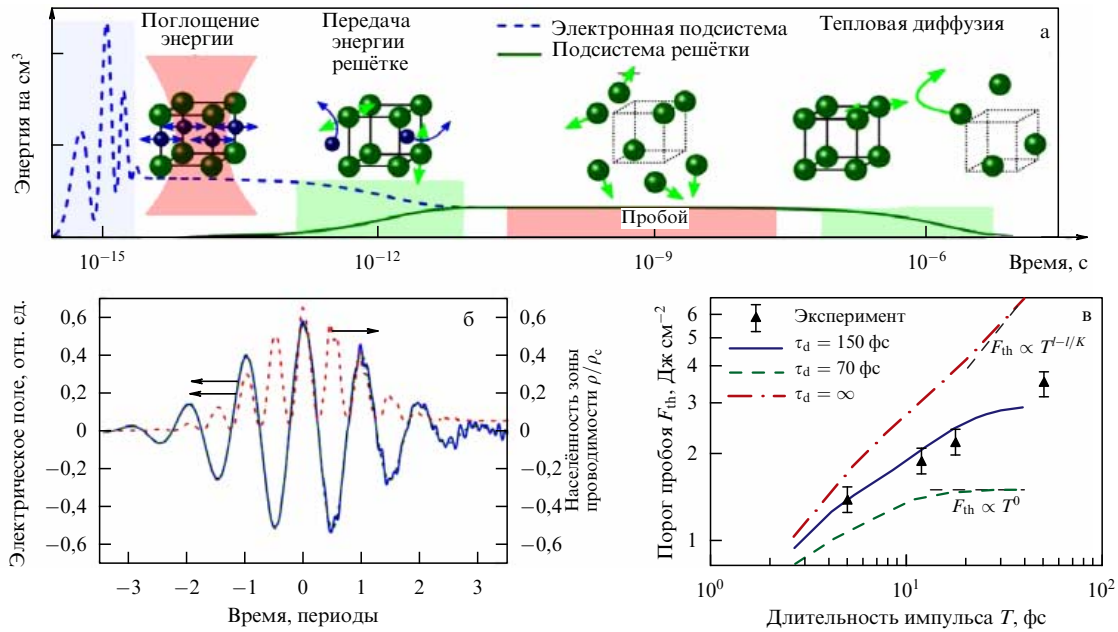


Рис. 15. (а) Временная диаграмма передачи энергии лазерного излучения решётке твёрдого тела, ведущей к оптическому пробую. (б) Электрическое поле вблизи поверхности внутри полупроводника/диэлектрика (сплошная линия) и населённость зоны проводимости, выраженная в единицах критической плотности плазмы (штриховая линия). Анализ распространения сверхкороткого импульса выполнен на основе метода конечных разностей во временном представлении (FDTD). (в) Плотность энергии, соответствующая порогу оптического пробоя плавящего кварца без учёта процессов потери когерентности (красная штрихпунктирная линия) и с учётом потери когерентности для характерного времени потери когерентности τ_d , равного 70 фс (зелёная штриховая линия) и 150 фс (сплошная синяя линия).

служит механизм, запускающим всю последовательность процессов передачи энергии от лазерного поля к кристаллической решётке. При этом само явление фотоионизации определяется динамикой фотоэлектронов на ещё более быстрой — аттосекундной — шкале времени (рис. 15а). Учёт сверхбыстрой динамики фотоионизации (рис. 15б) совместно с гораздо более медленными процессами релаксации и диссипации энергии в процессе передачи энергии лазерного излучения кристаллической решётке позволяет с хорошей точностью воспроизвести экспериментальные данные для порога оптического пробоя плавящего кварца, измеренного в функции длительности лазерного импульса (рис. 15в).

14. Фотоионизация и нелинейно-оптическая диагностика твёрдого тела

Электронная зонная структура отражает фундаментальные свойства твёрдого тела, служит ключом к пониманию сложных физических явлений в новых материалах, таких как высокотемпературные сверхпроводники [206], графены [207] и топологические изоляторы [208]. Широко распространённые методы рентгеноструктурного анализа [209, 210] позволяют с высокой точностью определить параметры кристаллической решётки в прямом пространстве и могут быть использованы для измерений в объёме твёрдого тела. В отличие от этих методов, техника фотоэлектронной спектроскопии с угловым разрешением [211], позволяющая выполнить анализ электронной зонной структуры, может быть применена лишь для исследований на поверхности твёрдого тела, так как для её реализации требуется регистрация испускаемых под действием света электронов.

В связи с имеющимися трудностями экспериментального исследования электронной зонной структуры в 4 УФН, т. 187, № 11

объёме твёрдых тел значительный интерес вызывает возможность использования сверхкоротких лазерных импульсов среднего ИК-диапазона для полностью оптического анализа электронной зонной структуры на основе генерации гармоник высокого порядка (ГГВП). Практическая реализация этого подхода становится возможной [170–172, 212–216] благодаря созданным в последние годы компактным твердотельным источникам мощных сверхкоротких импульсов среднего ИК-диапазона. Первые эксперименты, демонстрирующие этот новый подход к исследованию твёрдого тела, были выполнены с использованием сверхкоротких лазерных импульсов с длиной волны 3,66 мкм [171, 172]. Генерация гармоник высокого порядка в твёрдом теле в присутствии интенсивного поля накачки с такой длиной волны связана в основном с межзонными процессами. Частоты наиболее информативных гармоник высокого порядка при этом превышают частоту энергетической щели зонной структуры твёрдого тела, что приводит к значительному ослаблению излучения гармоник и ограничивает глубину, на которой может быть выполнен анализ зонной структуры.

При увеличении центральной длины волны поля накачки соотношение между вкладами внутризонных токов и межзонных переходов в процесс ГГВП изменяется [217]. Как показано в недавно выполненных экспериментах [170], явление ГГВП в поле сверхкоротких лазерных импульсов с центральной длиной волны 5–7 мкм связано в основном с внутризонными процессами в твёрдом теле. В связи с тем что генерируемые в этом режиме гармоники высокого порядка лежат в области прозрачности материала, создаются благоприятные условия для полностью оптической диагностики электронной зонной структуры, в том числе в объёме твердотельных материалов. Поляризационный анализ обусловленных

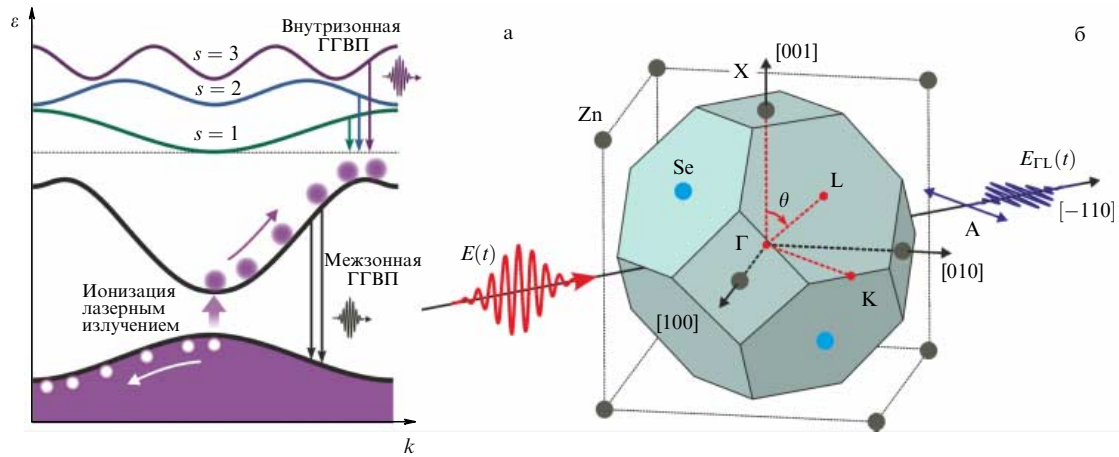


Рис. 16. (а) Генерация гармоник высокого порядка за счёт межзонных и внутризонных процессов в твёрдом теле. В верхней части рисунка иллюстрируется представление зоны проводимости в виде суммы фурье-гармоник. (б) Гранецентрированная кубическая решётка кристалла ZnSe (атомы Zn и Se показаны серыми и синими шариками) и его зона Бриллюэна. На рисунке показаны также зондирующий лазерный импульс и импульс излучения оптических гармоник, прошедший через анализатор поляризации (A). Угол θ характеризует ориентацию поляризации лазерного излучения.

внутризонными процессами гармоник высокого порядка позволяет на основе измерений, выполняемых в полосе прозрачности твёрдого тела, определить его полную электронную зонную структуру [218].

Генерация гармоник высокого порядка в газовых средах — одно из ключевых явлений оптической физики сильных полей [5], лежащих в основе технологий генерации аттосекундных импульсов [11]. Физическая картина ГГВП в твёрдом теле значительно более сложна и многообразна [170–172, 212–217] по сравнению с ГГВП в газовой среде. Аналогично стандартной классификации механизмов оптической нелинейности в твёрдом теле в пределе слабых световых полей [219] разделяют внутризонные и межзонные механизмы ГГВП (рис. 16а). Межзонная ГГВП связана с индуцируемым световым полем переходом электронов из валентной зоны в зону проводимости и образованием дырок в валентной зоне с последующей рекомбинацией ускоренных полем накачки электронов и дырок, сопровождающейся испусканием излучения гармоник поля накачки. Внутризонная ГГВП (рис. 16а, 17) обусловлена нелинейной зависимостью энергии от импульса электронов и дырок, ускоряемых полем в зоне проводимости и валентной зоне (рис. 17г, д), сильно нелинейной зависимостью вероятности перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости от поля накачки, а также эффектами рассеяния, сопровождающимися рассеянием электронов на дырках (рис. 16а, 17а).

Групповая скорость волнового пакета, формируемого в электронной зоне твёрдого тела с законом дисперсии $\varepsilon(\mathbf{k})$, определяется выражением

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{\hbar} \frac{d\varepsilon(\mathbf{k})}{d\mathbf{k}}. \quad (89)$$

Импульс электронного волнового пакета $\mathbf{k}(t)$ определяется согласно выражению

$$\mathbf{k}(t) = -\frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^t \mathbf{E}(\theta) d\theta, \quad (90)$$

где $\mathbf{E}(t)$ — поле сверхкороткого лазерного импульса. Наводимые полем внутризонные колебания электронного волнового пакета (рис. 17г) могут быть использо-

ваны для получения информации о профиле дисперсии $\varepsilon(k)$ электронной зоны твёрдого тела (рис. 17д).

Для анализа такой возможности представим профиль дисперсии $\varepsilon(k)$ в виде ряда Фурье:

$$\varepsilon(k) = \varepsilon_0 + \sum_s \varepsilon_s \cos(ska). \quad (91)$$

Для групповой скорости внутризонного электронного волнового пакета, разгоняемого световым полем $E(t) = E_0 \cos(\omega_0 t)$, получаем

$$v(t) = -\sum_{s=1} s \varepsilon_s a \sin \left[\frac{s\omega_B}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \right], \quad (92)$$

где $\omega_B = eEa/\hbar$ — частота Блоха. Подобный электронный волновой пакет, движущийся под действием светового поля внутри зоны твёрдого тела (рис. 17г), излучает нечётные гармоники внешнего поля (рис. 16а, 17д). Интенсивность гармоники N в спектре этого излучения определяется выражением

$$I_N \propto (N\omega_0)^2 \left| \sum_s s \varepsilon_s a J_N \left(\frac{s\omega_B}{\omega_0} \right) \right|^2. \quad (93)$$

В пределе низких интенсивностей светового поля имеем $J_N(\xi) \approx (\xi/2)^N/N!$, и выражение (93) приводит к характерной для режима слабых полей зависимости I_0^N интенсивности N -й гармоники от интенсивности светового поля I_0 . Так как указанная асимптотика функции Бесселя справедлива при $\xi < (N+1)^{1/2}$, значение интенсивности I_0 , определяющее границу между режимами слабого и сильного поля, пропорционально $(N+1)\lambda_0^{-2} \propto 1/U_p$. Таким образом, как и в случае газовых сред, пондеромоторная энергия электрона, $U_p \propto \lambda_0^2$, выступает ключевым параметром, определяющим режим взаимодействия излучения с веществом.

Для выяснения основных свойств оптических гармоник, излучаемых движущимся внутри зоны твёрдого тела электронным пакетом, представим аргумент функции Бесселя в выражении (93) в виде отношения $\xi_s = s\omega_B/\omega_0 = k_c/K_s$ импульса $k_c = eE_0/\hbar\omega_0$, характеризующего колебательное движение электрона, к вектору обратной решётки $K_s = (sa)^{-1}$ s -й гармоники в разложении

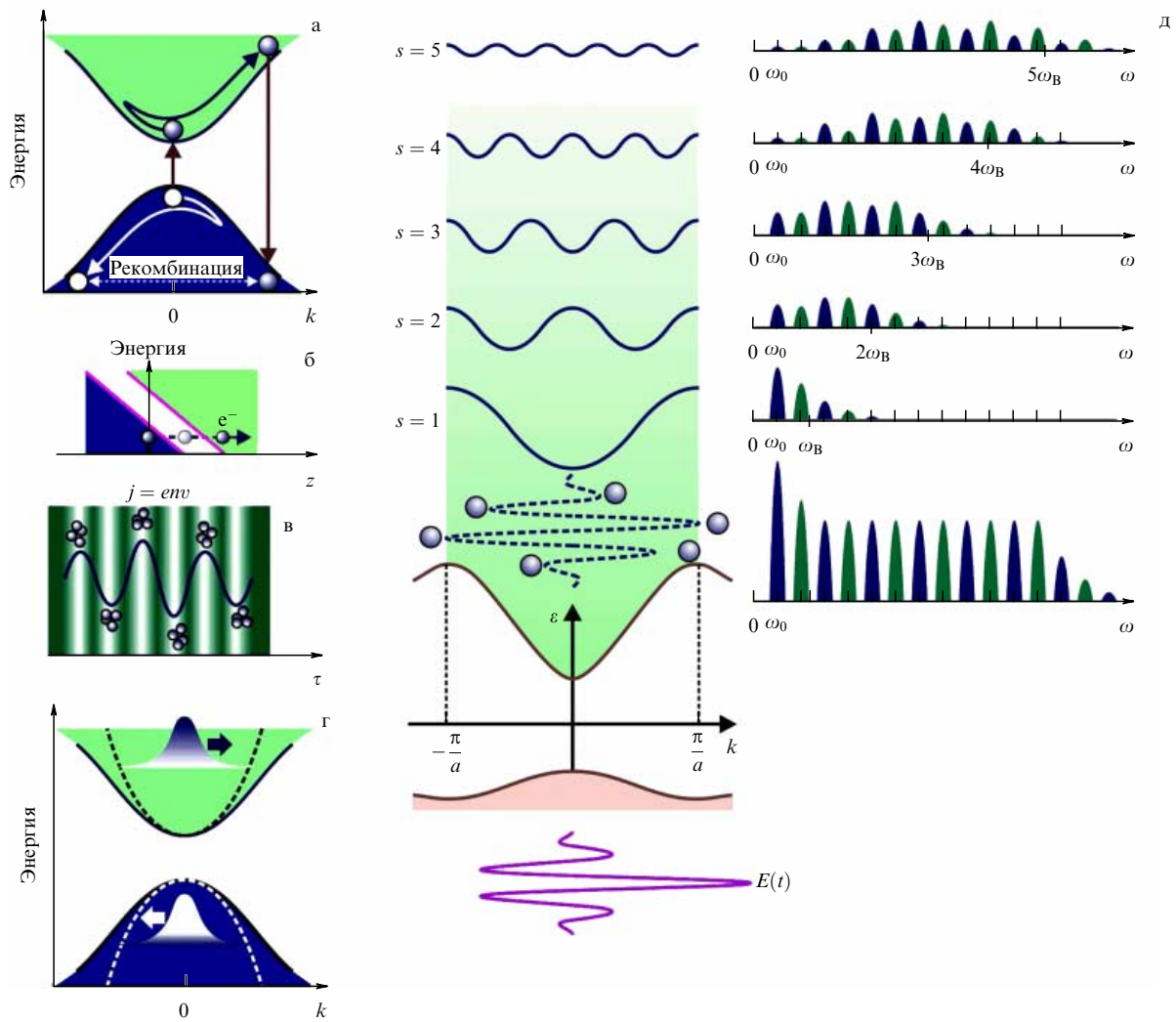


Рис. 17. (а–г) Межзонная и внутрizonная динамика в полупроводниках в присутствии сверхкороткого лазерного импульса: (а) межзонные переходы с образованием электронов и дырок, рекомбинация которых является источником оптической нелинейности, (б) межзонный переход вследствие туннелирования электронов через запрещённую зону, (в) модуляция тока фотоэлектронов за счёт межзонных и внутрizonных переходов, (г) динамика электронного и дырочного волновых пакетов внутри зон полупроводника/диэлектрика, ускоряемых сверхкоротким импульсом лазерного излучения, (д) оптическая диагностика электронной зонной структуры твёрдого тела методом внутрizonной генерации оптических гармоник высокого порядка.

дисперсии зоны $\varepsilon(k)$ в ряд Фурье (рис. 17д). С учётом свойств функций Бесселя получаем важное соотношение для номера гармоники, соответствующей высокочастотной (ВЧ) границе спектра гармоник, $N_s \approx s\omega_B/\omega_0$. Таким образом, гармоники вблизи ВЧ-границы спектра гармоник представляют собой излучение электронов, обусловленный полем импульс которых достаточно велик для достижения границ $\pm(sa)^{-1}$ периодической зоны, соответствующей s -й гармонике в разложении дисперсии зоны $\varepsilon(k)$ в ряд Фурье (рис. 17д). Это соотношение позволяет восстановить профиль электронной зоны твёрдого тела на основе анализа спектра оптических гармоник путём последовательного определения фурье-гармоник закона дисперсии этой зоны.

Генерация гармоник высокого порядка в поле сверхкоротких лазерных импульсов среднего ИК-диапазона открывает возможность определения полной электронной зонной структуры. Зондирование электронных зон твёрдого тела вдоль характерных направлений зоны Бриллюэна осуществляется электронными и дырочны-

ми волновыми пакетами, направление импульса которых по отношению к осям симметрии зоны Бриллюэна определяется поляризацией поля накачки.

Наиболее информативная часть спектра гармоник, генерируемых за счёт межзонных процессов, лежит выше энергии запрещённой зоны твёрдого тела и поглощается материалом. В связи с этим особый интерес представляет ГГВП, обусловленная нелинейностью закона дисперсии электронов и дырок в твёрдом теле. Значительная часть спектра гармоник, генерируемых за счёт этого механизма нелинейности, лежит ниже энергии запрещённой зоны твёрдого тела, попадая, тем самым, в область прозрачности материала. Изучение свойств спектра гармоник высокого порядка, генерируемых в этом режиме, позволяет получить важную информацию о характере дисперсии $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{k})$, т.е. о зонной структуре твёрдого тела. Для реализации этого режима ГГВП требуются источники сверхкоротких импульсов достаточно высокой пиковой мощности с центральной длиной волны, значительно превышающей длину волны накачки, позволяю-

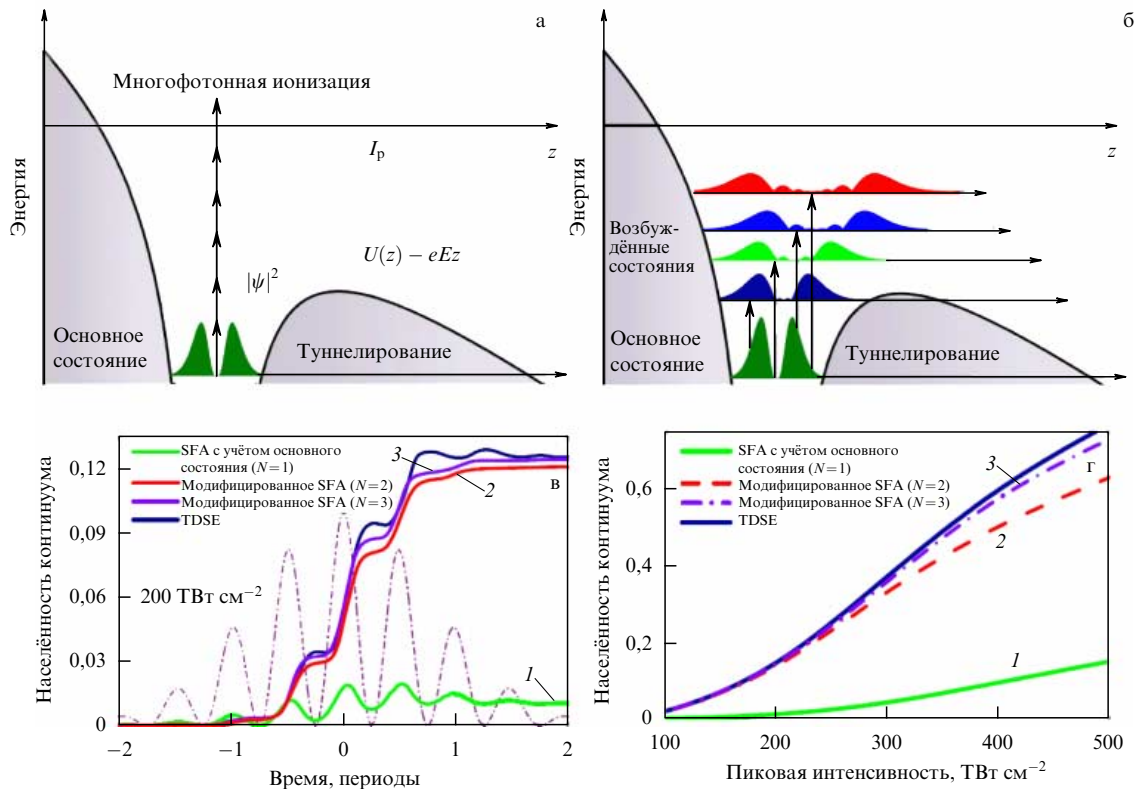


Рис. 18. (В цвете онлайн.) (а) Многофотонная и туннельная ионизация из основного электронного состояния. (б) Фотоионизация в результате туннелирования из возбуждённых электронных состояний. (в, г) Динамика населённости состояний непрерывного спектра (в) и зависимость состояния непрерывного спектра от пиковой интенсивности сверхкороткого лазерного импульса (показан штрихпунктирной линией на рис. в), рассчитанные в рамках модели (94)–(97) без учёта возбуждённых состояний ($N = 1$, зелёная линия 1) и с учётом первого возбуждённого ($N = 2$, красная линия 2), а также первого и второго возбуждённых электронных состояний ($N = 3$, лиловая линия 3). Для сравнения представлены результаты расчётов, выполненных путём численного решения нестационарного уравнения Шрёдингера (TDSE). SFA — Strong Field Approximation, приближение сильного поля.

шую наблюдать межзонные ГГВП-явления. Лазерные источники, удовлетворяющие этим требованиям, появились лишь недавно [104, 109, 110]. Тем самым созданы условия для практической реализации полностью оптических методов диагностики зонной структуры твёрдых тел.

Раздельное измерение сигналов ГГВП, связанных с внутрizonными токами вдоль различных направлений внутри зоны Бриллюэна, позволяет по форме спектра высоких гармоник определить профиль электронных зон вблизи данного направления зоны Бриллюэна, фиксируемого ориентацией поляризатора и анализатора поляризации (рис. 16б). Полная зонная структура твёрдого тела восстанавливается участок за участком на основе поляризационных ГГВП-измерений, позволяющих установить профиль $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{k})$ на отдельных участках зоны вблизи направлений зоны Бриллюэна, зависящих от геометрии поляризационных измерений в ГГВП-экспериментах.

15. Электронное туннелирование из возбуждённых состояний

В каноническом варианте теории Келдыша для атомов и молекул процесс фотоионизации рассматривается как результат прямого перехода из основного электронного состояния в состояние свободного электрона во внешнем переменном поле. В работе Келдыша 1964 г. также предложен метод расчёта скорости фотоионизации с

учётом переходов в резонансные промежуточные электронные состояния. Как и сама постановка задачи фотоионизации в канонической теории Келдыша, метод учёта промежуточных состояний исходит из естественного для ранних дней лазерной эры предположения о монохроматическом характере внешнего поля. Именно для внешнего поля такого вида влияние переходов в промежуточные состояния удовлетворительно описывается суммой по однофотонным и многофотонным переходам в имеющиеся связанные электронные состояния.

Попытки обобщения этого подхода на случай фотоионизации сверхкороткими лазерными импульсами часто сталкиваются с принципиальными трудностями, связанными с широкополосным характером внешнего поля. Для такого поля процедура суммирования по промежуточным состояниям дискретного спектра оказывается неопределённой. Для правильного учёта вклада возбуждённых состояний атомной или молекулярной системы оказывается необходимым выяснить особенности динамики процесса ионизации в масштабе времени менее периода оптического поля (рис. 18а, б). Для удобства описания этой динамики представим полную волновую функцию электрона в виде суммы слагаемых, соответствующих состояниям с положительной и отрицательной энергией:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_b(\mathbf{r}, t) + \psi_f(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=0}^{n-1} \alpha_{nl}(t) \psi_{nl}(\mathbf{r}) + \psi_f(\mathbf{r}, t). \quad (94)$$

При этом вероятность найти электрон в связанном состоянии с квантовыми числами n и l равна $|\alpha_{nl}(t)|^2 = |\int_V \psi_{nl}(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}|^2$. Скорость ионизации с учётом вклада всех связанных состояний находится в виде выражения для населённости состояний непрерывного спектра:

$$C(t) = \int d\mathbf{p} \left| \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t d\theta \int_V d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{p}}^*(\mathbf{r}, t) eE(\theta) \times \right. \\ \left. \times \sum_{n=1}^N \sum_{l=0}^{n-1} \alpha_{nl}(\theta) \left(z\psi_{nl} - \sum_{s=1}^N \sum_{q=0}^{s-1} Z_{sq}^{nl} \psi_{sq} \right) \right|^2, \quad (95)$$

где

$$Z_{sq}^{nl} = \int_V \psi_{nl}(\mathbf{r}) z \psi_{sq}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (96)$$

а коэффициенты α_{nl} находятся из уравнения

$$i\hbar \frac{\partial \alpha_{nl}}{\partial t} = E_n \alpha_{nl} - eE(t) \sum_{s=1}^N \sum_{q=0}^{s-1} Z_{sq}^{nl} \alpha_{sq} - \\ - \int_V \psi_{nl}(\mathbf{r}) e z E(t) \psi_f(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}. \quad (97)$$

На рисунке 18в, г представлены результаты расчётов [220], выполненных для системы с основным состоянием, описываемым волновой функцией водородоподобного атома, и состоянием непрерывного спектра, описываемым волновой функцией вида (8). Как видно из результатов этих расчётов, для небольших интенсивностей учёт лишь одного слагаемого ($N = 1$), соответствующего основному состоянию водородоподобного атома в сумме под интегралом в выражении (95), оказывается достаточным для удовлетворительного описания процесса фотоионизации. Однако с ростом интенсивности светового поля расчёт по формуле, учитывающей лишь основное электронное состояние системы, приводит к значительным ошибкам. Более того, в режиме сильного поля процесс ионизации приобретает качественно иной характер. Переходы в состояния непрерывного спектра через возбуждённые связанные состояния открывают новый канал ионизации. Высота потенциального барьера для таких состояний существенно меньше потенциального барьера для электронов в основном состоянии (рис. 18а, б). Это обстоятельство играет важную роль при высоких интенсивностях лазерного импульса. Преобладающим механизмом фотоионизации в этом режиме оказывается процесс туннелирования электронов из возбуждённых связанных состояний, происходящий за интервал времени, составляющий лишь небольшую часть периода лазерного поля [220].

16. Фотоионизация и лазерная филаментация

16.1. Пространственно-временная динамика интенсивного сверхкороткого лазерного импульса в условиях фотоионизации среды

Стремительное развитие лазерных технологий приводит к появлению уникальных источников мощных сверхкоротких импульсов электромагнитного излучения, открывающих новую главу в исследовании эффектов фотоионизации. Распространение мощных сверхкоротких

импульсов в ионизируемой среде сопровождается сложной нелинейной динамикой [7, 8, 221, 222], в которой многообразные эффекты спектрально-временного преобразования неразрывно связаны с неоднородной по импульсу пространственной динамикой светового пучка. Интерес к исследованию таких явлений обусловлен открывающимися возможностями передачи мощных сверхкоротких импульсов [223], эффективной генерации интенсивного широкополосного излучения (суперконтинуума) [12, 14, 15, 224, 225], а также временной компрессии мощных сверхкоротких лазерных импульсов [226–228] в режиме лазерной филаментации. Явление лазерной генерации в лазерных филаментах [229] открывает уникальные возможности для высокочувствительной дистанционной диагностики атмосферы [230, 231]. Анализ всех этих новых явлений невозможен без детального учёта процессов фотоионизации на основе теории Келдыша.

Универсальным свойством лазерного излучения при уровнях пиковой мощности, значительно превышающих порог самофокусировки, является неустойчивость лазерного пучка [232] относительно распада на множественные филаменты. В связи с тем, что затравкой для таких пучковых неустойчивостей служат случайные флуктуации интенсивности лазерного пучка или оптические неоднородности среды, распадающийся на множественные филаменты лазерный пучок, как правило, теряет свою аксиальную симметрию. Фотоионизация является одним из ключевых эффектов в этом режиме нелинейной динамики [233]. В каждом из образующихся филаментов дифракционная расходимость пучка оказывается подавленной за счёт совместного действия наводимой в среде нелинейной поляризации и возникающего в результате фотоионизации радиального профиля электронной плотности. Как показывают недавние исследования, во многих из возникающих филаментов могут достигаться условия, необходимые для формирования мощных однопериодных и субпериодных световых импульсов — сверхкоротких всплесков электромагнитного излучения длительностью менее одного периода поля. Корректный анализ этого представляющего значительный интерес явления не может быть выполнен на основе обычно используемых в оптике сверхкоротких импульсов упрощающих предположений метода медленно меняющихся огибающих, которые становятся неприменимыми для импульсов такой малой длительности.

Понимание физических сценариев всего многообразия явлений, сопровождающих распространение мощных сверхкоротких импульсов в таком режиме, может быть достигнуто лишь на основе полного (свободного от приближений медленно меняющихся огибающих) анализа нелинейной пространственно-временной динамики мощных сверхкоротких световых импульсов. С учётом необходимости описания однопериодных и субпериодных световых импульсов этот анализ должен быть выполнен с высоким разрешением по пространственным координатам и переменной времени на всей значительной длине нелинейного взаимодействия, достигающейся в условиях лазерной филаментации. Для расчётов такого класса сложности требуется эксафлопный объём вычислительных операций, как правило, с использованием суперкомпьютеров [122, 234, 235]. Выполненные таким методом суперкомпьютерные вычисления указывают на существование новых уникальных явлений простран-

ственно-временной динамики мощных сверхкоротких световых импульсов, включая формирование однопериодных и субпериодных импульсов светового поля, образующих при специально подобранных условиях множественные световые пули.

16.2. Физическая модель

Анализ распространения мощных сверхкоротких световых импульсов основан на решении обобщённого нелинейного уравнения Шрёдингера для комплексной огибающей поля с учётом процессов сверхбыстрой ионизации среды световым полем [7, 8, 122, 236]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} A(\omega, x, y, z) = & \left[\frac{i c}{2\omega} A_{\perp} + i \tilde{D}(\omega) \right] A(\omega, x, y, z) + \\ & + \tilde{F} \left\{ i \frac{\omega_0 \tilde{T}}{c} \left[n_2 (1 - f_R) I(\eta, x, y, z) + \right. \right. \\ & + \sum_{q=2}^4 n_{2q} I^{2q}(\eta, x, y, z) \left. \right] A(\eta, x, y, z) + \\ & + n_2 f_R \int_{-\infty}^{\infty} R(\eta - \eta') I(\eta', x, y, z) d\eta' A(\eta, x, y, z) + \\ & + \sum_{s=2}^5 \frac{\chi^{(2s-1)}}{2^s c^{s-1} \varepsilon_0^{s-1}} A^2(\eta, r, z) A(\eta, x, y, z) - \\ & \left. - \left(\frac{i \omega_0}{2 c n_0^2 \rho_{cr} \tilde{T}} \rho + \frac{U_i W(\rho_0 - \rho)}{2 I} + \frac{\sigma}{2} \rho \right) A(\eta, x, y, z) \right\}. \quad (98) \end{aligned}$$

Здесь $A(\eta, x, y, z)$ — комплексная амплитуда, $A(\omega, x, y, z)$ — её фурье-образ, $I(\eta, x, y, z) = |A(\eta, x, y, z)|^2$ — интенсивность поля, η — время в сопровождающей импульс системе координат, x, y — поперечные координаты, ω — частота, z — координата вдоль оси распространения, $A_{\perp} = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ — поперечная часть оператора Лапласа, $\tilde{D} = k(\omega) - k(\omega_0) - \partial k / \partial \omega|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)$ — дисперсионный оператор, ω_0 — начальная центральная частота лазерного импульса, $k(\omega) = \omega n(\omega) / c$ — волновой вектор, $n(\omega)$ — показатель преломления, $n_0 = n(\omega_0)$, \tilde{F} — оператор преобразования Фурье по временной координате, $\chi^{(3)}, \chi^{(5)}, \chi^{(7)}, \chi^{(9)}$ — нелинейно-оптические восприимчивости третьего, пятого, седьмого и девятого порядков, n_2, n_4, n_6, n_8 — коэффициенты нелинейности керровского типа, $\tilde{T} = 1 + i \omega_0^{-1} \partial / \partial \eta$, $R(\eta)$ — функция комбинационного отклика среды, f_R — доля комбинационного (запаздывающего) отклика в оптической нелинейности, ρ — электронная плотность, $U_i = U_0 + U_{osc}$, U_0 — ионизационный потенциал материала, U_{osc} — ponderomotorная энергия электрона в световом поле, $W(I)$ — скорость фотоионизации, σ — сечение лавинной ионизации, $\rho_{cr} = \omega_0^2 m_e \varepsilon_0 / e^2$ — критическая плотность плазмы, ρ_0 — плотность нейтральных частиц газа, m_e — масса электрона, e — заряд электрона, ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Уравнение распространения (98) решается совместно с уравнением для электронной плотности, с учётом фотоионизации среды световым полем, а также процессов лавинной ионизации и рекомбинации:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \eta} = W(I) + \sigma(\omega_0) U_i^{-1} \rho I - \frac{\rho}{\tau_r}. \quad (99)$$

Скорость фотоионизации W в уравнениях (98) и (99) вычисляется на основе формализма Келдыша – Попова –

Переломова – Терентьева. Сечение лавинной ионизации σ находится согласно модели Друде,

$$\sigma(\omega) = e^2 \tau_c [m_e \varepsilon_0 n_0 c (1 + \omega^2 \tau_c^2)]^{-1}, \quad (100)$$

где τ_c — время столкновений, τ_r — время рекомбинации.

Модель, основанная на уравнениях (98) и (99), включает все основные физические эффекты, проявляющиеся при распространении мощных сверхкоротких импульсов в среде [7, 8, 237]. Использование спектрального представления для дисперсионного оператора \tilde{D} позволяет учесть дисперсию материала точно, не прибегая к разложению в ряд по отстройкам от центральной частоты ω_0 . Данное обстоятельство является существенным, так как рассматриваемая модель предназначена для описания широкого класса нелинейных процессов, включая генерацию суперконтинуума и формирование однопериодных и субпериодных импульсов, для которых разложение частотного профиля дисперсии в ряд по степеням $\omega - \omega_0$ становится неприменимым. Используемая в работе физическая модель учитывает также явления линейного поглощения и дифракции, наводимую полем добавку к показателю преломления за счёт эффекта Керра второго, четвёртого и, в случае необходимости, высших порядков, явления самокручения и пространственно-временной фокусировки [7, 8, 238], а также эффекты поглощения, дисперсии, рассеяния и дефокусировки, обусловленные сверхбыстрой ионизацией среды в процессе распространения лазерного импульса.

Важно отметить, что при анализе распространения мощных сверхкоротких импульсов в режиме множественной филаментации приближение аксиальной симметрии пучка, позволяющее существенно упростить решение уравнения (1), становится необоснованным. Это связано со случайным характером пространственного распределения точек роста модуляционных неустойчивостей пучка, обусловленным шумовой природой флуктуаций интенсивности поля по пучку и случайным характером пространственного распределения оптических неоднородностей среды. В полностью трёхмерном варианте уравнение (1), содержащее к тому же временную переменную (такая модель часто называется (3 + 1)-мерной), приводит к расчётам высокой вычислительной сложности [122].

16.3. Динамика множественной филаментации

Характерная картина пространственно-временной динамики сверхкороткого лазерного импульса с пиковой мощностью P , на два порядка превышающей порог самофокусировки P_{cr} , представлена на рис. 19. Расчёты выполнены для мощных сверхкоротких импульсов среднего ИК-диапазона с центральной длиной волны $\lambda_0 = 3,9$ мкм и длительностью $\tau_0 = 80$ фс. Мощные фемтосекундные импульсы на такой длине волны могут быть получены с помощью разработанных в последние годы источников излучения среднего ИК-диапазона нового поколения на основе оптического параметрического усиления chirпированных импульсов [105, 107, 108]. Анализ распространения таких импульсов в режиме множественной филаментации представляет особый интерес с точки зрения возможности получения мощных однопериодных и субпериодных импульсов среднего ИК-диапазона, а также ввиду того, что центральная длина волны таких импульсов попадает в область

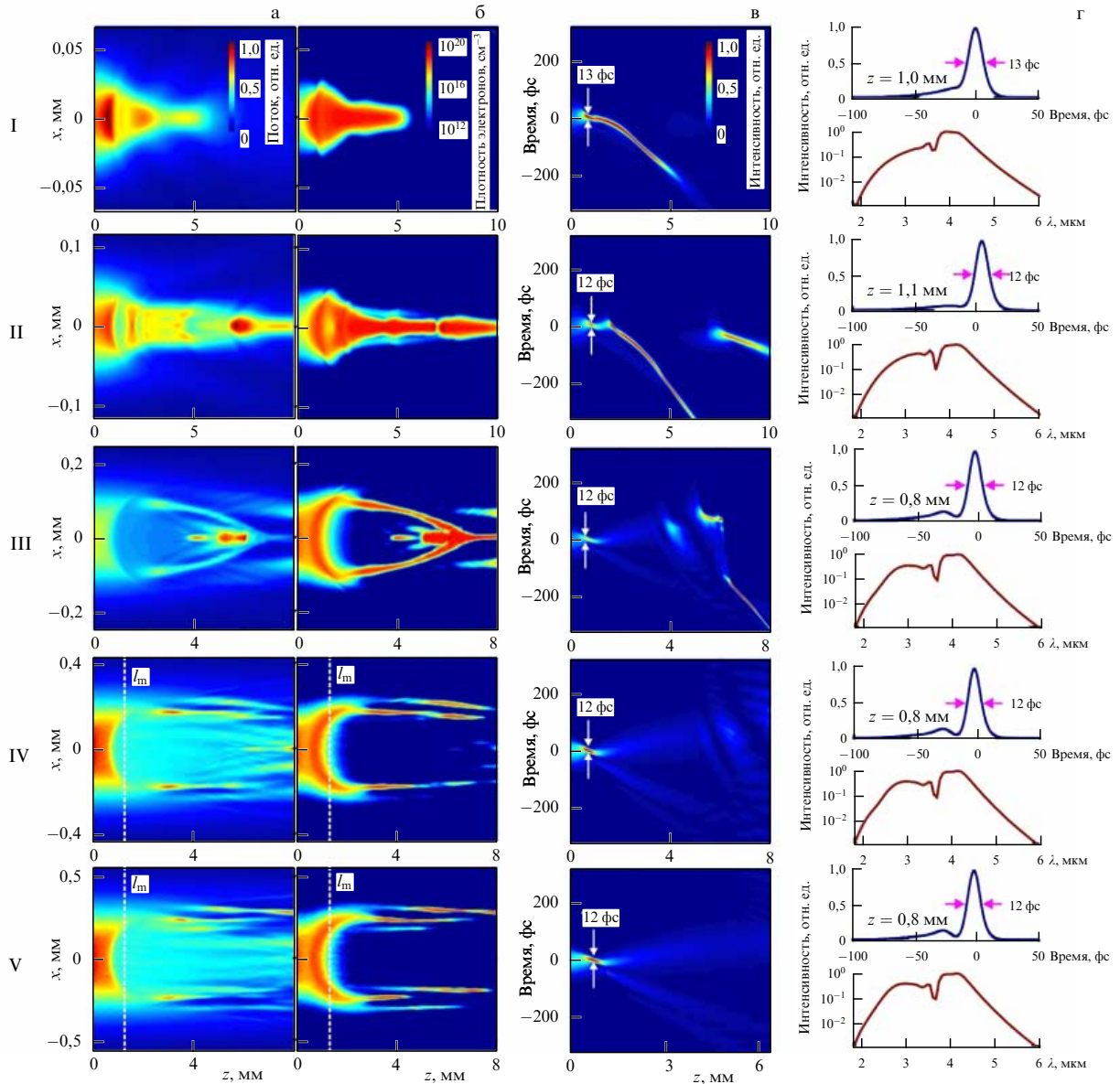


Рис. 19. Полная картина трёхмерной пространственно-временной динамики сверхкороткого лазерного импульса с центральной длиной волны 3,9 мкм и длительностью 80 фс, распространяющегося в материале с аномальной дисперсией в условиях фотоионизации: (а) радиальное распределение проинтегрированной по импульсу интенсивности поля вдоль направления распространения импульса, (б) создаваемая импульсом электронная плотность, (в) пространственно-временная эволюция интенсивности поля, (г) временная огибающая (вверху) и спектр (внизу) импульса на оси пучка в точке максимальной компрессии импульса. Расчёты выполнены для следующих начальных значений пиковой мощности P , энергии W и диаметра пучка d : $P = 5P_{cr}$, $W = 13$ мкДж, $d = 70$ мкм (I), $P = 15P_{cr}$, $W = 40$ мкДж, $d = 120$ мкм (II), $P = 100P_{cr}$, $W = 0,25$ мДж, $d = 260$ мкм (III), $P = 300P_{cr}$, $W = 0,75$ мДж, $d = 450$ мкм (IV), $P = 500P_{cr}$, $W = 1,25$ мДж, $d = 590$ мкм (V).

аномальной дисперсии для многих перспективных с точки зрения оптических технологий твердотельных материалов. Расчёты, выполненные для режима одиночной филаментации [239, 240], реализуемого при значительно меньших превышениях пиковой мощности лазерного импульса над порогом самофокусировки, показывают, что режим аномальной дисперсии позволяет наблюдать уникальные режимы распространения сверхкоротких лазерных импульсов, включая формирование световых пучков.

Световой пучок с критической мощностью, на несколько порядков превышающей порог самофокусировки (для режима, представленного на рис. 19, $P = 100P_{cr}$), характеризуется сложной временной, пространственной и спектральной динамикой (см. рис. 19). Постоянно из-

меняющаяся в процессе распространения пространственная структура поля оказывается неоднородной по импульсу, обнаруживая значительные изменения от фронта импульса к его спаду (см. рис. 19). Подобные неоднородные по импульсу изменения структуры пучка обусловлены изменяющимися от фронта импульса к его спаду условиями баланса керровской и ионизационной нелинейностей [7, 8, 237]. Временная структура поля, в свою очередь, оказывается неоднородной по пучку.

Лазерное поле с пиковой мощностью $P \gg P_{cr}$ оказывается неустойчивым относительно распада пучка на множественные филаменты, вызываемого случайными флуктуациями интенсивности поля в световом пучке. Возникающие пространственные модуляционные неустойчивости приводят к формированию горячих точек

поля и постепенному распаду пучка (см. рис. 19). При этом совместное действие керровской и ионизационной нелинейностей приводит к образованию множественных филаментов. Данное явление наблюдается на фоне характерного для режима филаментации эффективного уширения спектра импульса (см. рис. 19), получившего название генерации суперконтинуума. Согласно модели Беспалова и Таланова [232], характерная длина нарастания пространственной модуляционной неустойчивости по порядку величины совпадает с характерной нелинейной длиной, $L_{nl} = (\omega n_2 I_0)^{-1}$, где I_0 — интенсивность поля. В условиях представленного на рис. 19 расчёта нарастание модуляционных неустойчивостей с удовлетворительной точностью следует закону $\exp(z/l_{nl})$, предсказываемому теорией Беспалова – Таланова. При этом стократное усиление неустойчивостей пучка, затравливаемых шумовыми флуктуациями интенсивности, достигается на длине порядка 1 м. Выполненные численные расчёты указывают на хорошее согласие длины возникновения множественных филаментов в полной численной модели и предсказаний теории Беспалова – Таланова для длины развития модуляционных неустойчивостей в широком диапазоне начальных параметров лазерных импульсов. Такая оценка позволяет дать наглядное физическое объяснение сложным, взаимосвязанным процессам пространственно-временной динамики, наблюдающимся в численных расчётах.

16.4. Самокомпрессия сверхмощных световых импульсов

Явление солитонного самосжатия лазерных импульсов в режиме аномальной дисперсии широко используется для получения сверхкоротких световых импульсов в волоконных световодах [241, 242]. Пространственно-временная, $(3 + 1)$ -мерная динамика свободно распространяющихся пучков с пиковой мощностью много больше порога самофокусировки оказывается значительно более сложной по сравнению с динамикой световых импульсов в волоконных световодах, хорошо описываемой в рамках детально разработанной модели обобщённого нелинейного уравнения Шрёдингера с одной временной и одной пространственной переменной. Для пространственно-временной эволюции световых полей с пиковой мощностью $P \gg P_{cr}$ в режиме аномальной дисперсии характерны явления распада пучка на множественные филаменты, приводящие к потере пучком связности и пространственной когерентности (см. рис. 19). Явления пространственной неустойчивости в этом режиме оказываются существенно связанными с временной модуляционной неустойчивостью лазерного импульса [243]. Тем более значимым и замечательным представляется режим пространственно-временной эволюции мощного сверхкороткого импульса, иллюстрируемый рис. 19, позволяющий осуществить эффективную самокомпрессию импульса без потери поперечной связности и когерентности в результате распада пучка на множественные филаменты.

Для реализации этого режима нелинейной динамики ключевым является выполнение неравенства $l_c < l_m$ для характерных длин самокомпрессии и модуляционной неустойчивости (l_c и l_m соответственно). При выполнении этого условия минимальная длительность импульса, испытывающего самосжатие благодаря совместному действию аномальной дисперсии и нелинейности, достигается раньше, чем световой пучок распадается на

множественные филаменты. Как видно из результатов расчётов, представленных на рис. 19, процесс самосжатия приводит к формированию субпериодного импульса. Световой пучок при этом сохраняет свою связность, а в угловом спектре поля практически не проявляются дополнительные компоненты, возникающие в результате модуляционной неустойчивости.

На больших длинах распространения ($z > l_m$) становятся заметными явления модуляционной неустойчивости. В поперечном сечении пучка наблюдаются горячие точки поля. В угловом спектре проявляются заметные искажения, свидетельствующие о возникновении пространственных компонент, распространяющихся под большим углом к оси пучка. На фоне распада пучка, вызываемого модуляционной неустойчивостью, проявляется совместное действие керровской и ионизационной нелинейностей, приводящих к формированию множественных филаментов (см. рис. 19).

Подтверждённая результатами численного анализа возможность реализации эффективной самокомпрессии мощного светового импульса без потери пучком пространственной когерентности путём разделения пространственных масштабов самокомпрессии и модуляционной неустойчивости в режиме $l_c < l_m$ является ключевым физическим фактором для формирования в режиме аномальной дисперсии мощных однопериодных и субпериодных световых пучков.

16.5. Субтераваттные сверхкороткие импульсы среднего инфракрасного диапазона в атмосфере

Для ясного понимания картины филаментации сверхкоротких импульсов среднего ИК-диапазона на рис. 20 построены карты распределения интенсивности поля в филаменте на фронте (рис. 20а, б), в центральной части (рис. 20в, г) и на спаде фронта (рис. 20д, е) импульса. Как видно из представленных результатов, динамика пучка различна для различных частей импульса. Это различие связано с динамикой электронной плотности, нарастающей от фронта импульса к его спаду [244, 245]. Передний фронт импульса вызывает ионизацию воздуха, формируя поперечный профиль электронной плотности, спадающий от центра пучка к его периферии. Такой профиль электронной плотности приводит к дефокусировке центральной части пучка и особенно его спада. Эти явления хорошо видны на картах интенсивности поля, представленных на рис. 20. Рассеяние ИК-излучения на формируемой полем плазме, которое становится особенно сильным на спаде импульса, приводит в случае достаточно протяжённых филаментов к заметному истощению поля накачки вдоль филамента.

Белой сплошной линией на картах на рис. 20 отмечен диаметр пучка d , определённый по половине максимума интенсивности поля. Изменение размера пучка вдоль оптического пути ИК-импульса позволяет определить длину образующегося в эксперименте филамента как расстояние между точками вдоль оптического пути импульса, в которых диаметру пучка оказывается равным удвоенному минимальному диаметру пучка d . При излишне жёсткой фокусировке пучка (рис. 20а, в, д) сильное рассеяние центральной части (рис. 20в) и спада (рис. 20д) импульса на профиле электронной плотности, создаваемом передним фронтом импульса, ограничивает протяжённость филамента. При надлежащем выборе условий фокусировки (рис. 20б, г, е) удаётся достичь правильного баланса между самофокусировкой пучка и его дефокусировкой на поперечном профиле электронной плотности. В этом режиме длина филамента, как видно из рис. 20е,

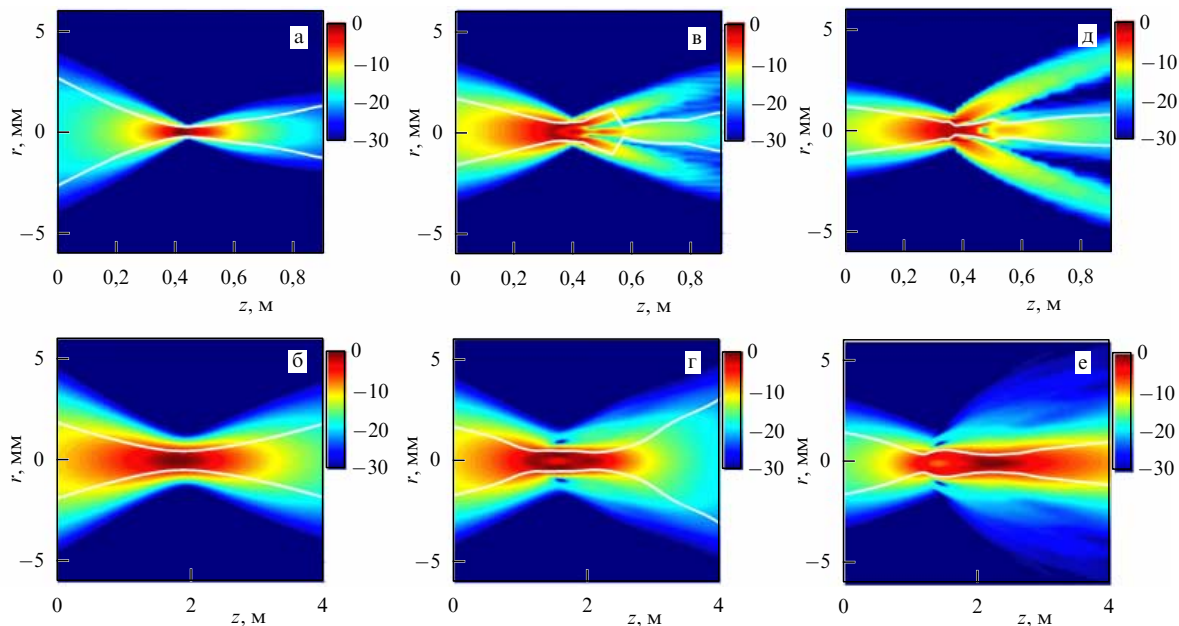


Рис. 20. Пространственно-временная динамика интенсивности субпиковетного сверхкороткого импульса среднего ИК-диапазона в атмосфере: (а, б) на фронте, (в, г) в центральной части и (д, е) на спаде импульса. Пучок фокусируется линзой с фокусным расстоянием 45 см (а, в, д), 200 см (б, г, е). Начальная энергия импульса 20 мДж, длительность импульса 100 фс. Сплошной линией показан диаметр пучка, определённый по уровню половины максимальной интенсивности в поперечном сечении пучка.

может составлять несколько метров, открывая уникальные возможности для дистанционного зондирования атмосферы и передачи мощных лазерных импульсов на большие расстояния.

17. Заключение

Теория фотоионизации Келдыша представляет собой идейную основу для описания широкого класса явлений, наблюдающихся при взаимодействии электромагнитного излучения с веществом. Разработка этой теории на заре лазерной эры, на этапе, когда направление исследований, имеющей своей целью выяснение закономерностей взаимодействия интенсивных электромагнитных полей с веществом, ещё находилось в стадии формирования, представляет собой пример глубокого научного видения и исследовательской отваги.

Один из основных результатов теории Келдыша состоит в выяснении природы многофотонной и туннельной ионизации как двух предельных режимов одного и того же физического явления — ионизации в переменном поле электромагнитного излучения. Рассчитываемая в рамках этой теории скорость фотоионизации выступает ключевым параметром для анализа широкого класса процессов, происходящих при взаимодействии излучения с веществом, включая явления оптического пробоя, генерации гармоник высокого порядка и лазерной филаментации. Теория Келдыша широко используется для описания явлений взаимодействия излучения с веществом, происходящих на аттосекундной временной шкале, является основой для количественного анализа сложных физических процессов, приводящих к генерации аттосекундных импульсов электромагнитного излучения и управляемых светом сверхкоротких всплесков электрического тока в твёрдом теле. Получаемые в рамках формализма Келдыша замкнутые аналитические выражения для вероятности многофотонного поглощения в твёрдом теле позволяют высунуть универсальные нелинейно-оптические свойства полупроводников и диэлектриков.

Автор хранит чувство искренней благодарности Л.В. Келдышу за многочисленные обсуждения, глубокие замечания и полезные предложения. Автор признателен А.А. Воронину, А.Б. Федотову, Д.А. Сидорову-Бирюкову, А.В. Митрофанову, А.А. Ланину, Е.Е. Серебрянникову, А. Балтущке, А. Пугжлису, В.Я. Панченко, П.А. Жохову, И.В. Федотову за многолетнее сотрудничество.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№ 16-02-00843 и 17-52-53092) и Фонда Уелча (грант № А-1801). Исследования в области квантовой оптической физики и квантовых технологий поддержаны грантом Правительства Российской Федерации № 14.Z50.31.0040 от 17 февраля 2017 г. Исследования в области аттосекундной спектхронографии выполнены при поддержке Российского научного фонда (грант 17-12-01533).

Послесловие

Великие учёные остаются в истории своими научными работами. Большие личности оставляют светлый след в памяти людей. О Леониде Вениаминовиче Келдыше будут помнить и как о великом учёном, чьи работы изменили физику и привели к формированию новых научных направлений, и как о большой личности, чей свет никогда не померкнет в памяти имевших счастье знать его людей.

Редкая научная статья удостоивается специальных выпусков ведущих научных журналов в честь 50-летия её выхода. Работа Л.В. Келдыша, заложившая основы теории фотоионизации в сильном лазерном поле, — один из немногих примеров такого признания¹. Редкому учёному выпадает судьба на протяжении полувека быть свидетелем того, как высказанные им идеи, созданные им теории определяют развитие целых научных облас-

¹ См. специальный выпуск *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 47 October (2014).



Леонид Вениаминович Келдыш и Пол Коркум в день вручения Большой золотой медали имени М.В. Ломоносова РАН. Москва, Васильевский спуск, 22 марта 2016 г.

тей. Таковую судьбу, наверное, надо заслужить в неведомых высших сферах. "Рад, что мои формулы по-прежнему полезны", — со свойственной ему скромностью негромко подытожил Леонид Вениаминович один из семинаров, посвящённых 50-летию его теории фотоионизации.

В связи с развитием лазерных технологий, появлением источников мощных сверхкоротких лазерных импульсов с особой остротой встал вопрос об обобщении формализма теории Келдыша на случай фотоионизации в поле сверхкороткого светового импульса. Леонид Вениаминович много размышлял над этой задачей, разработал подход к её решению, получил ряд важных соотношений, но так и не опубликовал эту работу. Единственная причина, по которой работа так и не была опубликована при жизни автора, заключалась в том, что Леонид Вениаминович не смог преодолеть своих сомнений в отношении полноты составленного им для вводной части статьи обзора стремительно растущей литературы по этой теме. Даже ведущие специалисты в области сверхкоротких световых импульсов зачастую приходят в полное изумление, узнавая о существовании написанной самим Келдышем работы по этому вопросу. На протяжении многих лет эту работу Келдыша можно было прочитать лишь в виде тщательно оформленной авторской рукописи [246]. При этом наиболее простой и быстрый способ получить эти заметки заключался в том, чтобы написать письмо самому Леониду Вениаминовичу. В течение дня от него всегда приходил ответ... В

виде журнальной статьи эта работа впервые публикуется в настоящем выпуске *УФН* [247].

В 2015 году Леониду Вениаминовичу Келдышу и Полу Коркуму — одному из основоположников и первопроходцев аттосекундной физики — была присуждена высшая награда Российской академии наук — Большая золотая медаль имени М.В. Ломоносова. Вручение состоялось на торжественном заседании Общего собрания РАН в марте 2016 года. Оба лауреата выступили с поразительными по своей глубине и продуманности лекциями [248, 249]. Своё выступление Пол Коркум начал со следующих слов: "Для меня высокая честь получить Большую золотую медаль им. М.В. Ломоносова Российской академии наук одновременно с профессором Л.В. Келдышем. Его открытия и сегодня вдохновляют целое поколение исследователей, включая меня и многих сегодняшних студентов моей группы".

Вечером того же дня, сразу после вручения награды, Леонид Вениаминович, Пол Коркум и автор этих строк ужинали в небольшом ресторане на Петровке. К концу ужина Леонид Вениаминович заметно устал, но, узнав, что Полу была обещана поездка по ночной Москве, сказал, что обязательно поедет с нами. На Васильевском спуске Пол, у которого был наготове фотоаппарат, попросил меня сфотографировать их на память. "Я навсегда запомню этот вечер", — написал Пол, пересылая мне эту фотографию...

Список литературы

1. Келдыш Л В *ЖЭТФ* **47** 1945 (1964); Keldysh L V *Sov. Phys. JETP* **20** 1307 (1965)
2. Bloembergen N *IEEE J. Quantum Electron.* **10** 375 (1974)
3. Маненков А А, Прохоров А М *УФН* **148** 179 (1986); Manenkov A A, Prokhorov A M *Sov. Phys. Usp.* **29** 104 (1986)
4. Lenzner M et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 4076 (1998)
5. Brabec T, Krausz F *Rev. Mod. Phys.* **72** 545 (2000)
6. Gibson E A et al. *Science* **302** 95 (2003)
7. Couairon A, Mysyrowicz A *Phys. Rep.* **441** 47 (2007)
8. Bergé L et al. *Rep. Prog. Phys.* **70** 1633 (2007)
9. Schultze M et al. *Nature* **493** 75 (2013)
10. Sommer A et al. *Nature* **534** 86 (2016)
11. Corkum P V, Krausz F *Nature Phys.* **3** 381 (2007)
12. Желтиков А М *УФН* **176** 623 (2006); Zheltikov A M *Phys. Usp.* **49** 605 (2006)
13. Желтиков А М, Коротеев Н И *УФН* **169** 385 (1999); Zheltikov A M, Koroteev N I *Phys. Usp.* **42** 321 (1999)
14. Чекалин С В, Кандидов В П *УФН* **183** 133 (2013); Chekalin S V, Kandidov V P *Phys. Usp.* **56** 123 (2013)
15. Zheltikov A M *J. Phys. B* **50** 092001 (2017)
16. Verhoef A J et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 163904 (2010)
17. Mitrofanov A V et al. *Phys. Rev. Lett.* **106** 147401 (2011)
18. Gattass R R, Mazur E *Nature Photon.* **2** 219 (2008)
19. Hauri C P et al. *Appl. Phys. B* **79** 673 (2004)
20. Goulielmakis E et al. *Opt. Lett.* **33** 1407 (2008)
21. Tirlapur U K, König K *Nature* **418** 290 (2002)
22. Vogel A et al. *Appl. Phys. B* **81** 1015 (2005)
23. Lanin A A et al. *Appl. Phys. Lett.* **100** 101104 (2012)
24. Попов В С *УФН* **174** 921 (2004); Popov V S *Phys. Usp.* **47** 855 (2004)
25. Popruzhenko S V *J. Phys. B* **47** 204001 (2014)
26. Карнаков Б М и др. *УФН* **185** 3 (2015); Karnakov B M et al. *Phys. Usp.* **58** 3 (2015)
27. Федоров М В *ЖЭТФ* **149** 522 (2016); Fedorov M V *JETP* **122** 449 (2016)
28. Merzbacher E *Phys. Today* **55** (8) 44 (2002)
29. Hund F *Z. Phys.* **40** 742 (1927)
30. Hund F *Z. Phys.* **43** 805 (1927)
31. Schottky W *Phys. Z.* **32** 833 (1931)
32. Frenkel J *Wave Mechanics; Elementary Theory* (Oxford: The Clarendon Press, 1932)
33. Nordheim L *Z. Phys.* **46** 833 (1928)
34. Fowler R H, Nordheim L *Proc. R. Soc. London A* **119** 173 (1928)
35. Oppenheimer J R *Phys. Rev.* **31** 66 (1928)
36. Oppenheimer J R *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **14** 363 (1928)
37. Gamow G *Z. Phys.* **51** 204 (1928)

38. Gurney R W, Condon E U *Nature* **122** 439 (1928)
39. Gurney R W, Condon E U *Phys. Rev.* **33** 127 (1929)
40. Zener C *Proc. R. Soc. London A* **145** 523 (1934)
41. Келдыш Л В *ЖЭТФ* **33** 994 (1957); Keldysh L V *Sov. Phys. JETP* **6** 763 (1958)
42. Franz W Z. *Naturforsch. A* **13** 484 (1958)
43. Kane E O J. *Phys. Chem. Solids* **12** 181 (1960)
44. Kane E O J. *Appl. Phys.* **32** 83 (1961)
45. Bardeen J *Phys. Rev. Lett.* **6** 57 (1961)
46. Ильинский Ю А, Келдыш Л В *Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом* (М.: Изд-во МГУ, 1989); Пер. на англ. яз.: P'inskii Yu A, Keldysh L V *Electromagnetic Response of Material Media* (New York: Plenum Press, 1994)
47. Ghimire S et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 167407 (2011)
48. Hertz H *Ann. Physik* **267** 983 (1887)
49. Stoleto M A *Comptes Rendus* **106** 1149 (1888); *Phil. Mag.* **5** 26 317 (1888)
50. Einstein A *Ann. Physik* **322** 132 (1905)
51. Göppert-Mayer M *Ann. Physik* **401** 273 (1931)
52. Makinson R E B, Buckingham M J *Proc. Phys. Soc. London A* **64** 135 (1951)
53. Braunstein R, Ockman N *Phys. Rev.* **134** A499 (1964)
54. Бонч-Бруевич А М, Ходовой В А *УФН* **85** 5 (1965); Bonch-Bruевич A M, Khodovoi V A *Sov. Phys. Usp.* **8** 1 (1965)
55. Гладун А Д, Барашев П П *УФН* **98** 493 (1969); Gladun A D, Barashev P P *Sov. Phys. Usp.* **12** 490 (1970)
56. Воронов Г С, Делоне Н Б *Письма в ЖЭТФ* **1** (2) 42 (1965); Voronov G S, Delone N B *JETP Lett.* **1** 66 (1965)
57. Делоне Н Б *УФН* **115** 361 (1975); Delone N B *Sov. Phys. Usp.* **18** 169 (1975)
58. Делоне Н Б *УФН* **148** 551 (1986)
59. Gold A, Bebb H B *Phys. Rev. Lett.* **14** 60 (1965)
60. Никшиов А И, Ритус В И *ЖЭТФ* **50** 255 (1966); Nikishov A I, Ritus V I *Sov. Phys. JETP* **23** 168 (1966)
61. Никшиов А И, Ритус В И *ЖЭТФ* **52** 223 (1967); Nikishov A I, Ritus V I *Sov. Phys. JETP* **25** 145 (1967)
62. Переломов А М, Попов В С, Терентьев М В *ЖЭТФ* **50** 1393 (1966); Perelomov A M, Popov V S, Terent'ev M V *Sov. Phys. JETP* **23** 924 (1966)
63. Переломов А М, Попов В С, Терентьев М В *ЖЭТФ* **51** 309 (1966); Perelomov A M, Popov V S, Terent'ev M V *Sov. Phys. JETP* **24** 207 (1967)
64. Переломов А М, Попов В С *ЖЭТФ* **52** 514 (1967); Perelomov A M, Popov V S *Sov. Phys. JETP* **25** 336 (1967)
65. Faisal F H M J. *Phys. Rev. B* **6** L89 (1973)
66. Reiss H R *Phys. Rev. A* **22** 1786 (1980)
67. Reiss H R *Prog. Quantum Electron.* **16** 1 (1992)
68. Делоне Н Б, Крайнов В П *УФН* **168** 531 (1998); Delone N B, Krainov V P *Phys. Usp.* **41** 469 (1998)
69. Делоне Н Б, Крайнов В П *Атом в сильном световом поле 2-изд.* (М.: Энергоатомиздат, 1984); Пер. на англ. яз.: Delone N B, Krainov V P *Atoms in Strong Light Fields* (Berlin: Springer-Verlag, 1995)
70. Delone N B, Krainov V P *Multiphoton Processes in Atoms* (Berlin: Springer-Verlag, 1994)
71. Wolkow D M *Z. Phys.* **94** 250 (1935)
72. Hauge E H, Støvneng J A *Rev. Mod. Phys.* **61** 917 (1989)
73. Landauer R, Martin Th *Rev. Mod. Phys.* **66** 217 (1994)
74. Landsman A S, Keller U *Phys. Rep.* **547** 1 (2015)
75. Sokolovski D, Connor J N L *Phys. Rev. A* **42** 6512 (1990)
76. Sokolovski D, Connor J N L *Phys. Rev. A* **44** 1500 (1991)
77. Sokolovski D, Connor J N L *Phys. Rev. A* **47** 4677 (1993)
78. Sokolovski D *Phys. Rev. Lett.* **79** 4946 (1997)
79. Sokolovski D *Phys. Rev. A* **59** 1003 (1999)
80. Feynman R P, Hibbs A R *Quantum Mechanics and Path Integrals* (New York: McGraw-Hill, 1965)
81. Bohm D *Phys. Rev.* **85** 166 (1952)
82. Ivanov I A, Nam C H, Kim K T *Sci. Rep.* **7** 39919 (2017)
83. Leavens C R *Found. Phys.* **25** 229 (1995)
84. Krausz F, Stockman M I *Nature Photon.* **8** 205 (2014)
85. Uiberacker M et al. *Nature* **446** 627 (2007)
86. Eckle P et al. *Science* **322** 1525 (2008)
87. Wittmann T et al. *Nature Phys.* **5** 357 (2009)
88. Pfeiffer A N et al. *Nature Phys.* **8** 76 (2012)
89. Shafir D et al. *Nature* **485** 343 (2012)
90. Landsman A S et al. *Optica* **1** 343 (2014)
91. Balciunas T et al. *Nature Commun.* **6** 6117 (2015)
92. Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **94** 043412 (2016)
93. Balciunas T et al. *Chem. Phys.* **414** 92 (2013)
94. Büttiker M, Landauer R *Phys. Rev. Lett.* **49** 1739 (1982)
95. Steinberg A M *Phys. Rev. A* **52** 32 (1995)
96. Hallaji M et al. *Nature Phys.* **13** 540 (2017)
97. Reiss H R *Phys. Rev. Lett.* **101** 043002 (2008)
98. Reiss H R J. *Phys. B* **47** 204006 (2014)
99. Xiong W et al. *J. Phys. B* **21** L159 (1988)
100. Colosimo P et al. *Nature Phys.* **4** 386 (2008)
101. Blaga C I et al. *Nature Phys.* **5** 335 (2009)
102. Popmintchev T et al. *Science* **336** 1287 (2012)
103. Ludwig A et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 243001 (2014)
104. Lanin A A et al. *Opt. Lett.* **39** 6430 (2014)
105. Mitrofanov A V et al. *Sci. Rep.* **5** 8368 (2015)
106. Wolter B et al. *Phys. Rev. X* **5** 021034 (2015)
107. Митрофанов А В и др. *УФН* **185** 97 (2015); Mitrofanov A V et al. *Phys. Usp.* **58** 89 (2015)
108. Mitrofanov A V et al. *Opt. Lett.* **40** 2068 (2015)
109. Lanin A A et al. *Opt. Lett.* **40** 974 (2015)
110. Stepanov E A et al. *Phys. Rev. Lett.* **117** 043901 (2016)
111. Power E A, Zienau S *Phil. Trans. R. Soc. A* **251** 427 (1959)
112. Быков В П *УФН* **143** 657 (1984); Bykov V P *Sov. Phys. Usp.* **27** 631 (1984)
113. Lamb W E (Jr.), Retherford R C *Phys. Rev.* **72** 241 (1947)
114. Lamb W E (Jr.), Retherford R C *Phys. Rev.* **79** 549 (1950)
115. Lamb W E (Jr.) *Phys. Rev.* **85** 259 (1952)
116. Reiss H R J. *Opt. Soc. Am. B* **7** 574 (1990)
117. Мур В Д, Карнаков Б М, Попов В С *ЖЭТФ* **114** 798 (1998); Mur V D, Karnakov B M, Popov V S *JETP* **87** 433 (1998)
118. Попов В С, Мур В Д, Карнаков Б М *Письма в ЖЭТФ* **66** 213 (1997); Popov V S, Mur V D, Karnakov B M *JETP Lett.* **66** 229 (1997)
119. Гладков С М и др. *Оптика и спектроскопия* **65** 249 (1988); Gladkov S M et al. *Opt. Spectrosc.* **65** 149 (1988)
120. Карнаков Б М, Мур В Д, Попов В С *ЯФ* **62** 1444 (1999); Karnakov B M, Mur V D, Popov V S *Phys. At. Nucl.* **62** 1363 (1999)
121. Milosevic N, Krainov V P, Brabec T *Phys. Rev. Lett.* **89** 193001 (2002)
122. Milosevic N, Krainov V P, Brabec T *J. Phys. B* **35** 3515 (2002)
123. Bauer D, Milošević D B, Becker W *Phys. Rev. A* **72** 023415 (2005)
124. Becker W et al. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **48** 35 (2002)
125. Попов В С, Карнаков Б М, Мур В Д *Письма в ЖЭТФ* **79** 320 (2004); Popov V S, Karnakov B M, Mur V D *JETP Lett.* **79** 262 (2004)
126. Di Piazza A et al. *Rev. Mod. Phys.* **84** 1177 (2012)
127. Crawford D P, Reiss H R *Phys. Rev. A* **50** 1844 (1994)
128. Protopapas M, Keitel C H, Knight P L *J. Phys. B* **29** L591 (1996)
129. Kartashov D et al. *Opt. Lett.* **37** 2268 (2012)
130. Kartashov D et al. *Opt. Lett.* **37** 3456 (2012)
131. Kartashov D et al. *Opt. Lett.* **38** 3194 (2013)
132. Zheltikov A M et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 033901 (2009)
133. Krausz F, Ivanov M *Rev. Mod. Phys.* **81** 163 (2009)
134. Hassan M Th et al. *Nature* **530** 66 (2016)
135. Reiter F et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 243902 (2010)
136. Желтиков А М *УФН* **181** 33 (2011); Zheltikov A M *Phys. Usp.* **54** 29 (2011)
137. Bloembergen N *Nonlinear Optics* (New York: W.A. Benjamin, 1965)
138. Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. Lett.* **113** 043901 (2014)
139. Corkum P B *Phys. Rev. Lett.* **71** 1994 (1993)
140. Zheltikov A *IEEE Photon. J.* **3** 255 (2011)
141. Denk W, Strickler J H, Webb W W *Science* **248** 73 (1990)
142. Helmchen F, Denk W *Nature Meth.* **2** 932 (2005)
143. Kerr J N D, Denk W *Nature Rev. Neurosci.* **9** 195 (2008)
144. Min W et al. *Annu. Rev. Phys. Chem.* **62** 507 (2011)
145. Saar B G et al. *Science* **330** 1368 (2010)
146. Brown C T A, Deckert V, Sergeev A M, Zheltikov A M *J. Biophoton.* **3** 639 (2010)
147. Doronina-Amitonova L V et al. *Appl. Phys. Lett.* **99** 231109 (2011)
148. Boyden E S et al. *Nature Neurosci.* **8** 1263 (2005)
149. Zhang F et al. *Nature Meth.* **3** 785 (2006)
150. Cardin J A et al. *Nature Protocols* **5** 247 (2010)
151. Gradinaru V et al. *Science* **324** 354 (2009)
152. Doronina L V et al. *Opt. Lett.* **34** 3373 (2009)
153. Diester I et al. *Nature Neurosci.* **14** 387 (2011)
154. Deisseroth K *Nature Meth.* **8** 26 (2011)
155. Doronina-Amitonova L V et al. *Sci. Rep.* **3** 3265 (2013)
156. Доронина-Амитонова Л В и др. *УФН* **185** 371 (2015); Doronina-Amitonova L V et al. *Phys. Usp.* **58** 345 (2015)
157. Fedotov I V et al. *Sci. Rep.* **5** 15737 (2015)
158. Ermakova Y G et al. *Nature Commun.* **8** 15362 (2017)
159. Vogel A et al. *Appl. Phys. B* **81** 1015 (2005)
160. Voronin A A, Zheltikov A M *Phys. Rev. E* **81** 051918 (2010)
161. Voronin A A, Zheltikov A M *J. Appl. Phys.* **112** 053101 (2012)
162. Гладков С М и др. *Письма в ЖТФ* **14** 1399 (1988); Gladkov S M et al. *Sov. Tech. Phys. Lett.* **14** 610 (1988)
163. Fedotov A B et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 363 (1991)

164. Желтиков А М, Коротеев Н И, Федотов А Б *Онтика и спектроскопия* **72** 971 (1992); Zheltikov A M, Koroteev N I, Fedotov A B *Opt. Spectrosc.* **72** 527 (1992)
165. Akimov D A et al. *Opt. Lett.* **24** 478 (1999)
166. Fedotov A B et al. *Opt. Commun.* **133** 587 (1997)
167. Fedotov A B et al. *Phys. Lett. A* **271** 407 (2000)
168. Schultze M et al. *Science* **346** 1348 (2014)
169. Cavalieri A L et al. *Nature* **449** 1029 (2007)
170. Lanin A A, Stepanov E A, Fedotov A B, Zheltikov A M *Optica* **4** 516 (2017)
171. Ghimire S et al. *Nature Phys.* **7** 138 (2011)
172. Vampa G et al. *Nature* **522** 462 (2015)
173. Voronin A A et al. *Opt. Lett.* **36** 508 (2011)
174. Желтиков А М *Письма в ЖЭТФ* **90** 98 (2009); Zheltikov A M *JETP Lett.* **90** 90 (2009)
175. Yudin G L, Ivanov M Yu *Phys. Rev. A* **64** 013409 (2001)
176. Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **76** 013820 (2007)
177. Fedotov A B, Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **76** 053811 (2007)
178. Savvin A D et al. *Opt. Commun.* **284** 1652 (2011)
179. Fuji T, Suzuki T, Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **80** 063822 (2009)
180. Serebryannikov E E et al. *Phys. Rev. A* **80** 053809 (2009)
181. Sheik-Bahae M, Hagan D J, Van Stryland E W *Phys. Rev. Lett.* **65** 96 (1990)
182. Sheik-Bahae M et al. *IEEE J. Quantum Electron.* **27** 1296 (1991)
183. Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **79** 023823 (2009)
184. Zheltikov A M *Opt. Commun.* **282** 985 (2009)
185. Wherrett B S *J. Opt. Soc. Am. B* **1** 67 (1984)
186. Hutchings D C et al. *Opt. Quantum Electron.* **24** 1 (1992)
187. Brandi H S, de Araujo C B *J. Phys. C* **16** 5929 (1983)
188. Brandi H S, Jalbert G, Malta O L *Phys. Status Solidi B* **124** 147 (1984)
189. Voronin A A, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **94** 023824 (2016)
190. Shumakova V et al. *Nature Commun.* **7** 12877 (2016)
191. Voronin A A, Zheltikov A M *Sci. Rep.* **7** 36263 (2017)
192. Voronin A A, Zheltikov A M *J. Opt.* **18** 115501 (2016)
193. Baltuška A et al. *J. Phys. Chem. A* **103** 10065 (1999)
194. Suzuki T *Annu. Rev. Phys. Chem.* **57** 555 (2006)
195. Ihee H et al. *Science* **291** 458 (2001)
196. Ruan C-Y et al. *Science* **304** 80 (2004)
197. Baum P, Zewail A H *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **104** 18409 (2007)
198. Zewail A H *Science* **328** 187 (2010)
199. Goulielmakis E et al. *Nature* **466** 739 (2010)
200. Bormann R et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 147601 (2010)
201. Ropers C et al. *New J. Phys.* **9** 397 (2007)
202. Schiffrin A et al. *Nature* **493** 70 (2013)
203. Zhokhov P A, Zheltikov A M *Phys. Rev. Lett.* **113** 133903 (2014)
204. Yablonovitch E, Bloembergen N *Phys. Rev. Lett.* **29** 907 (1972)
205. Zhokhov P, Zheltikov A, in *Proc. of the Conf. on Physics of Quantum Electronics (PQE-2015), January 4–9, 2015, Snowbird, Utah, USA*
206. Lanzara A et al. *Nature* **412** 510 (2001)
207. Bostwick A et al. *Nature Phys.* **3** 36 (2007)
208. Chen Y L et al. *Science* **325** 178 (2009)
209. von Laue M "Concerning the detection of X-ray interferences", in *Nobel Lectures, Physics 1901–1921* (Amsterdam: Elsevier, 1967) p. 347; https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1914/laue-lecture.html
210. Bragg W L *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **17** 43 (1913)
211. Damascelli A, Hussain Z, Shen Z-X *Rev. Mod. Phys.* **75** 473 (2003)
212. Schubert O et al. *Nature Photon.* **8** 119 (2014)
213. Hohenleutner M et al. *Nature* **523** 572 (2015)
214. Luu T T et al. *Nature* **521** 498 (2015)
215. Vampa G et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 193603 (2015)
216. Garg M et al. *Nature* **538** 359 (2016)
217. Vampa G et al. *Phys. Rev. B* **91** 064302 (2015)
218. Ланин А А, Желтиков А М *Письма в ЖЭТФ* **104** 475 (2016); Lanin A A, Zheltikov A M *JETP Lett.* **104** 449 (2016)
219. Butcher P N, Cotter D *The Elements of Nonlinear Optics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1990)
220. Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. Lett.* **116** 123901 (2016)
221. Serebryannikov E E, Goulielmakis E, Zheltikov A M *New J. Phys.* **10** 093001 (2008)
222. Воронин А А, ЖЕЛТИКОВ А М *УФН* **186** 957 (2016); Voronin A A, Zheltikov A M *Phys. Usp.* **59** 869 (2016)
223. Chin S L *Femtosecond Laser Filamentation* (New York: Springer, 2010)
224. Zheltikov A *Appl. Phys. B* **77** 143 (2003)
225. Kasparian J et al. *Science* **301** 61 (2003)
226. Hauri C P et al. *Appl. Phys. B* **79** 673 (2004)
227. Couairon A et al. *Opt. Lett.* **30** 2657 (2005)
228. Skupin S et al. *Phys. Rev. E* **74** 056604 (2006)
229. Kartashov D et al. *Phys. Rev. A* **86** 033831 (2012)
230. Malevich P N et al. *Opt. Express* **20** 18784 (2012)
231. Malevich P N et al. *Opt. Lett.* **40** 2469 (2015)
232. Беспалов В И, Таланов В И *Письма в ЖЭТФ* **3** 471 (1966); Bepalov V I, Talanov V I *JETP Lett.* **3** 307 (1966)
233. Voronin A A et al. *Opt. Commun.* **291** 299 (2013)
234. Zhokhov P A, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **86** 013816 (2012)
235. Voronin A A, Panchenko V Ya, Zheltikov A M *Laser Phys. Lett.* **13** 065403 (2016)
236. Voronin A A, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **90** 043807 (2014)
237. Zhokhov P A, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **89** 043816 (2014)
238. Zhokhov P A, Zheltikov A M *Phys. Rev. Lett.* **110** 183903 (2013)
239. Durand M et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 115003 (2013)
240. Majus D et al. *Phys. Rev. Lett.* **112** 193901 (2014)
241. Agrawal G P *Nonlinear Fiber Optics* (San Diego: Academic Press, 2001)
242. Желтиков А М *УФН* **177** 737 (2007); Zheltikov A M *Phys. Usp.* **50** 705 (2007)
243. Zheltikov A *Opt. Express* **24** 20716 (2016)
244. Mitrofanov A V et al. *Optica* **3** 299 (2016)
245. Mitrofanov A V et al. *Opt. Lett.* **41** 3479 (2016)
246. Keldysh L "Multiphoton ionization by a very short pulse", private communication
247. Келдыш Л В *УФН* **187** 1281 (2017); Keldysh L V *Phys. Usp.* **60** (11) (2017)
248. Келдыш Л В *Вестник РАН* **86** 1059 (2016); Keldysh L V *Herald Russ. Acad. Sci.* **86** 413 (2017)
249. Коркум П *Вестник РАН* **86** 1073 (2016); Corkum P *Herald Russ. Acad. Sci.* **86** 426 (2017)

Keldysh photoionization theory: through the barriers

A.M. Zheltikov

Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Leninskie gory 1, str. 2, 119991 Moscow, Russian Federation;
Texas A&M University, Department of Physics and Astronomy, College Station, Texas 77843, USA;
Lomonosov Moscow State University, International Laser Center, Leninskie gory 1, str. 62, 119991 Moscow, Russian Federation;
International Center for Quantum Optics and Quantum Technologies (the Russian Quantum Center),
ul. Novaya 100a, 143025 Skolkovo, Moscow, Russian Federation;
National Research Centre "Kurchatov Institute", pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation;
Kazan Quantum Center, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev,
ul. Chetaeva 18a, 420126 Kazan, Russian Federation
E-mail: zheltikov@physics.msu.ru

Keldysh photoionization theory is a conceptual cornerstone and a universal framework for the description of a broad class of fundamental effects in light–matter interaction. Here, we provide an overview of the Keldysh theory as a significant milestone in the development of modern optical physics and offer a historical perspective on the fundamental role of this theory, from the early, pioneering work on quantum tunneling to the latest breakthroughs in laser optics, attosecond technologies, and ultrafast optics of high-intensity laser pulses.

Keywords: Keldysh theory of photoionization, light–matter interaction, ultrafast optics

PACS numbers: **32.80.–t**, **42.50.–p**, **42.65.–k**, **78.20.–e**

Bibliography — 249 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **187** (11) 1169–1204 (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.08.038198>

Received 15 June 2017, revised 8 August 2017

Physics – Uspekhi **60** (11) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.08.038198>